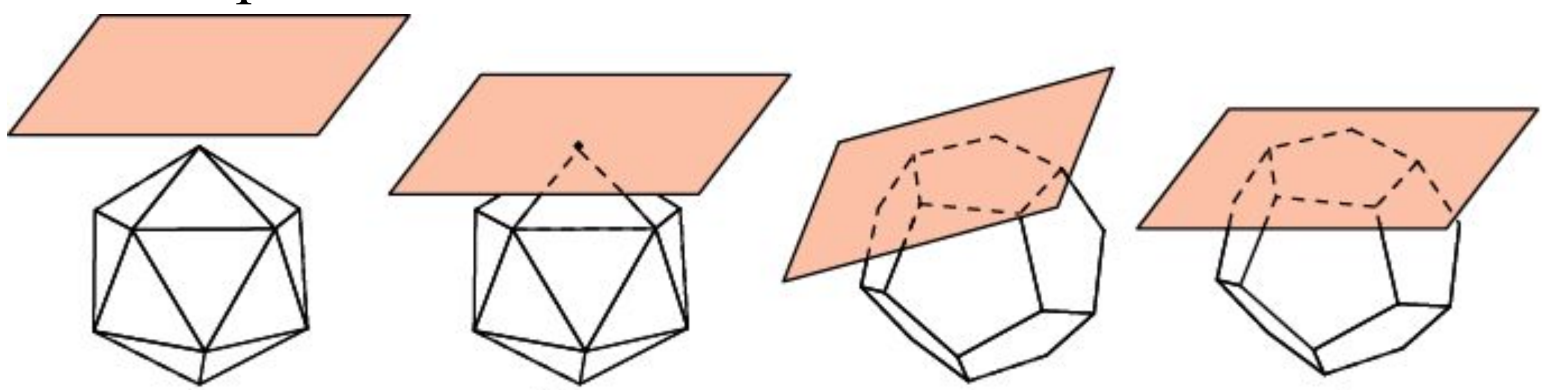
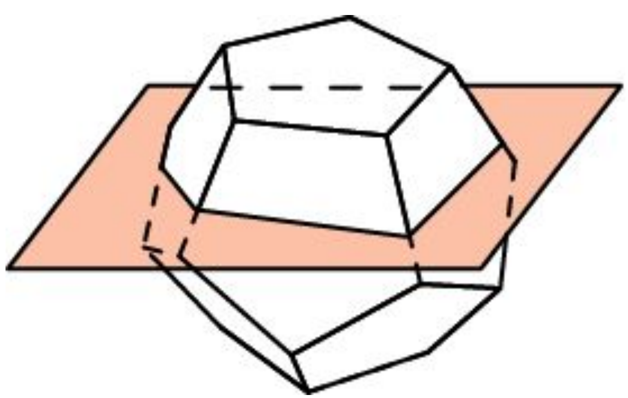
СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ

Если многогранник лежит по одну сторону от данной плоскости, то он может: а) не иметь с плоскостью ни одной общей точки; б) иметь одну общую точку – вершину многогранника; в) иметь общий отрезок – ребро многогранника; г) иметь общий многоугольник – грань многогранника.



а) б) в) г)

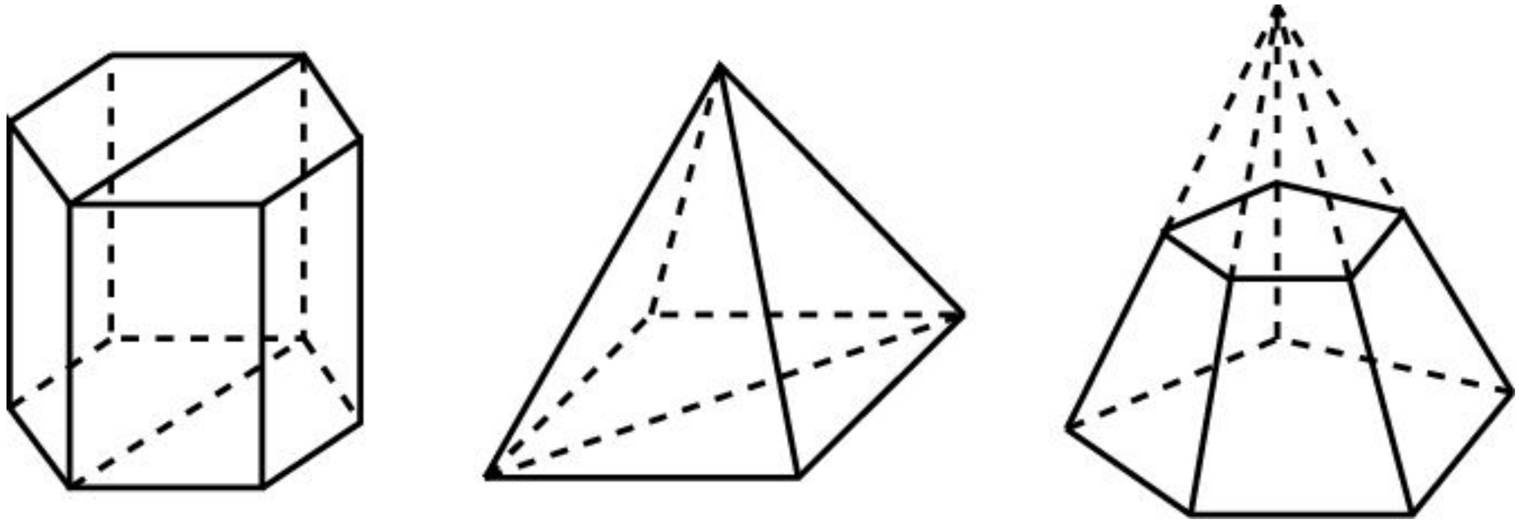


Если у многогранника имеются точки, лежащие по разные стороны от данной плоскости, то общая часть многогранника и плоскости называется сечением многогранника плоскостью.

Диагональные сечения

Сечение призмы плоскостью, проходящей через диагональ основания и два прилежащих к ней боковых ребра, называется диагональным сечением призмы.

Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ основания и вершину, называется диагональным сечением пирамиды.



Пусть плоскость пересекает пирамиду и параллельна ее основанию. Часть пирамиды, заключенная между этой плоскостью и основанием, называется усеченной пирамидой. Сечение пирамиды также называется основанием усеченной пирамиды.

Упражнение 1

Может ли в сечении куба плоскостью получиться:

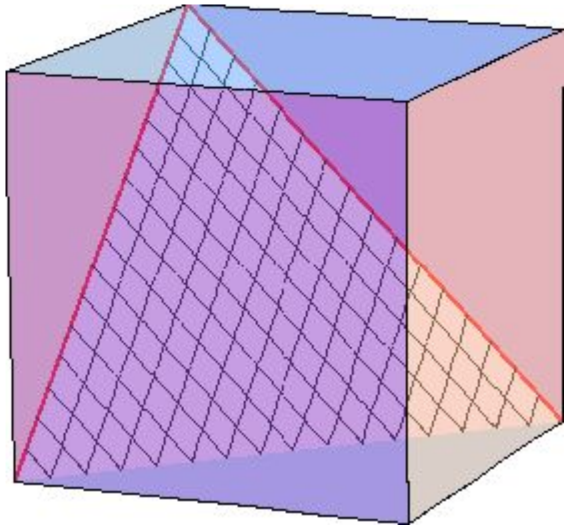
а) треугольник?

б) правильный треугольник?

в) равнобедренный треугольник?

г) прямоугольный треугольник?

д) тупоугольный треугольник?



Ответ: а) Да; б) да; в) да; г) нет; д) нет.

Упражнение 2

Может ли в сечении куба плоскостью получиться:

а) квадрат;

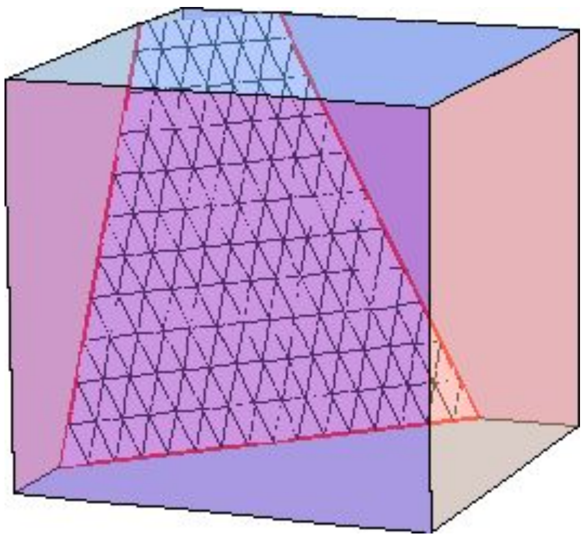
б) прямоугольник;

в) параллелограмм;

г) ромб;

д) трапеция;

е) прямоугольная трапеция?



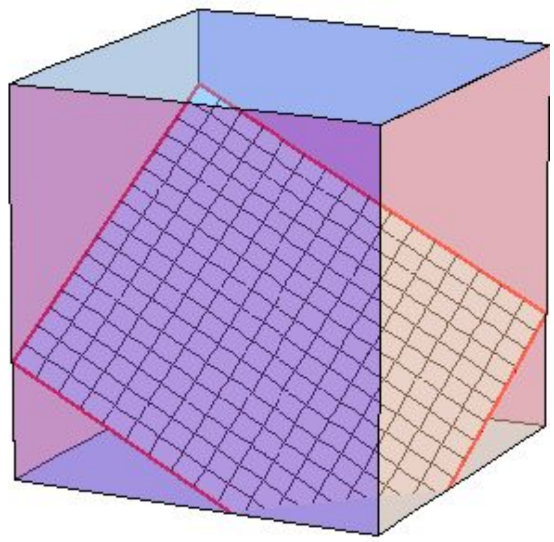
Ответ: а) Да; б) да; в) да; г) да; д) да; е) нет.

Упражнение 3

Может ли в сечении куба плоскостью получиться:

а) пятиугольник;

б) правильный пятиугольник?



Ответ: а) Да;

б) нет. У пятиугольников, которые получаются в сечении куба, имеются две пары параллельных сторон, а у правильного пятиугольника таких сторон нет.

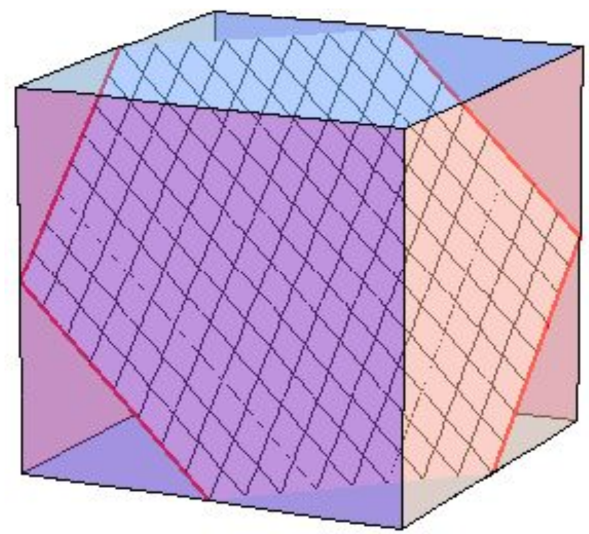
Упражнение 4

Может ли в сечении куба плоскостью получиться:

а) шестиугольник;

б) правильный шестиугольник;

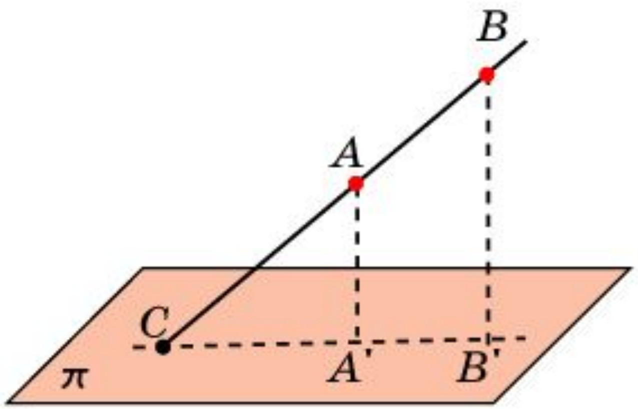
в) многоугольник с числом сторон больше шести?



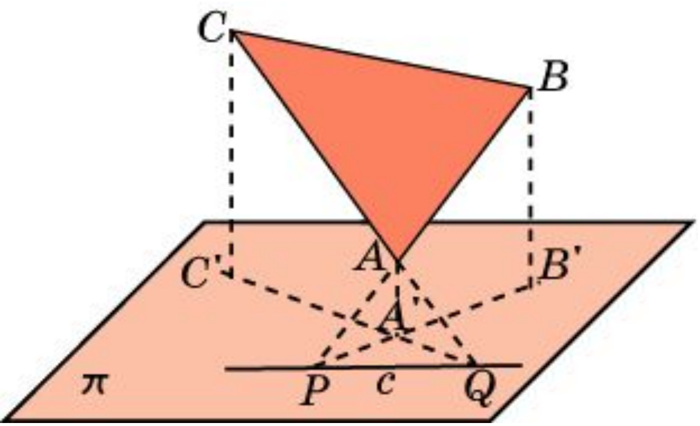
Ответ: а) Да; б) да;   в) нет.

Построение сечений

При построении сечений многогранников, базовыми являются построения точки пересечения прямой и плоскости, а также линии пересечения двух плоскостей.



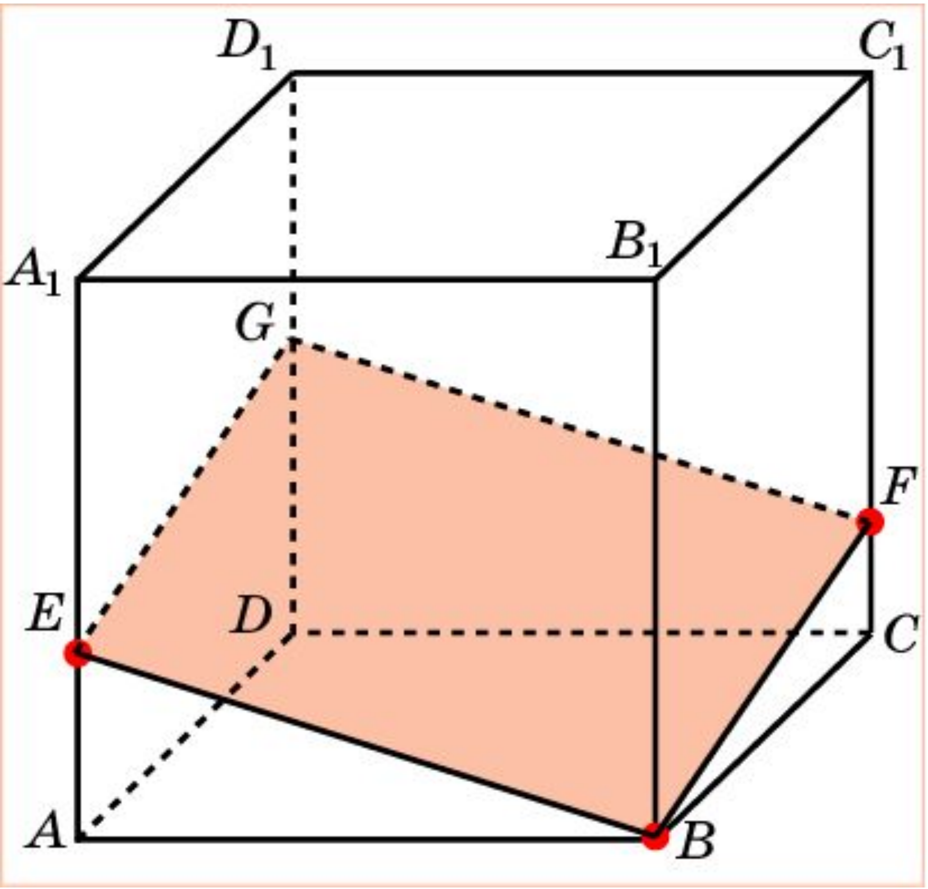
Если даны две точки *A* и *B* прямой и известны их проекции *A’* и *B’* на плоскость, то точкой *C* пересечения данных прямой и плоскости будет точка пересечения прямых *AB* и *A’B’*



Если даны три точки *A, B*, *C* плоскости и известны их проекции *A’*, *B’*, *C’* на другую плоскость, то для нахождения линии пересечения этих плоскостей находят точки *P* и *Q* пересечения прямых *AB* и *AC* со второй плоскостью. Прямая *PQ* будет искомой линией пересечения плоскостей.

Упражнение 1

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки *E*, *F*, лежащие на ребрах куба и вершину *B*.



Решение. Для построения сечения куба, проходящего через точки *E*, *F* и вершину *B*,

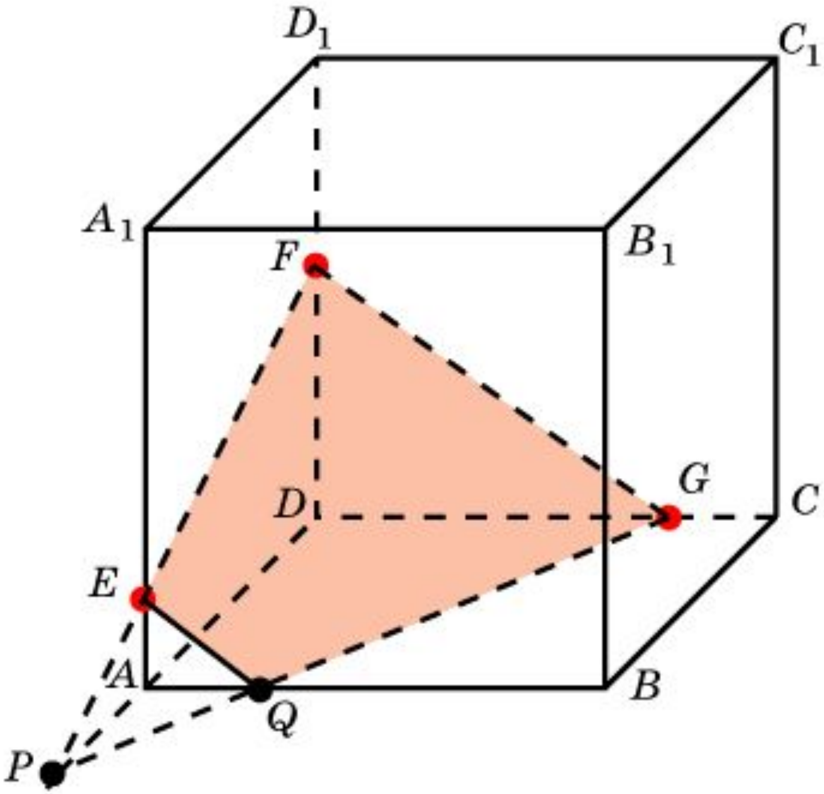
Соединим отрезками точки *E* и *B*, *F* и *B*.

Через точки *E* и *F* проведем прямые, параллельные *BF* и *BE*, соответственно.

Полученный параллелограмм *BFGE* будет искомым сечением.

Упражнение 2

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки E, F, G , лежащие на ребрах куба.



Решение. Для построения сечения куба, проходящего через точки E, F, G,

проведем прямую EF и обозначим P её точку пересечения с AD.

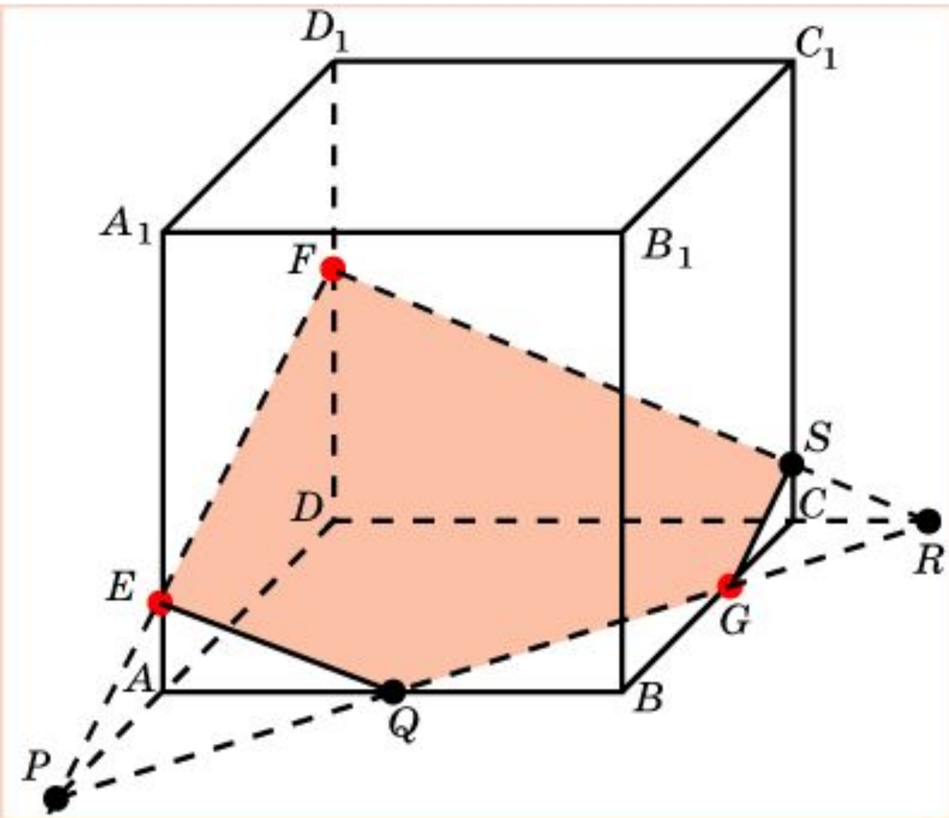
Обозначим Q точку пересечения прямых PG и AB.

Соединим точки E и Q, F и G.

Полученная трапеция $EFGQ$ будет искомым сечением.

Упражнение 3

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки E, F, G , лежащие на ребрах куба.



Решение. Для построения сечения куба, проходящего через точки E, F, G, проведем прямую EF и обозначим P её точку пересечения с AD.

Обозначим Q, R точки пересечения прямой PG с AB и DC.

Обозначим S точку пересечения FR с CC_1.

Соединим точки E и Q, G и S.

Полученный пятиугольник $EFSGQ$ будет искомым сечением.