

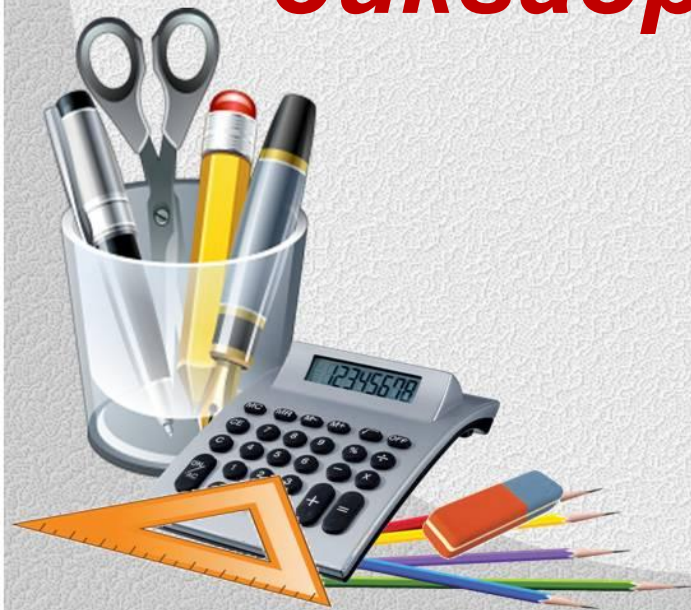
Алгебра 8 класс

«Уравнения приводимые к квадратным. Биквадратные уравнения»



Определение.

Уравнение вида $ax^4+bx^2+c=0$,
где a , b и c – данные числа и $a \neq 0$,
а x - неизвестное, называют
биквадратным уравнением.



Алгоритм решения биквадратного уравнения:

- 1) Введем в уравнение новую переменную путем обозначения какого-то выражения из этого уравнения;
- 2) Вместо этого выражения подставляем новую переменную и получим квадратное уравнение относительно новой переменной;



- 3) Решаем полученное квадратное уравнение;
- 4) Способом подстановки находим значение исходной переменной;
- 5) С помощью проверки определяем корни данного уравнения.



Пример

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0$$

Пусть $x^2 = t$ тогда получим уравнение
 $t^2 - 4t + 3 = 0$

$$\frac{2 \pm 4}{2} = \frac{4 \pm 4}{2} = \frac{21 - 4 \pm 4}{2} = \frac{8 \cdot 1 \cdot 4 - 4 \pm 4}{1 \cdot 2} = 2, 1$$

$$t_1 = 3$$

$$t_2 = 1$$

Обратная подстановка:

$$1) x^2 = 3$$

$$2) x^2 = 1$$

$$x = \pm \sqrt{3}$$

$$x = \pm 1$$

Ответ: $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm 1$.



Пример $x^4 - 2x^2 - 2 = 0$

Пусть $x^2 = t$ тогда получим уравнение

$t^2 - 2t - 2 = 0$, по формуле корней приведенного квадратного уравнения, получим

$$\frac{2 \pm 4}{2} = \frac{4 \pm 4}{2} = \frac{21 - 21 \pm 4}{2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \pm 4}{2} = 2, 1 \pm 2$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

Обратная подстановка:

$$1) x^2 = 1 + \sqrt{3}$$

$$2) x^2 = 1 - \sqrt{3}$$

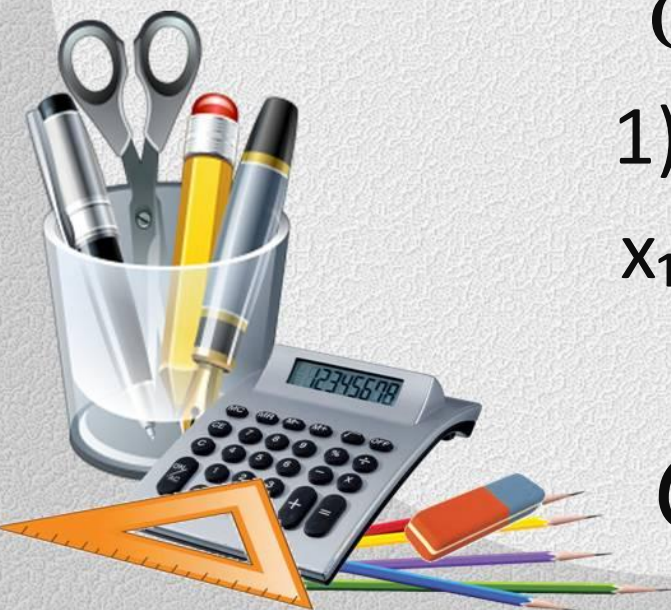
$$x_{1,2} = \pm \sqrt{1 + \sqrt{3}}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{1 - \sqrt{3}}$$

нет корней, т.к.

Ответ: $x_1^{D < 0}$

$$\sqrt{1 + \sqrt{3}}$$



Пример 3: $2x^4 - 3x^2 + 5 = 0$

Пусть $x^2 = t$ тогда получим уравнение

$$2t^2 - 3t + 5 = 0$$

$$\frac{3 \pm 4}{2} = \frac{4 \sqrt{\pm 4}}{2} = \frac{31 - 21 \sqrt{\pm 4}}{2} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 4 - 5 \sqrt{\pm 4}}{1 \cdot 2} = \dots$$

Корней нет, т. к. $\frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$

Ответ: корней нет.



Пример $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

4. Применим формулу квадрат разности, тогда
получим уравнение $(3x^2 - 1)^2 - 0 = 0$

$$3x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$\pm$

Ответ: $x_1,$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$x_2 = \pm$



Пример5 $x^4+10x^2+25=0$

Применим формулу квадрат суммы, тогда
получим уравнение (x^2+5)

$$x^2+5=$$

$$x^2=-$$

Нет

корней

Ответ: корней
нет.

