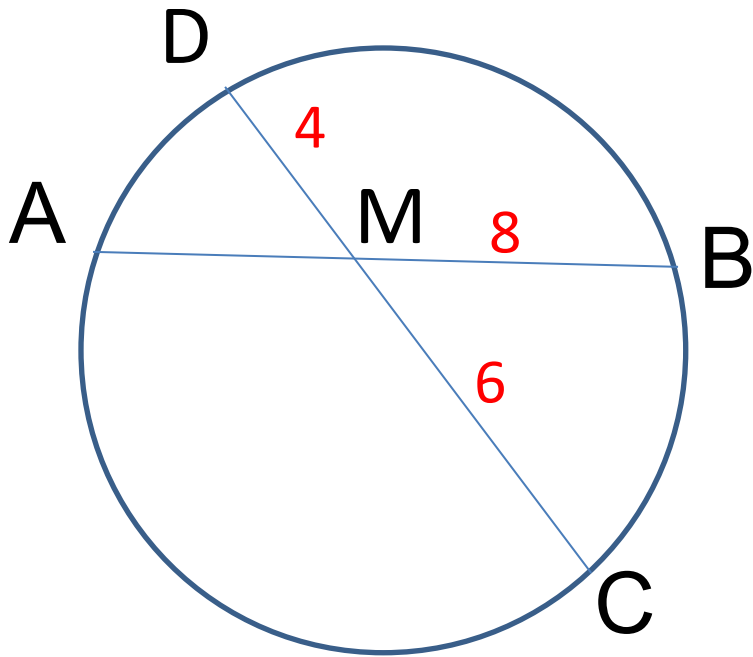


Подготовка к ОГЭ.

Окружность.

Уровень А

Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. Найдите МА, если $MB = 8$ см, $MC = 6$ см, $MD = 4$ см.

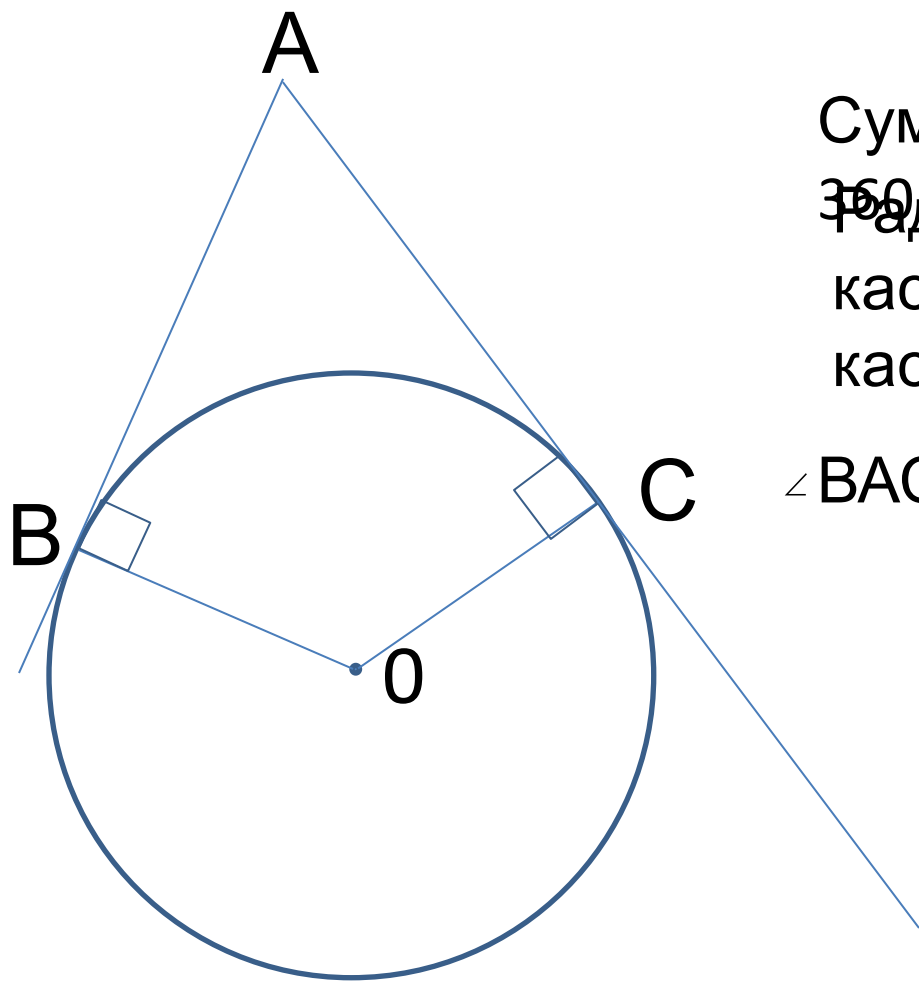


$$AM \cdot MB = CM \cdot MD$$

$$AM \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

$$AM = 3$$

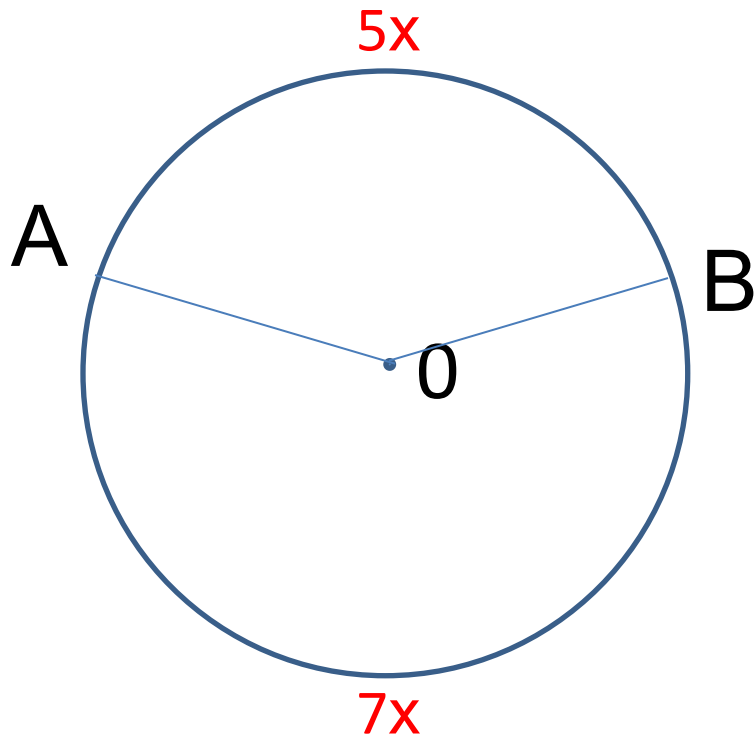
Окружность с центром O касается сторон угла с вершиной A в точках B и C . Найдите угол BAC , если угол BOC равен 147 .



Сумма углов четырехугольника - ~~360~~
Радиусы, проведенные в точку касания – перпендикулярны касательной.

$$\angle BAC = 360 - 90 - 90 - 147 = 33$$

Точки А и В делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 5:7. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг.

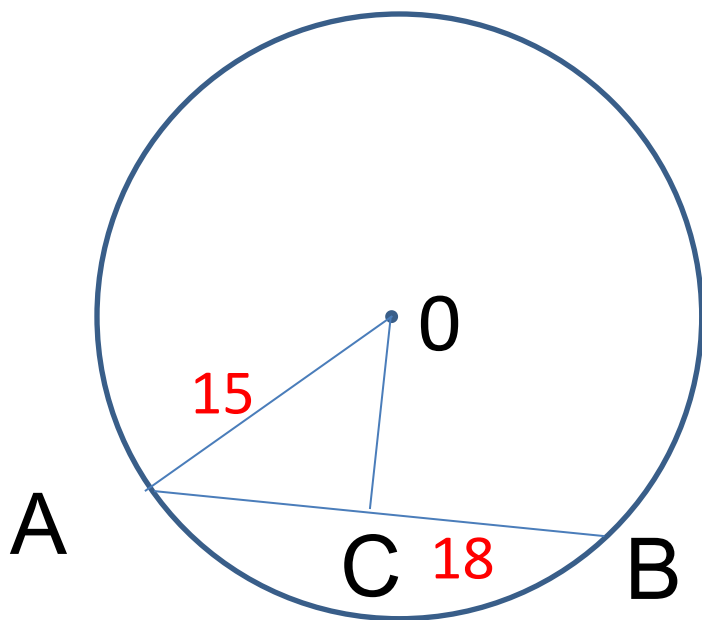


$$5x + 7x = 360$$

$$x = 30$$

$$\angle AOB = 5 \cdot 30 = 150$$

Радиус окружности равен 15 см. Найдите расстояние от центра окружности до хорды, длина которой равна 18 см.



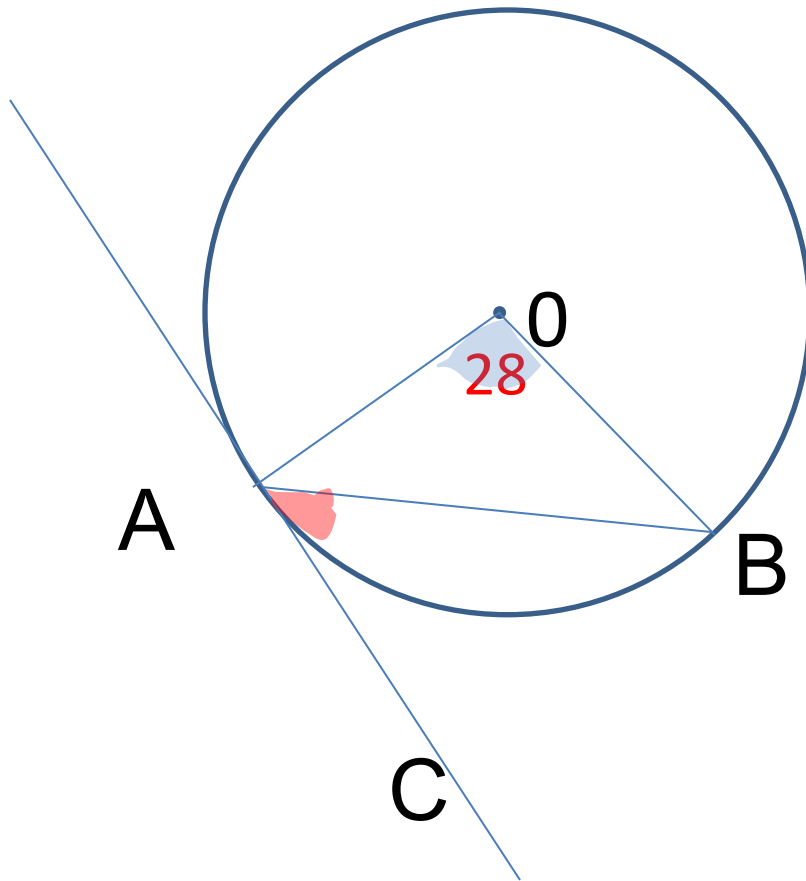
Т.к. $OC \perp AB$, то

$$AC = BC = 9$$

по т. Пифагора

$$\begin{aligned} OC &= \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15 - 9)(15 + 9)} \\ &= \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 4} = 6 \cdot 2 = 12 \end{aligned}$$

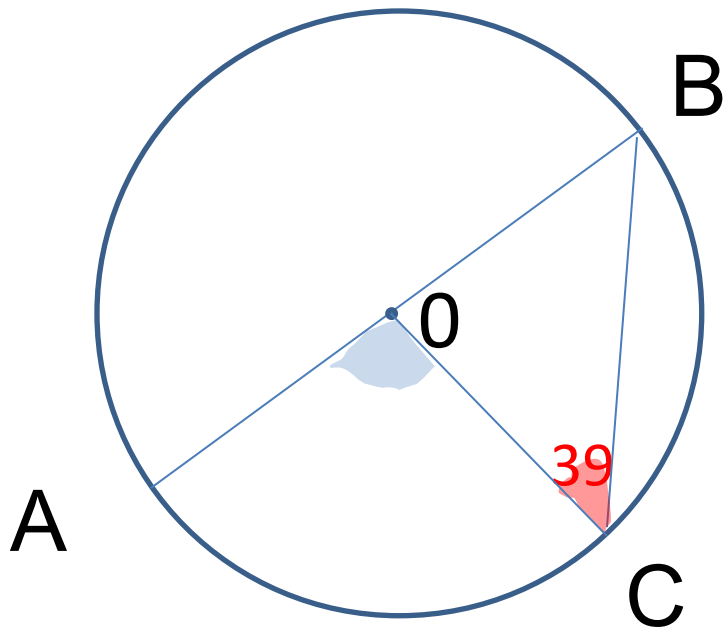
Стро́жок АВ является хордой окружности с центром О. Найдите угол между прямой АВ и касательной к окружности, проходящей через точку А, если угол АОВ равен 28.



$OA \perp AC$ (как радиус,
проведенный в точку касания)

$\triangle AOB$ - равнобедренный
($OA=OB$ – как радиусы одной
окружности)
 $\angle OAB = \angle OBA = (180 - 28) : 2$
 $\angle BAC = 90 - \angle OAB =$
 $= 90 - 76 = 14$

Отрезки АВ и ВС являются соответственно диаметром и хордой окружности с центром О. Найдите угол АОС, если угол ОСВ равен 39.



$\triangle BOC$ - равнобедренный
($OC=OB$ – как радиусы одной
окружности)
 $\angle BOC = 180 - 39 \cdot 2 = 102$

$$\begin{aligned}\angle AOC &= 180 - \angle BOC = \\ &= 180 - 102 = 78 \\ &\text{или}\end{aligned}$$

$$\angle AOC = 39 + 39 = 78$$

Внешний угол треугольника
равен сумме двух углов, не
смежных с ним.

Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если $AP = 4$ см, $BM = 6$ см, $CK = 3$ см.

Отрезки касательных, проведенных из одной точки

~~равны~~ равны

$$AM = AP$$

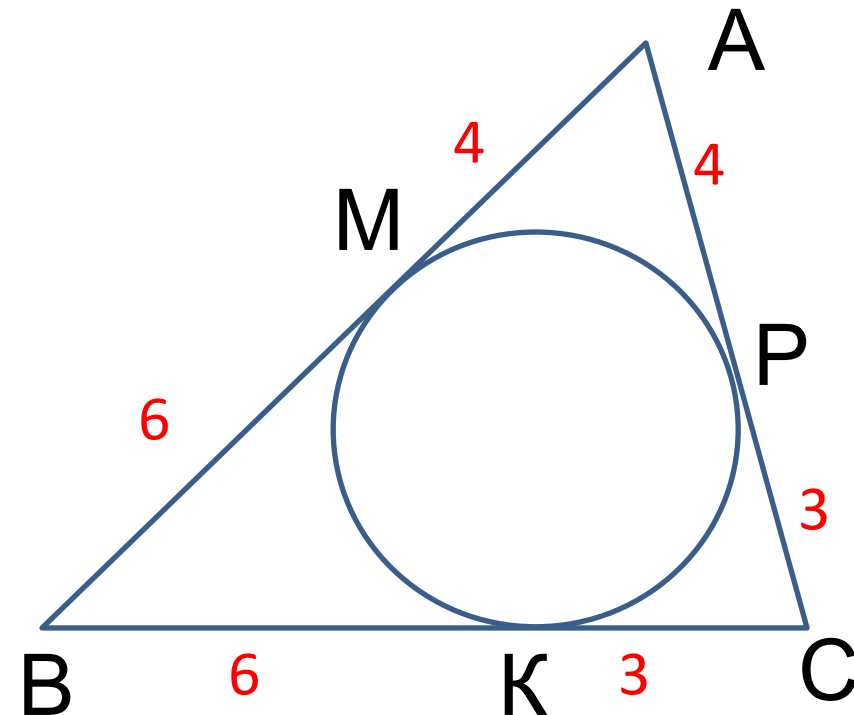
$$CP = CK$$

$$AB = 10$$

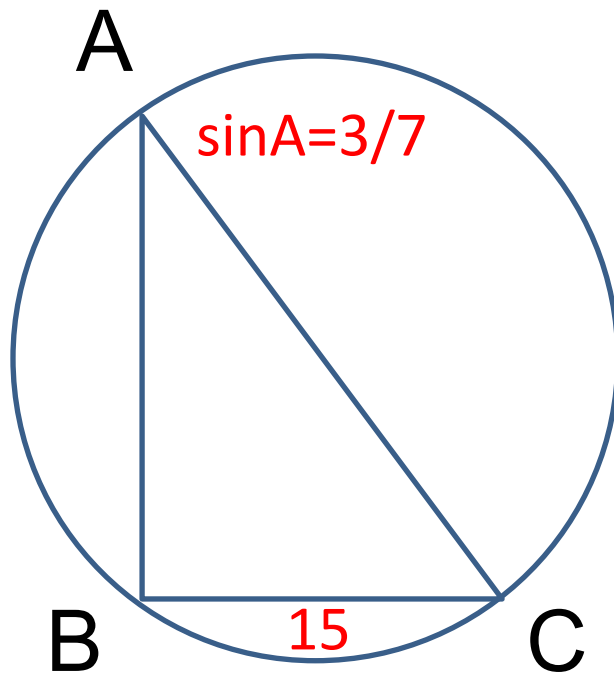
$$AC = 7$$

$$BC = 9$$

$$P = 10 + 7 + 9 = 26$$



Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если синус одного из углов треугольника равен $\frac{3}{7}$, а противолежащий этому углу катет равен 15 см.



Центр описанной около п/у треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.

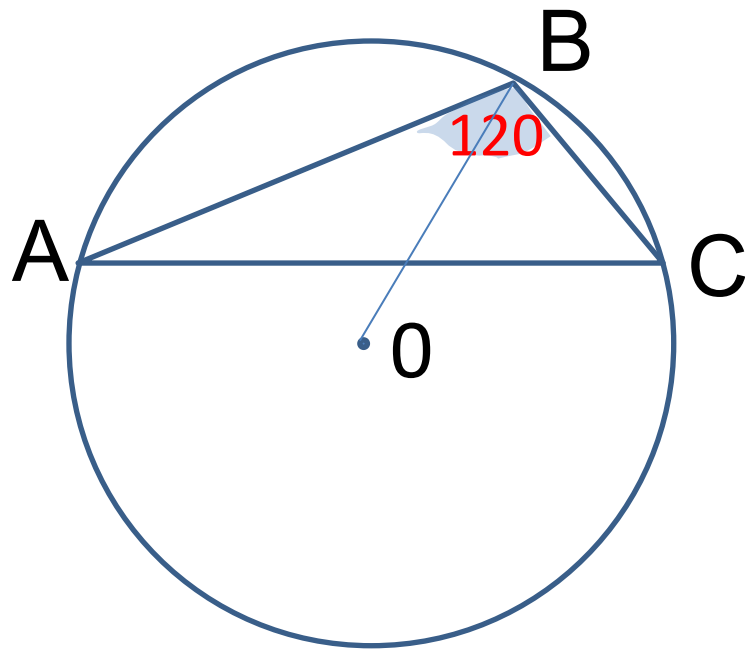
$$d = AC$$

$$\sin A = BC/AC$$

$$\frac{3}{7} = 15/AC$$

$$AC = 35$$

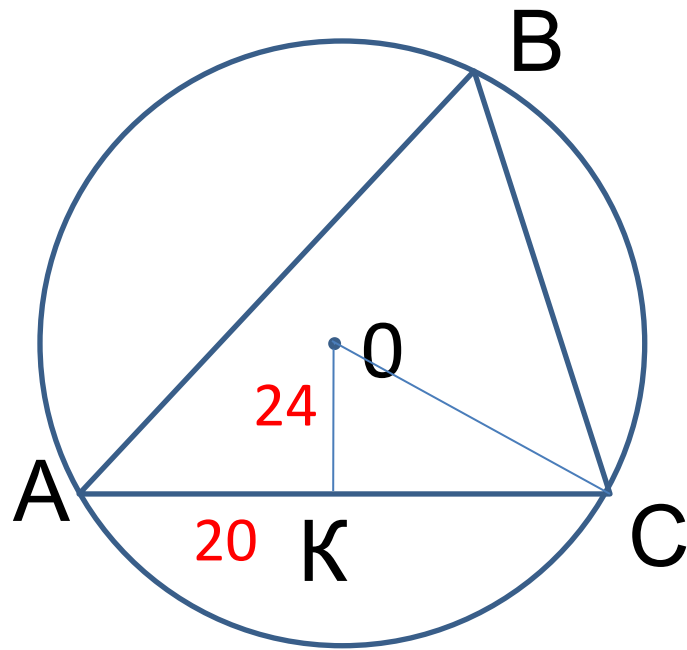
Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 120° , а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно 18 см .



Т.к. в вписанном треугольнике тупой угол, то этот треугольник лежит по одну сторону от центра окружности.

$$OB = r = 18$$

Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, если одна из сторон треугольника равна 20 см, а расстояние от центра окружности до этой стороны равно 24 см.



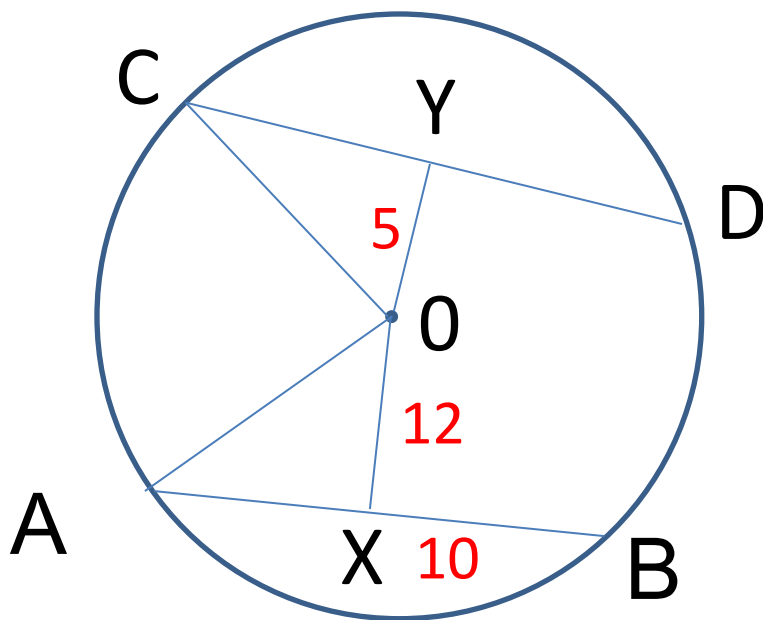
Т.к. $OK \perp AC$, то
 $AK = KC = 10$
по т. Пифагора

$$OC = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$$

Уровень В

Отрезки АВ и CD являются хордами окружности.

Найдите длину хорды CD, если $AB = 10$ см, а расстояния от центра окружности до хорд АВ и CD равны соответственно 12 см и 5 см.



$$OX = 12$$

по т. Пифагора

$$OA = \sqrt{6^2 + 12^2} = 13$$

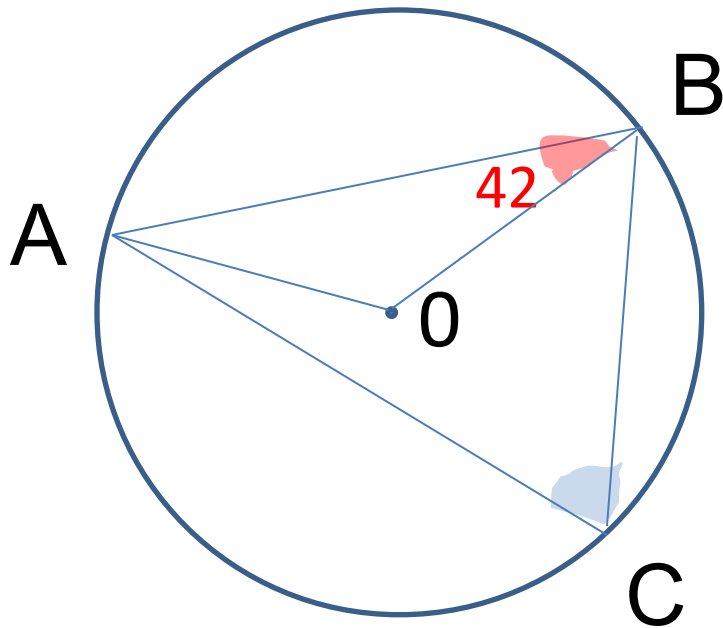
$$OA = OC = 13$$

по т. Пифагора

$$OY = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

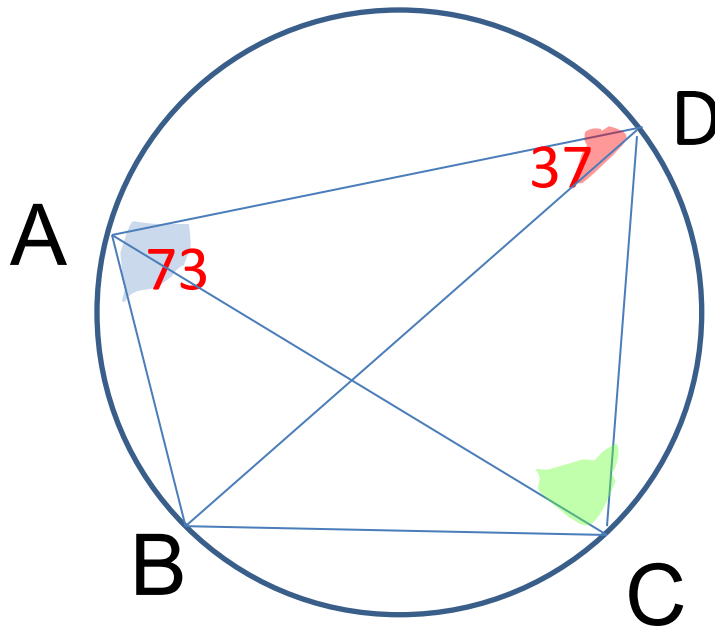
$$CD = 24$$

Отрезки АВ и ВС являются хордами окружности с центром О. Найдите угол АСВ, если угол АВО равен 42.



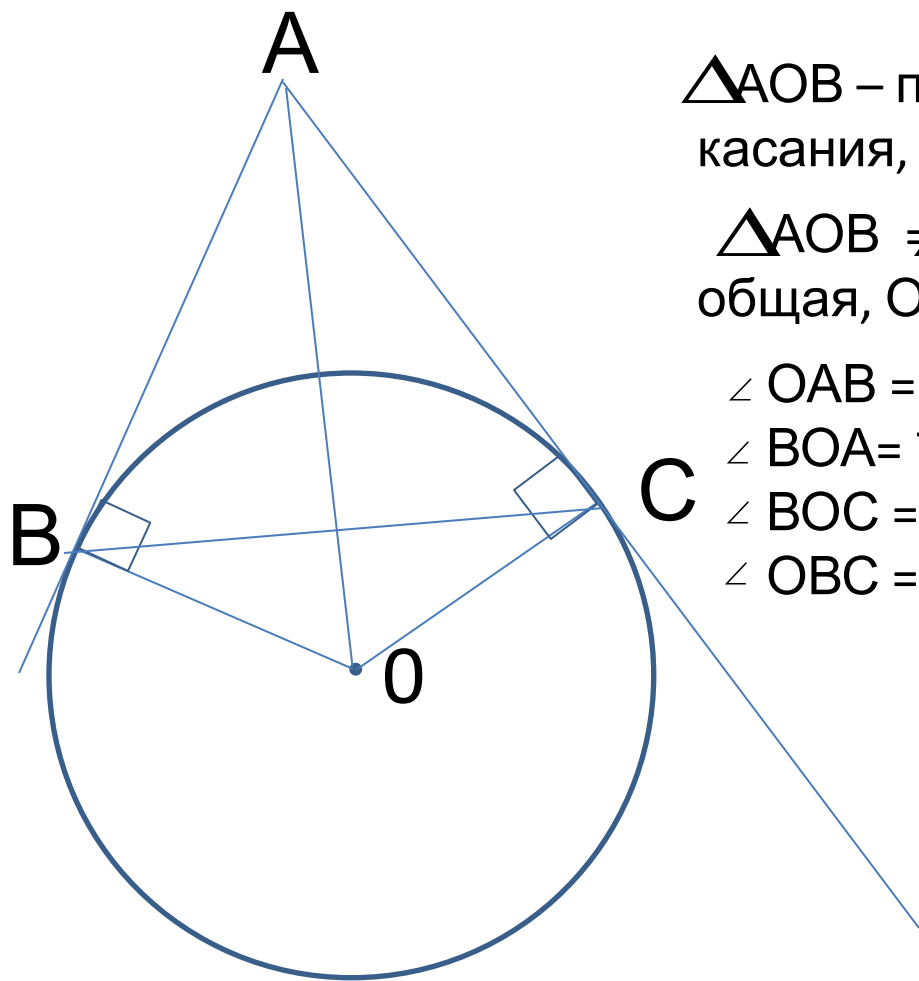
- ∠ ACB – вписанный угол,
- ∠ AOB – соответствующий ему центральный
- ∠ AOB = $180 - 42 \cdot 2 = 96$
- ∠ AOB = $96 : 2 = 48$

В окружность вписан четырехугольник ABCD. Найдите угол ACD, если углы BAD и ADB равны соответственно 73 и 37.



$$\begin{aligned}\triangle ABD: \angle ABD &= 180 - (73 + 37) = 70 \\ \angle ABD &= \angle ACD - \text{как вписанные} \\ &\quad \text{углы, опирающиеся на одну дугу} \\ \angle ACD &= 70\end{aligned}$$

Окружность с центром O касается сторон угла с вершиной A , величина которого равна 40° , в точках B и C . Найдите углы треугольника BOC .



$\triangle AOB$ – п/у (радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной)

$\triangle AOB \cong \triangle AOC$ по катету и гипотенузе (AO – общая, $OB = OC = r$)

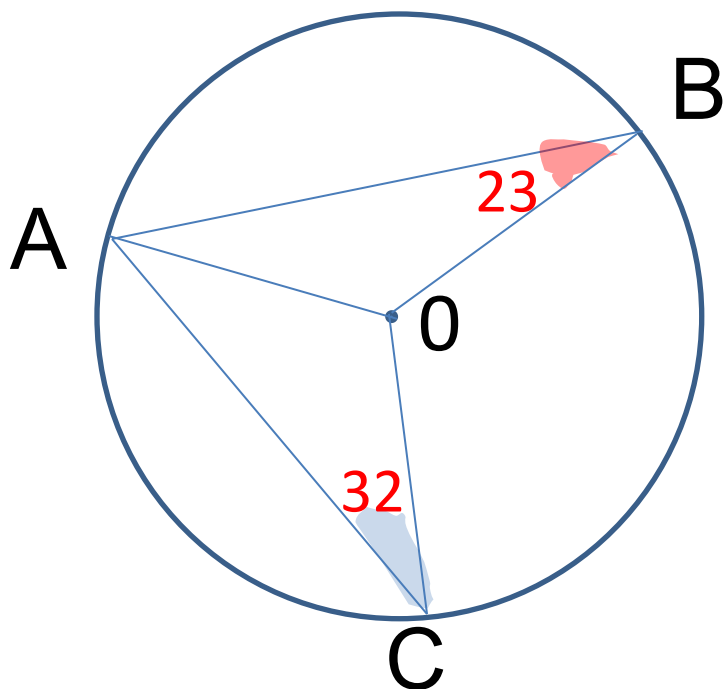
$$\angle OAB = 20$$

$$\angle BOA = 70$$

$$\angle BOC = 140$$

$$\angle OBC = \angle OCB = (180 - 140) : 2 = 20$$

Отрезки АВ и АС являются хордами окружности с центром О. Найдите угол ВАС, если известно, что он является острым и что углы АВО и АСО равны соответственно 23 и 32.



Угол ВАС – острый, значит его стороны лежат по разные стороны от центра окружности.

$\triangle AOB$ – равнобедренный

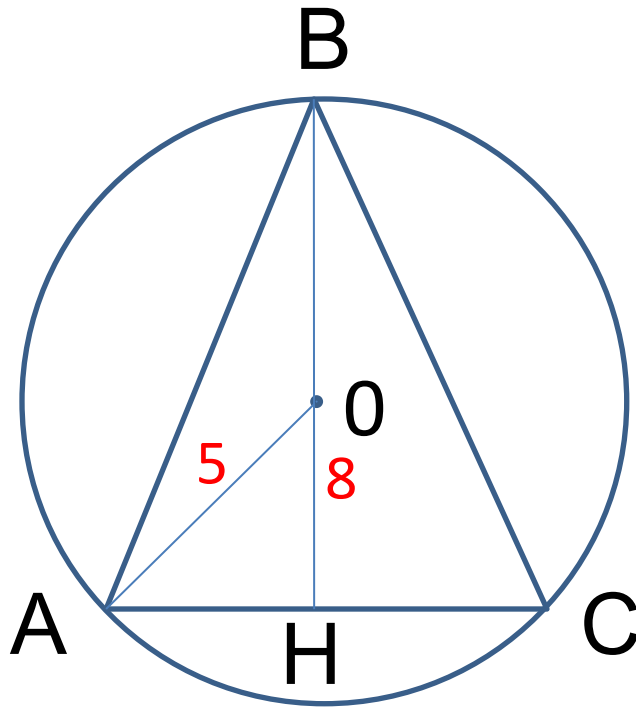
$$\angle OAB = 23$$

$\triangle AOC$ – равнобедренный

$$\angle OAC = 32$$

$$\angle BAC = 23 + 32 = 55$$

Радиус окружности, описанной около
равнобедренного треугольника равен 5 см, а
высота, проведенная к основанию, равна 8 см.
Найдите площадь треугольника.



Т.к. треугольник р/б, то центр
описанной окружности лежит на
высоте, проведенной к основанию.

$$OA = OB = R = 5$$

$$OH = 8 - 5 = 3$$

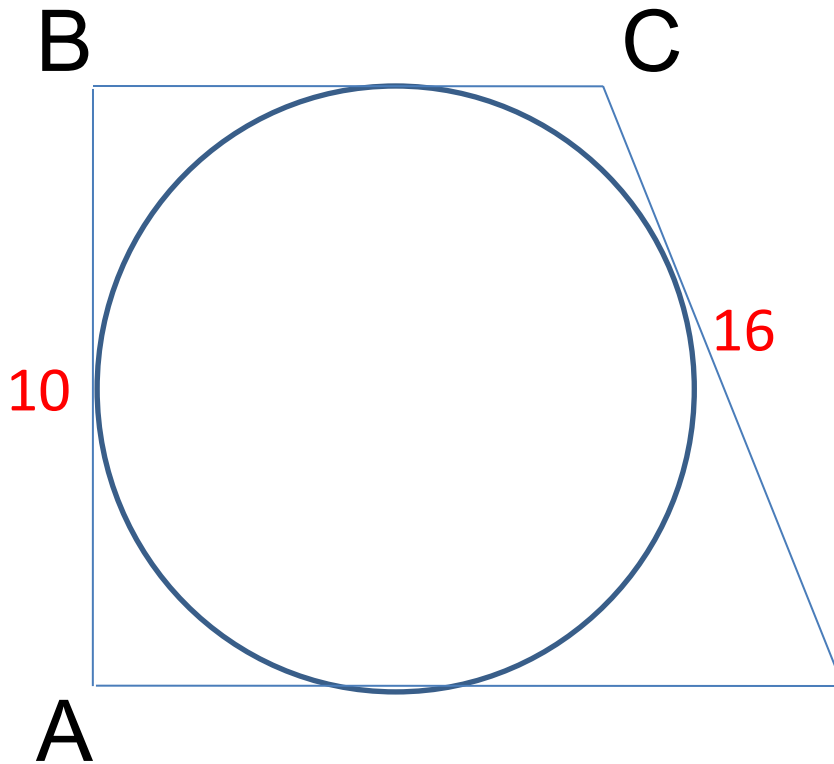
по т. Пифагора

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$AC = 8$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

Найдите площадь п/у трапеции, боковые стороны которой равны 10 см и 16 см, если известно, что в эту трапецию можно вписать окружность.



Т.к. в трапецию можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон трапеции равны.

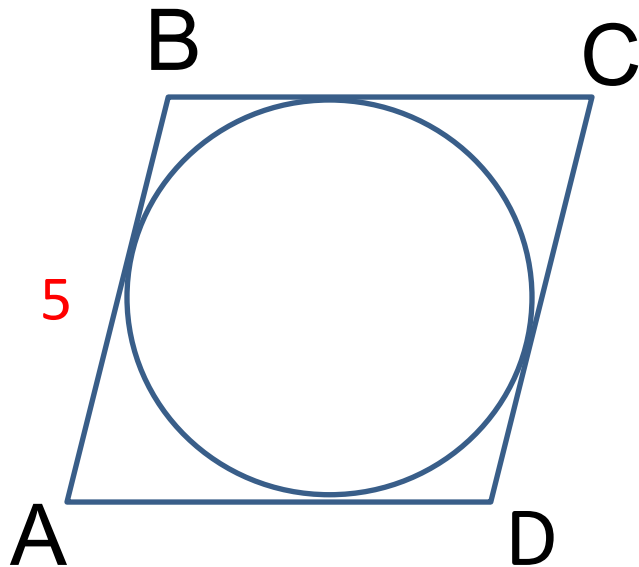
Т.к. трапеция – п/у, то $AB = h$

$$AB + CD = BC + AD = 26$$

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB$$

$$S = 130$$

В параллелограмм вписана окружность.
Найдите периметр параллелограмма, если одна
из его сторон равна 5 см.

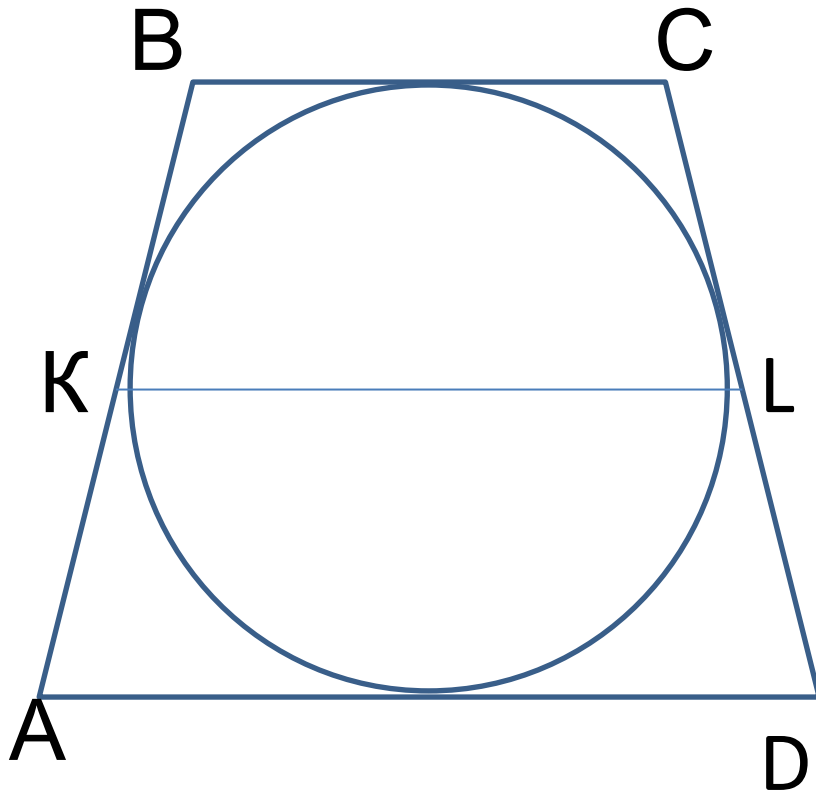


Т.к. в параллелограмм можно
вписать окружность, он является
ромбом.

$$P = 4a$$

$$P = 4 \cdot 5 = 20$$

В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 16 см, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.



Т.к. в трапецию можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон трапеции равны.

$$AB + CD = BC + AD = 16$$

$$KL = \frac{BC + AD}{2}$$

$$KL = 8$$