

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Цель курса: Изучение методов статического и динамического расчетов инженерных сооружений

Тема практического занятия

***Кинематический анализ плоских
стержневых конструкций***

Цели практического занятия

научиться:

определять для плоских стержневых конструкций кинематические и статические признаки

*Краткая сводка основных
теоретических положений и
рабочих формул*

22.05.2020

ПГУ

4

Основа определения кинематических и статических признаков конструкции

подсчет числа степеней свободы и анализ геометрической структуры конструкций

Формула для подсчета числа степеней свободы

$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

Исходы при подсчете числа степеней свободы

$$W > 0$$

$$W = 0$$

$$W < 0$$

Необходимость анализа геометрической структуры

$$W \leq 0$$

Суть анализа структуры

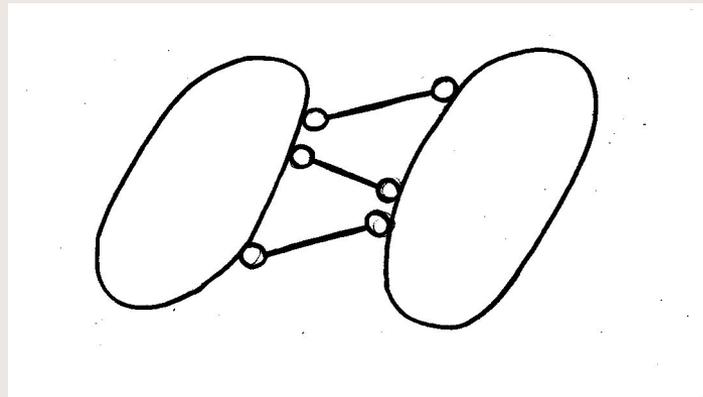
Рассмотрение схем соединения элементов кинематической цепи между собой

Цель анализа структуры

поиск схем соединения элементов кинематической цепи между собой, приводящих к образованию мгновенного центра вращения

Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

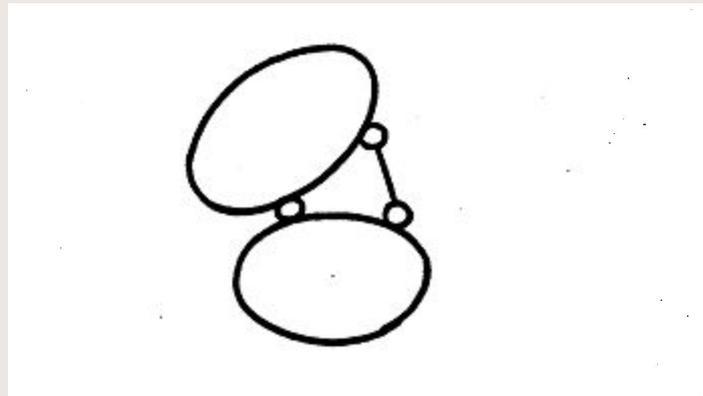
Правильное соединение двух дисков



Два диска, соединенные между собой тремя непараллельными и не пересекающимися в одной точке стержнями, образуют единый диск

Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

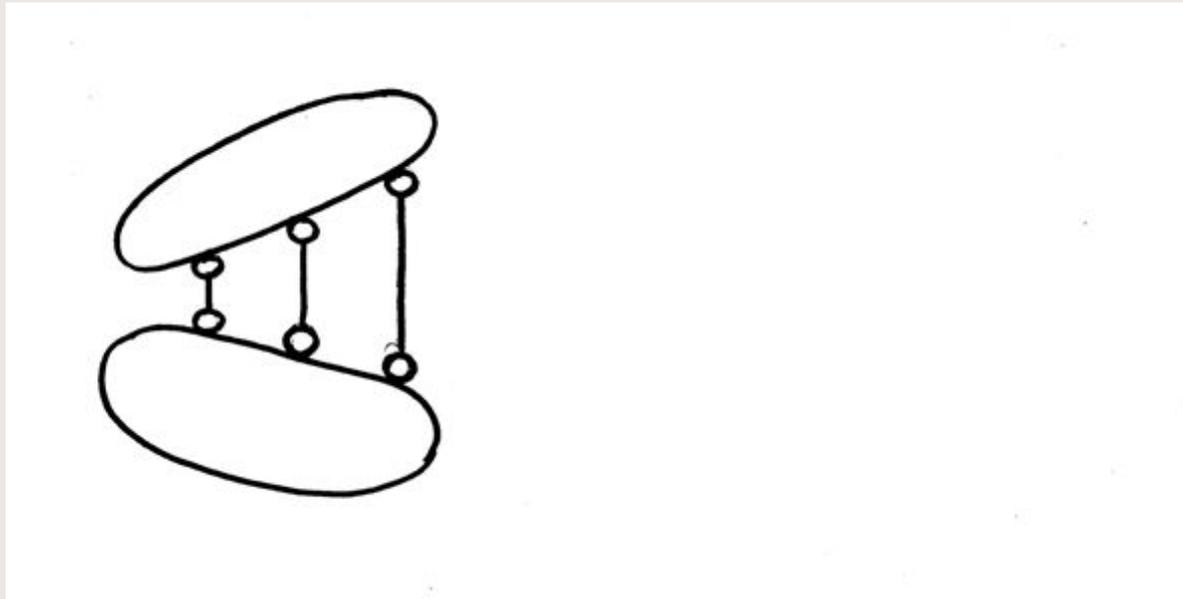
Правильное соединение двух дисков



Два диска, соединенные между собой при помощи шарнира и стержня, ось которого не пересекает шарнир, образуют единый диск

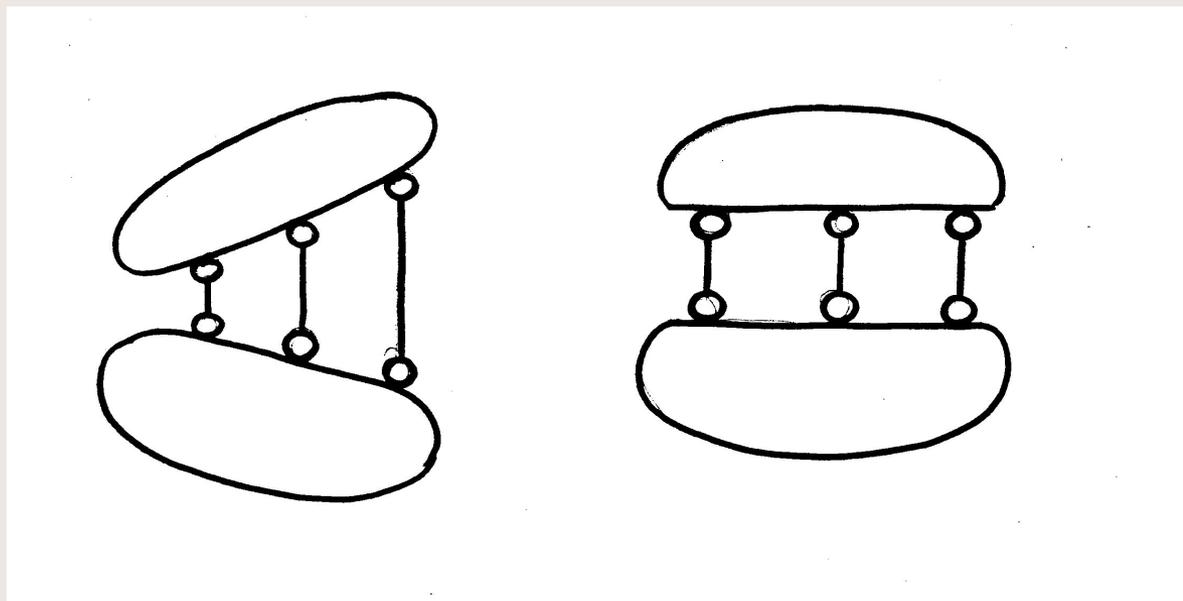
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение двух дисков



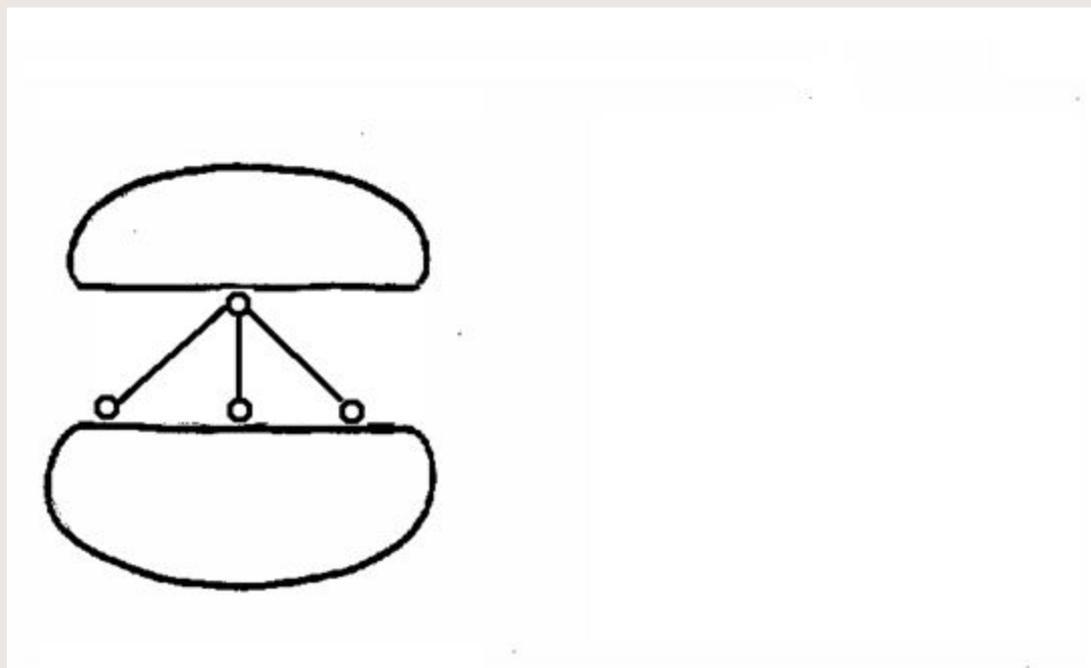
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение двух дисков



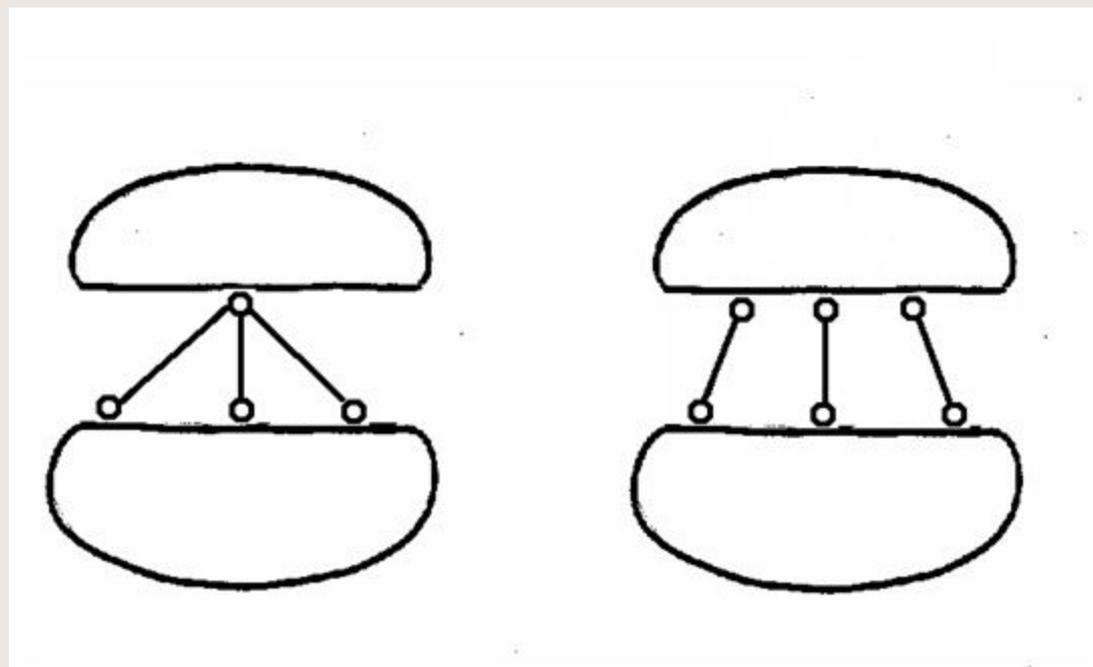
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение двух дисков



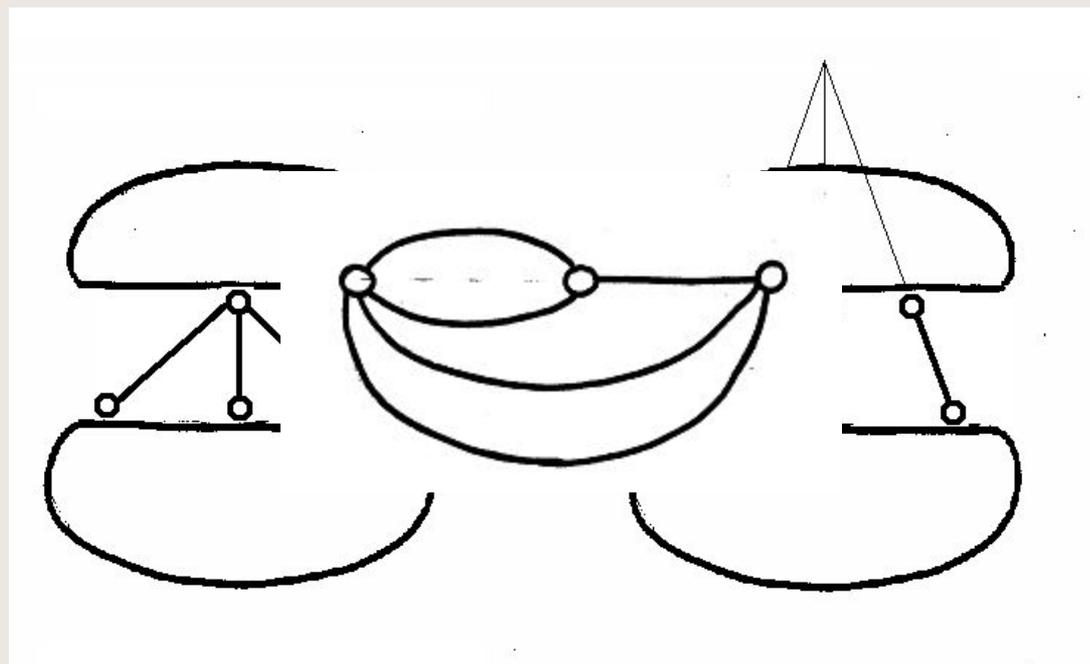
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение двух дисков



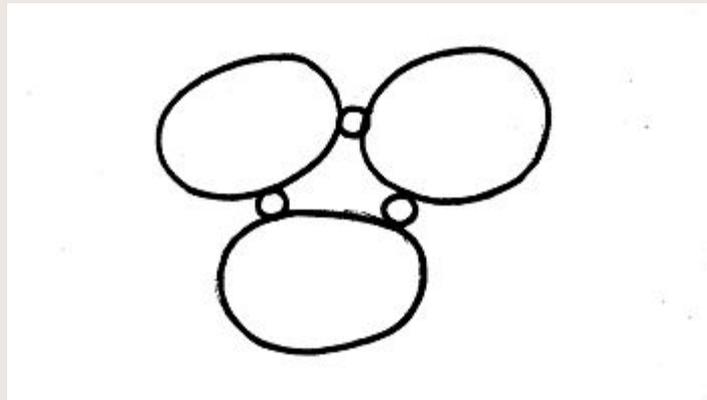
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение двух дисков



Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

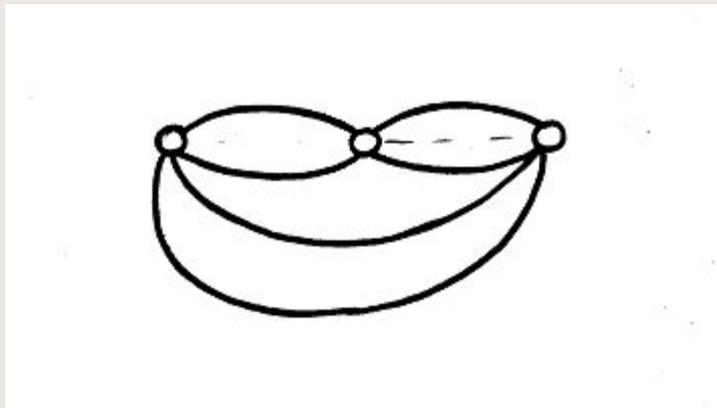
Правильное соединение трех дисков



Три диска, соединенные между собой тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой, образуют единый диск

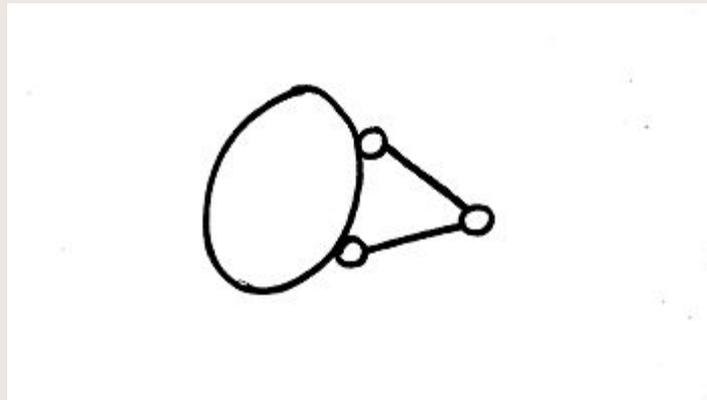
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение трех дисков



Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

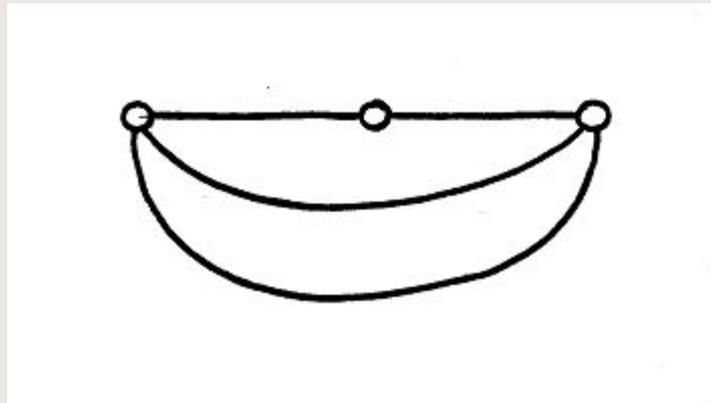
Правильное соединение диска и узла



Узел, прикрепленный к диску с помощью двух стержней, не лежащих на одной прямой, образует с ним единый диск

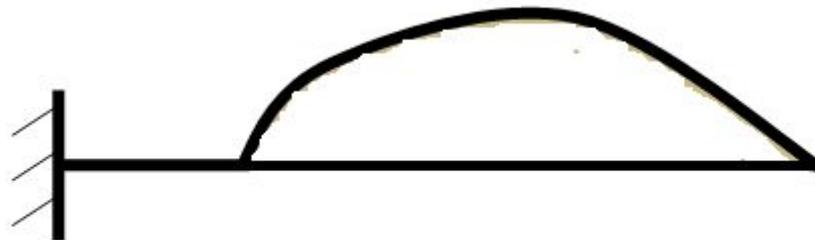
Основные схемы соединения элементов кинематической цепи

Неправильное соединение диска и узла



Основные схемы присоединения элементов кинематической цепи к основанию

Консольная схема опирания

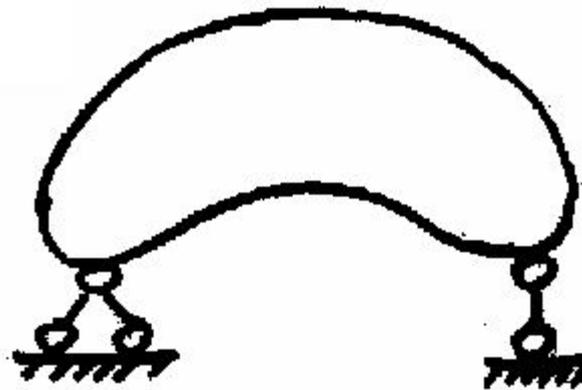


Данная схема опирания всегда позволяет геометрически неизменяемой системе образовать единый диск с основанием

Основные схемы присоединения элементов кинематической цепи к основанию

Балочная схема опирания

Правильное расположение опор



Основные схемы присоединения элементов кинематической цепи к основанию

Балочная схема опирания

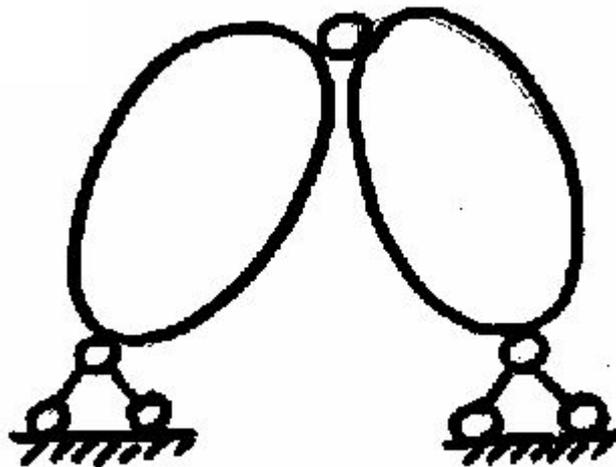
Неправильное расположение опор



Основные схемы присоединения элементов кинематической цепи к основанию

Трехшарнирная схема опирания

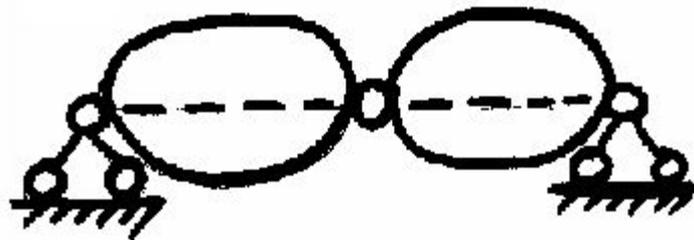
Правильное взаимное расположение опор и шарнира



Основные схемы присоединения элементов кинематической цепи к основанию

Трехшарнирная схема опирания

Неправильное взаимное расположение опор и шарнира



Алгоритм кинематического анализа плоской стержневой системы

- ✓ Изобразить расчетную схему системы в виде кинематической цепи
- ✓ Подсчитать число D , U , $Ш$, C , C_0
- ✓ Подсчитать W
- ✓ Сделать вывод о кинематических и статических свойствах системы, если $W > 0$
- ✓ Провести анализ геометрической структуры, если $W \leq 0$
- ✓ Сделать вывод о кинематических и статических свойствах системы

Задача

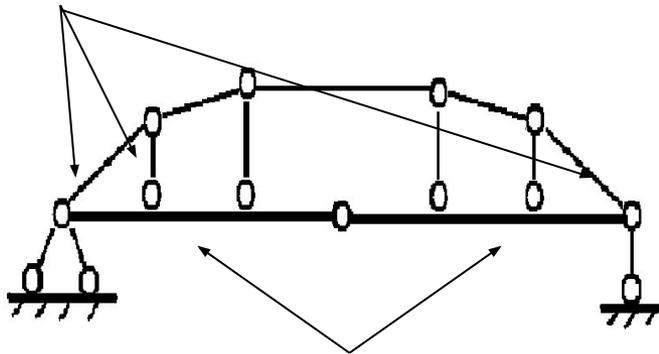
22.05.2020

ПГУ

28

Задана

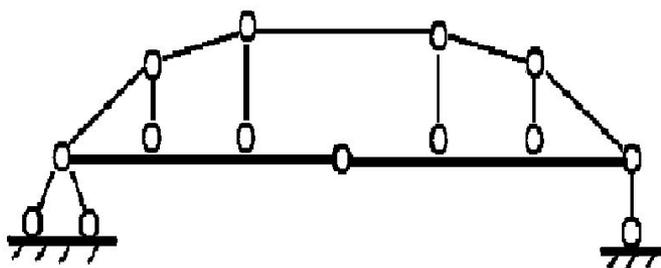
Шарнирно-стержневая цепь



Балка жесткости

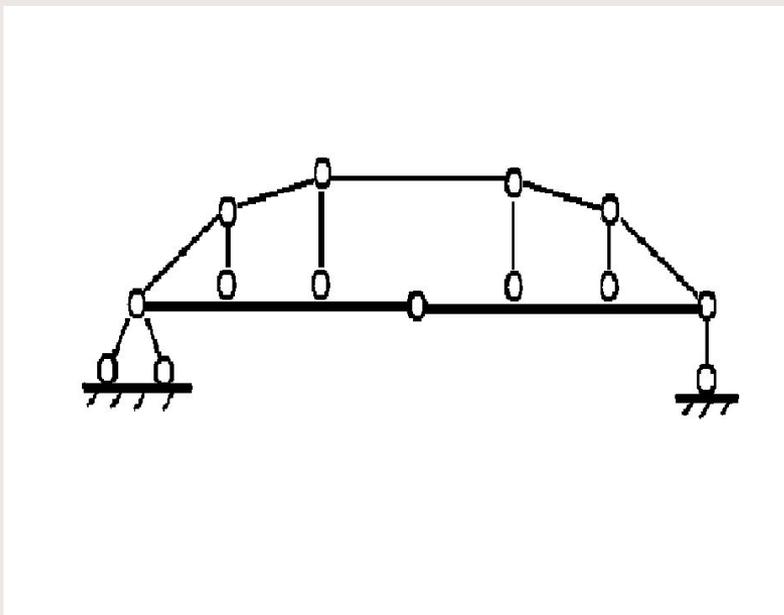
Комбинированная стержневая конструкция, состоящая из балки жесткости и шарнирно-стержневой цепи.

Требуется



*Сделать
кинематический
анализ и дать
заключение о
кинематических и
статических
признаках
комбинированной
системы*

Возможные варианты образования кинематической цепи



Для проведения кинематического анализа рассмотрим два варианта образования цепи:

Первый вариант.

За диски принимаются все элементы конструкции

Второй вариант.

За диски принимаются две части балки жесткости

*Первый вариант образования
кинематической цепи*

22.05.2020

ПГУ

32

Изображение кинематической цепи

Покажем диск «земля»



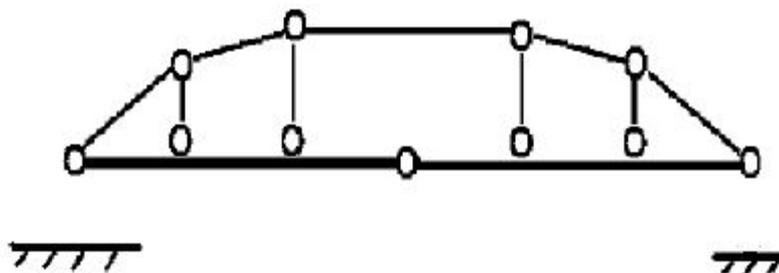
Изображение кинематической цепи

Покажем конструкцию без опор



Изображение кинематической цепи

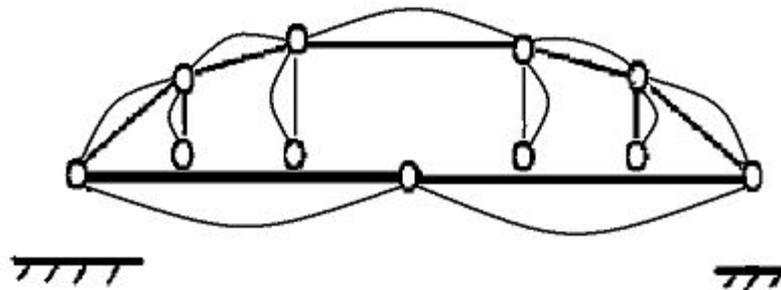
Отнесем все элементы конструкции к дискам



Чтобы это визуально отразить, обведем все элементы дугами

Изображение кинематической цепи

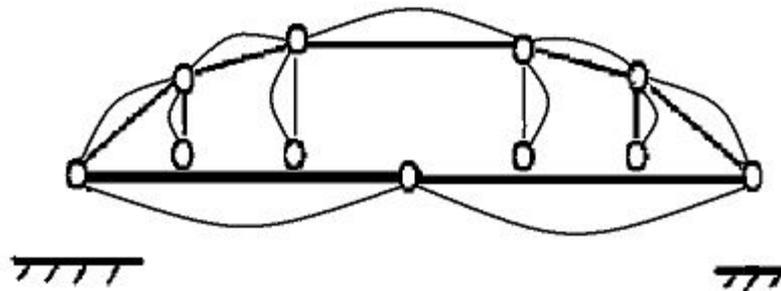
Отнесем все элементы конструкции к дискам



Чтобы это визуально отразить, обведем все элементы дугами

Подсчет числа элементов кинематической цепи

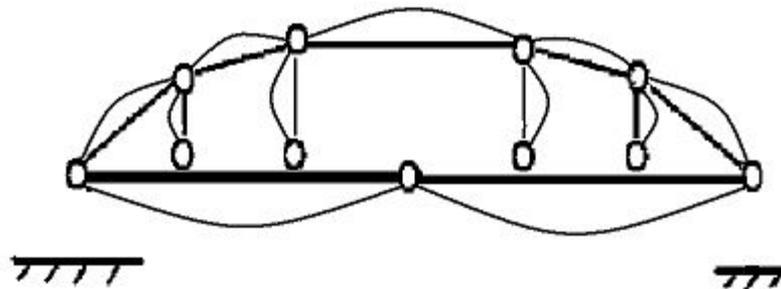
Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3Д + 2У - 2Ш - С - С_0$$

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



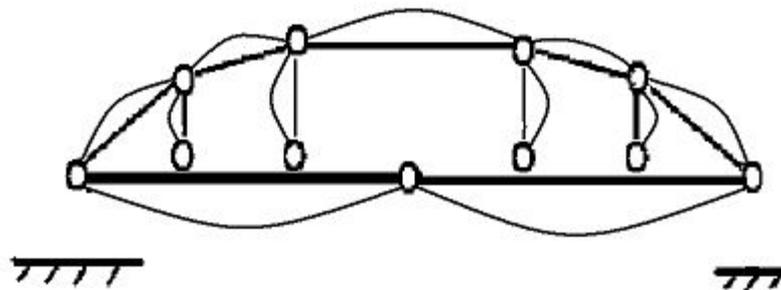
$$D = 11$$

$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

Сначала подсчитаем число дисков и
оно будет равно числу элементов
конструкции. Следовательно

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



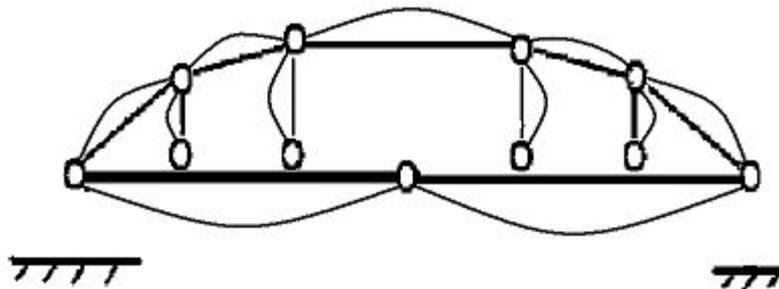
$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$
$$U = 0$$

Число узлов равняется нулю, так как
нет ни одной точки, не принадлежащей
дискам

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

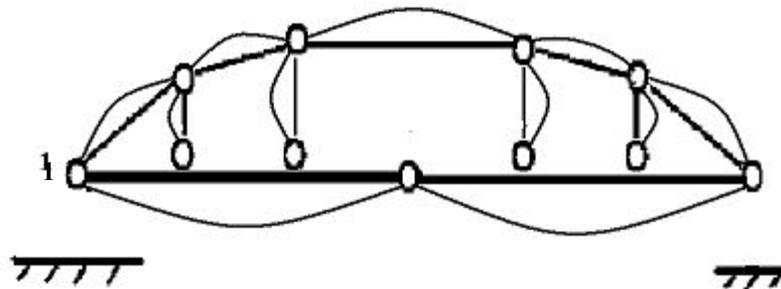
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

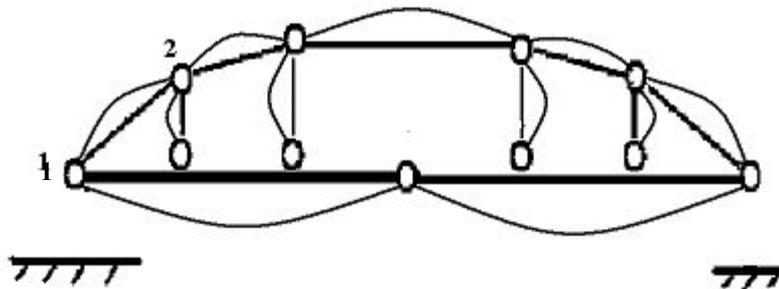
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

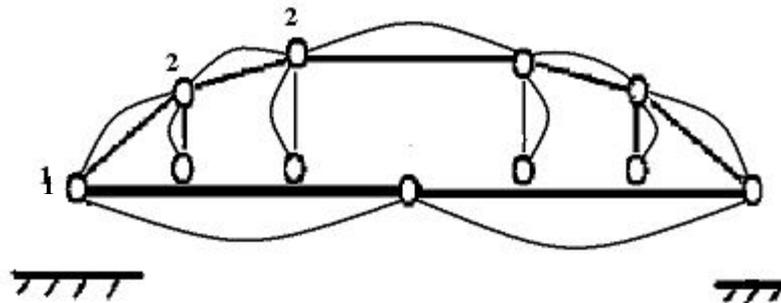
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

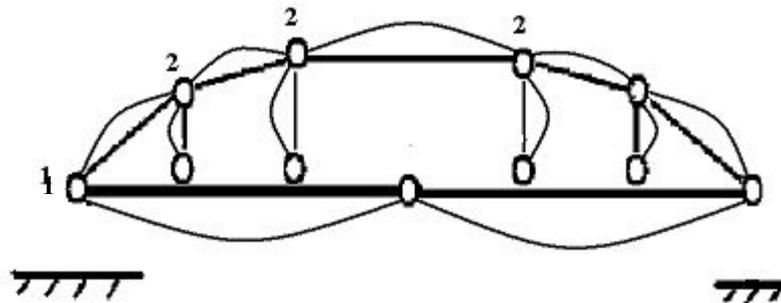
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

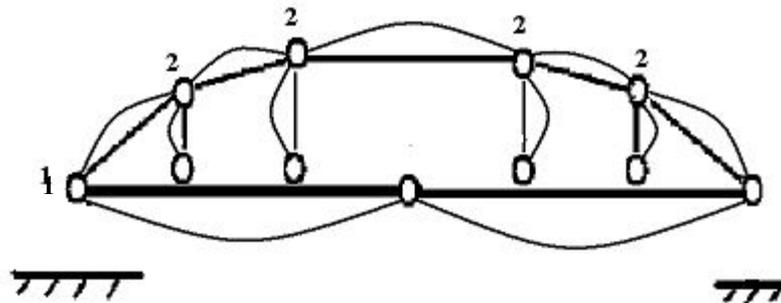
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$D = 11$$

$$U = 0$$

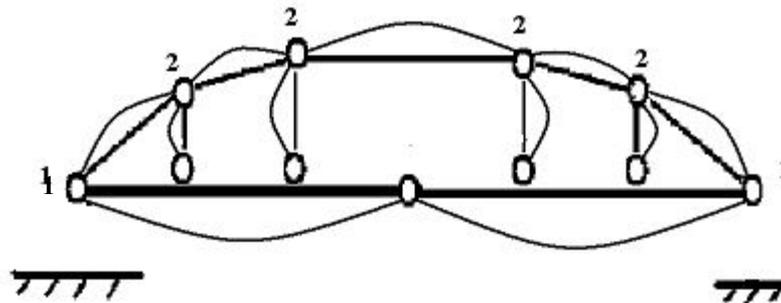
$$Ш = ?$$

$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

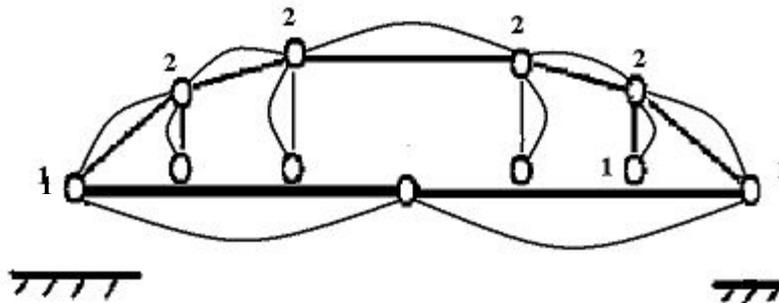
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

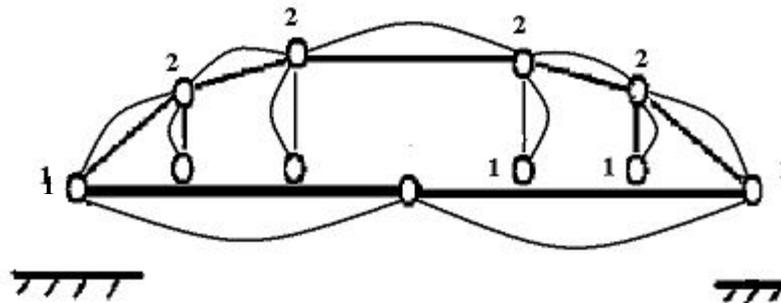
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

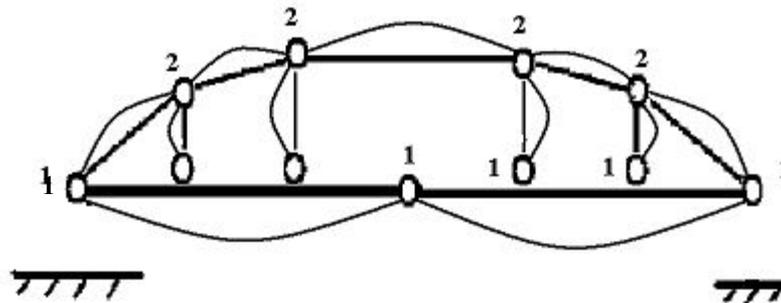
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

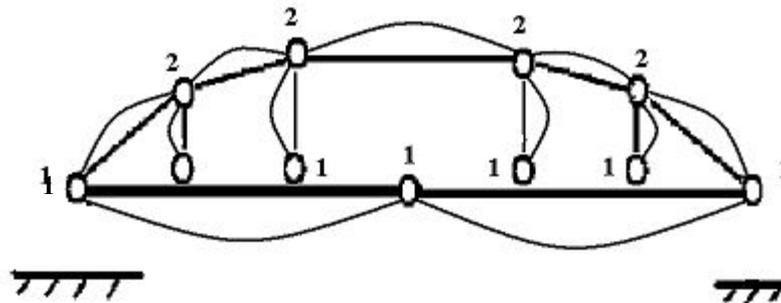
$$U = 0$$

$$Ш = ?$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$D = 11$$

$$U = 0$$

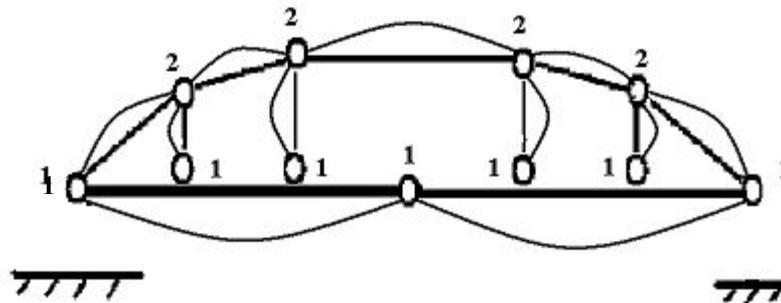
$$Ш = ?$$

$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

Для подсчета числа шарниров, укажем
рядом с каждым степень его кратности

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$D = 11$$

$$U = 0$$

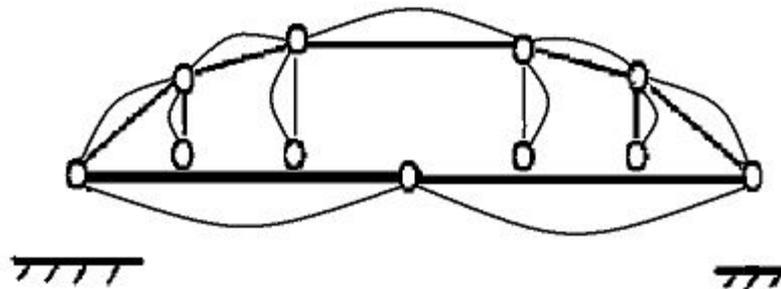
$$Ш = 15$$

$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

Для каждого элемента кинематической цепи
обозначим его кратность

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

$$U = 0$$

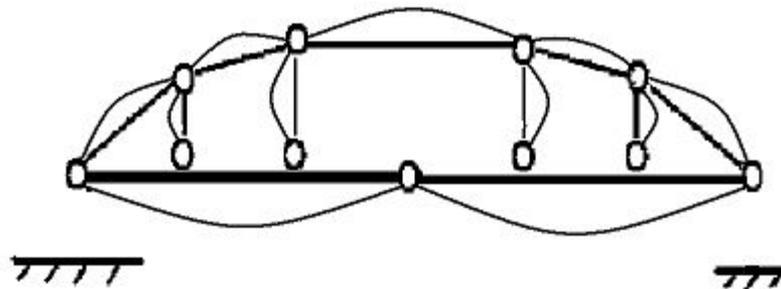
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

Число стержней равняется нулю, так
как все элементы конструкции приняты
за диски

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

$$U = 0$$

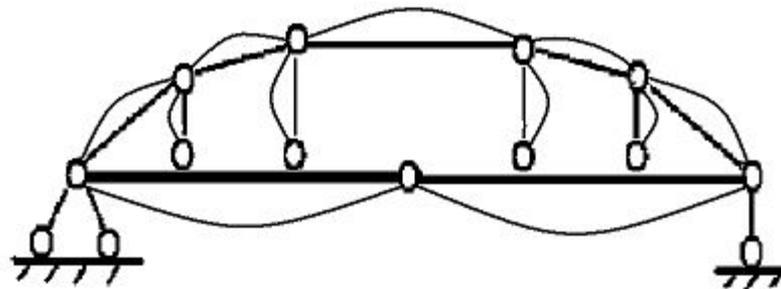
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

Для подсчета числа опорных стержней
покажем их

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_0$$

$$D = 11$$

$$U = 0$$

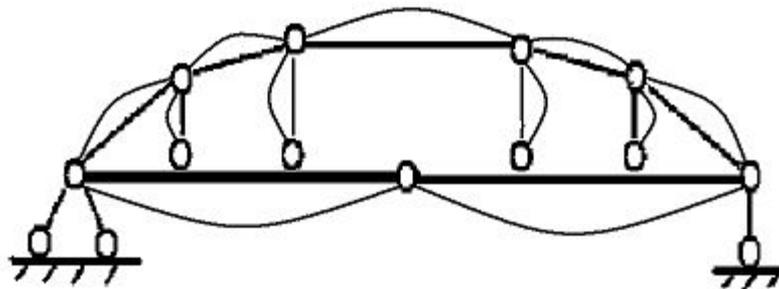
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

Для подсчета числа опорных стержней
покажем их

Подсчет числа элементов кинематической цепи

Подсчитаем число элементов цепи
согласно формуле



$$W = 3D + 2U - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 11$$

$$U = 0$$

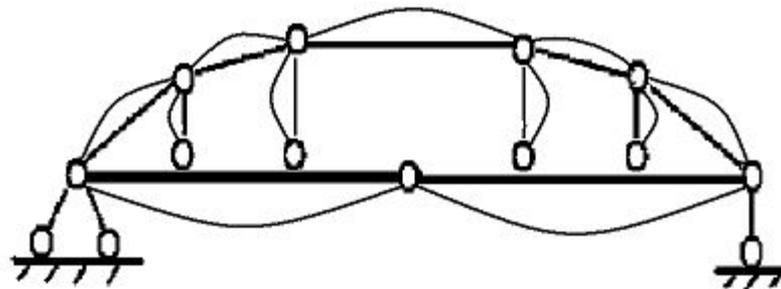
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

$$C_o = 3$$

Для подсчета числа опорных стержней
покажем их и получим

Подсчет числа степеней свободы



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 11$$

$$Y = 0$$

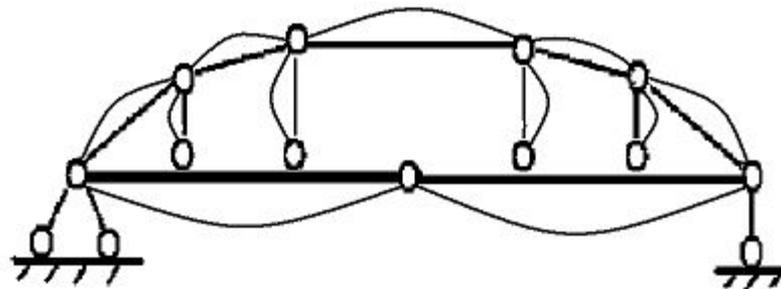
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

$$C_o = 3$$

$$W =$$

Подсчет числа степеней свободы



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 11$$

$$Y = 0$$

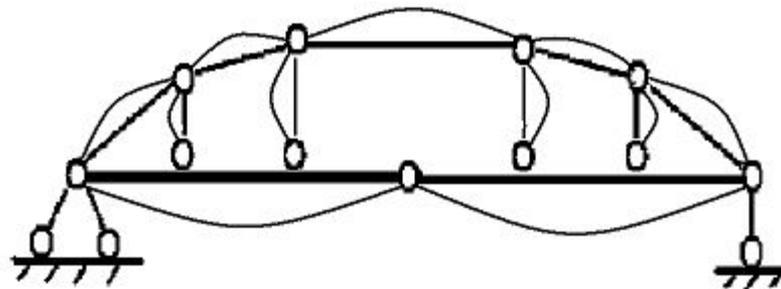
$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

$$C_o = 3$$

$$W = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 15 - 0 - 3$$

Подсчет числа степеней свободы



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 11$$

$$Y = 0$$

$$Ш = 15$$

$$C = 0$$

$$C_o = 3$$

$$W = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 15 - 0 - 3 = 0$$

*Второй вариант образования
кинематической цепи*

22.05.2020

ПГУ

59

Образование кинематической цепи и подсчет числа её элементов

Покажем диск «земля»



Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем две части балки жесткости



и отнесем их к дискам

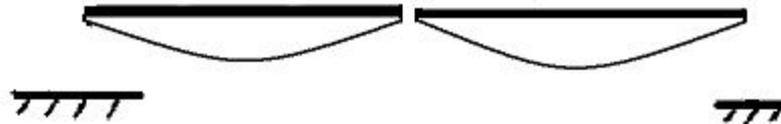
Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Отнесем две части балки жесткости к
дискам



Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

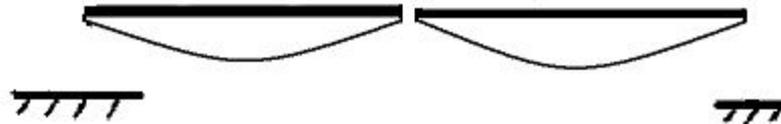
Отнесем две части балки жесткости к
дискам



$$D = 2$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

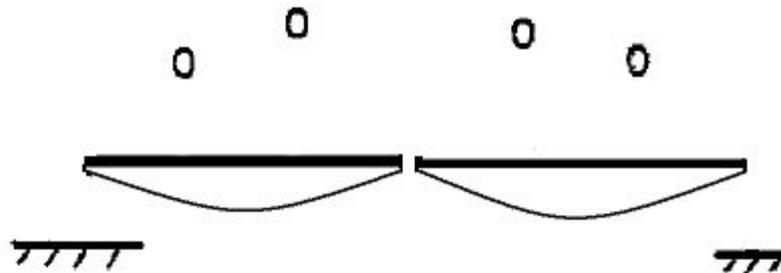
Покажем точки конструкции, не принадлежащие дискам



$$D = 2$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем точки конструкции, не
принадлежащие дискам



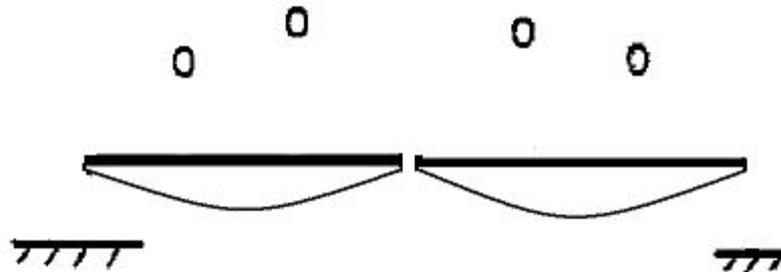
Следовательно, они являются узлами
и их число

$$D = 2$$

$$U = 4$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем шарнир, соединяющий
диски

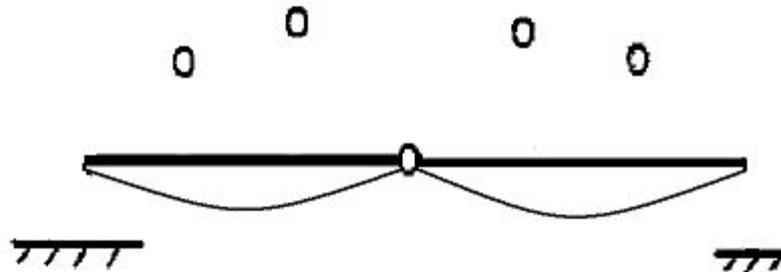


$$D = 2$$

$$У = 4$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем шарниры, соединяющие
диски



Следовательно, их число

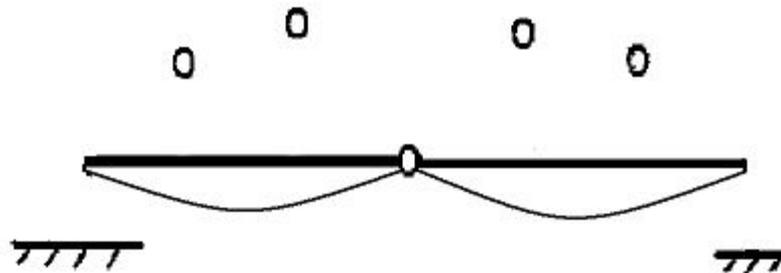
$$D = 2$$

$$У = 4$$

$$Ш = 1$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем стержни, соединяющие
узлы с узлами и с дисками



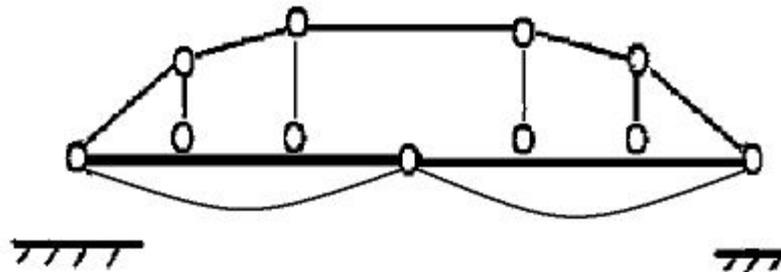
$$D = 2$$

$$У = 4$$

$$Ш = 1$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем опорные стержни,
соединяющие конструкцию с «землей»



$$D = 2$$

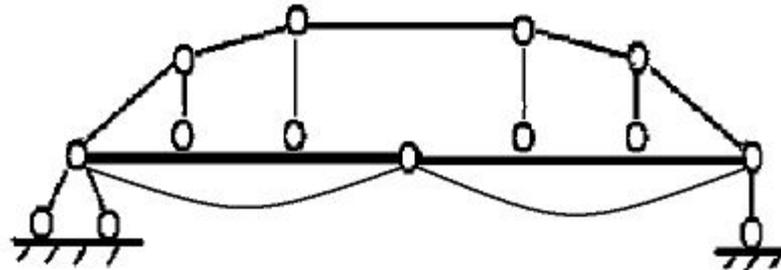
$$U = 4$$

$$Ш = 1$$

$$C = 9$$

Образование кинематической цепи и подсчет ее элементов

Покажем опорные стержни,
соединяющие конструкцию с «землей»



Следовательно, их число

$$D = 2$$

$$У = 4$$

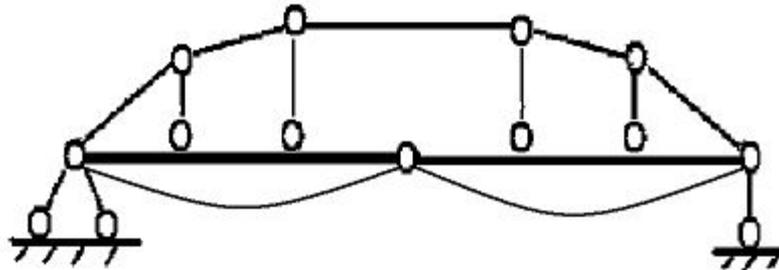
$$Ш = 1$$

$$C = 9$$

$$C_o = 3$$

Подсчет числа степеней свободы

Подсчитаем число степеней свободы согласно формуле



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 2$$

$$Y = 4$$

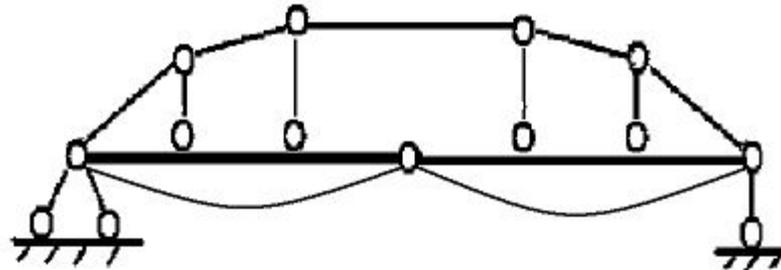
$$Ш = 1$$

$$C = 9$$

$$C_o = 3$$

Подсчет числа степеней свободы

Подсчитаем число степеней свободы согласно формуле



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 2$$

$$Y = 4$$

$$Ш = 1$$

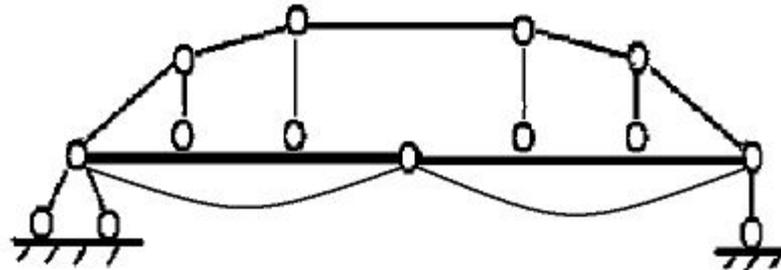
$$C = 9$$

$$C_o = 3$$

$$W =$$

Подсчет числа степеней свободы

Подсчитаем число степеней свободы согласно формуле



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 2$$

$$Y = 4$$

$$Ш = 1$$

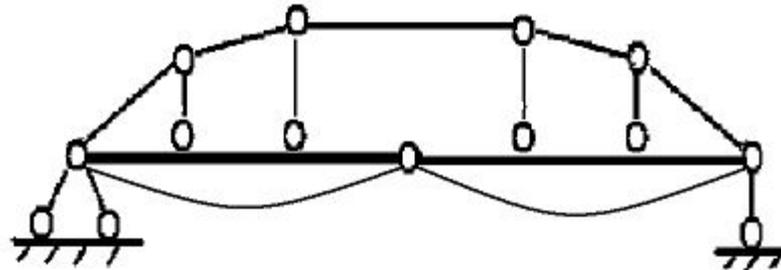
$$C = 9$$

$$C_o = 3$$

$$W = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 1 - 9 - 3$$

Подсчет числа степеней свободы

Подсчитаем число степеней свободы согласно формуле



$$W = 3D + 2Y - 2Ш - C - C_o$$

$$D = 2$$

$$Y = 4$$

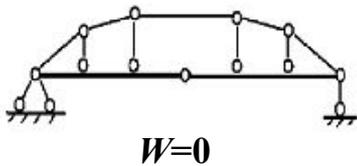
$$Ш = 1$$

$$C = 9$$

$$C_o = 3$$

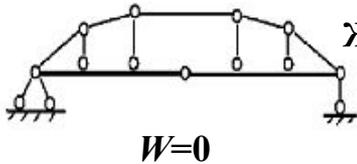
$$W = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 1 - 9 - 3 = 0$$

Анализ геометрической структуры



Так как число степеней свободы равно нулю, то необходимо провести анализ геометрической структуры конструкции

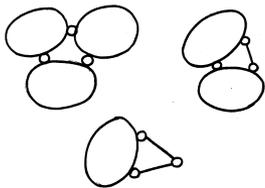
Анализ геометрической структуры



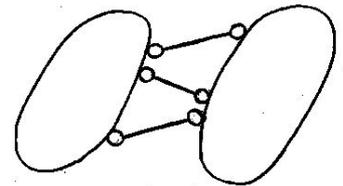
Рассмотрим левую часть балки жесткости



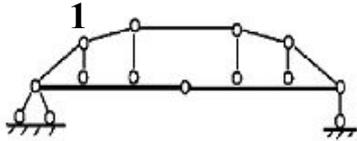
Для дальнейшего анализа структуры будем использовать правила соединения дисков и узлов в единый диск



ПГУ

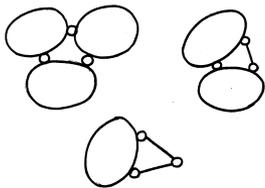


Анализ геометрической структуры

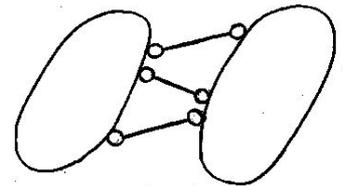


A

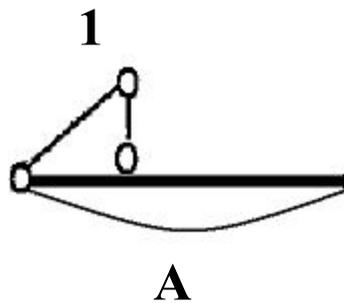
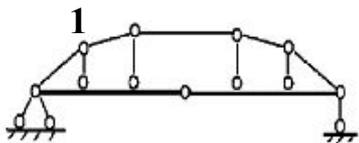
Примем эту часть за диск A.



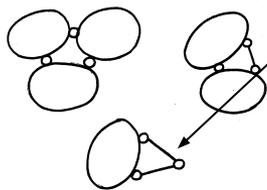
ПГУ



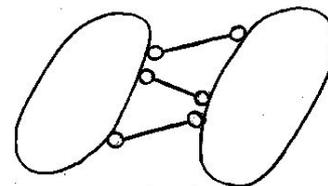
Анализ геометрической структуры



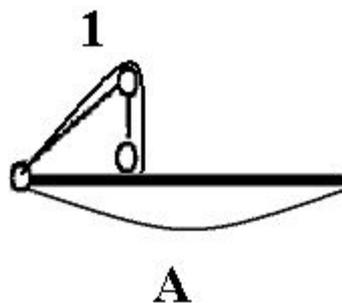
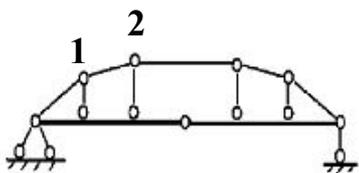
К диску А крепится узел 1 с помощью двух стержней



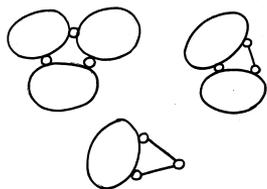
ПГУ



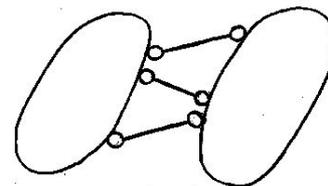
Анализ геометрической структуры



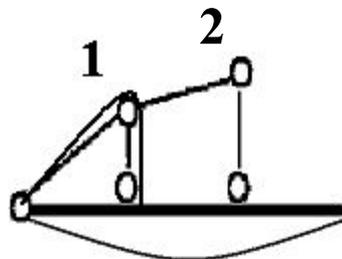
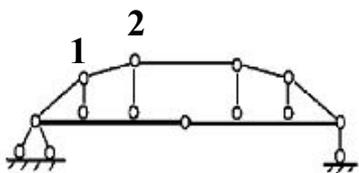
К диску А крепится узел 1 с помощью двух стержней и образует с ним единый диск А-1



ПГУ

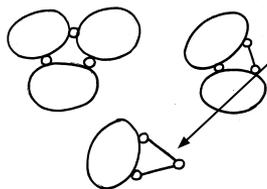


Анализ геометрической структуры

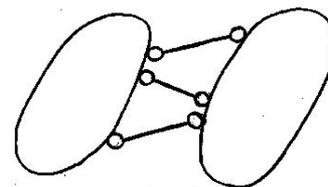


А

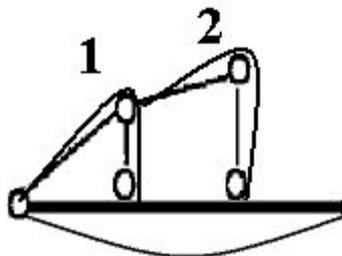
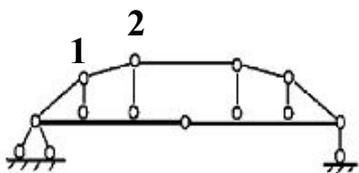
К диску А-1 крепится узел 2 с помощью двух стержней



ПГУ

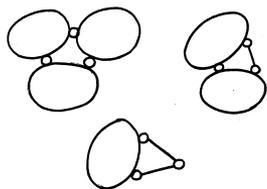


Анализ геометрической структуры

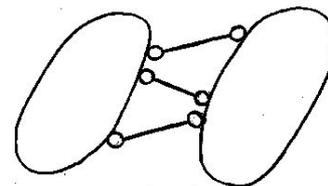


А

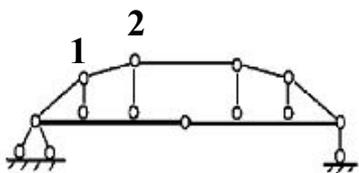
К диску А-1 крепится узел 2 с помощью двух стержней и образует с ним единый диск А-1-2



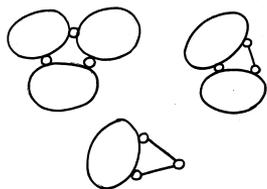
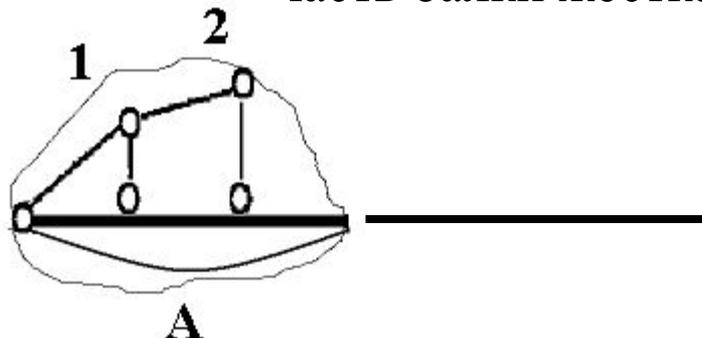
ПГУ



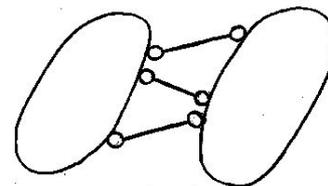
Анализ геометрической структуры



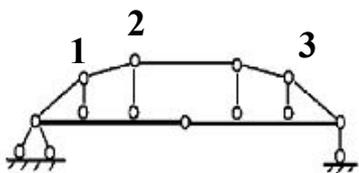
Диск А-1-2 Рассмотрим правую часть балки жесткости



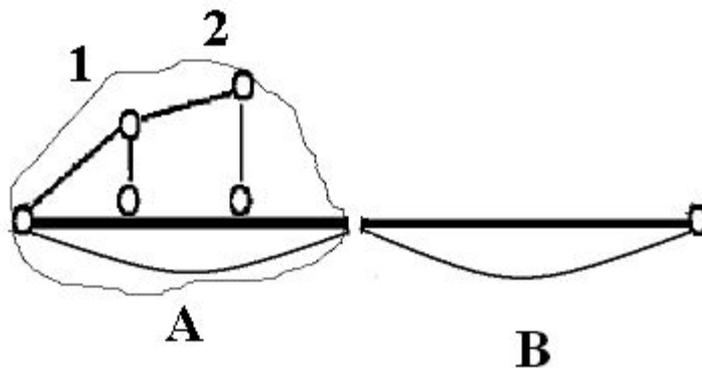
ПГУ



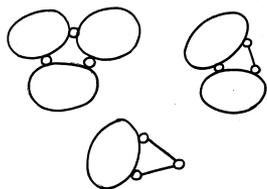
Анализ геометрической структуры



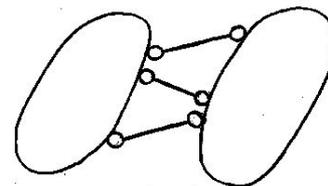
Диск А-1-2



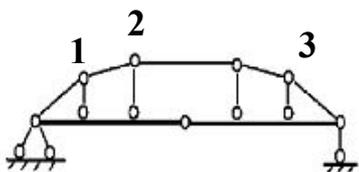
Примем эту часть за диск В.



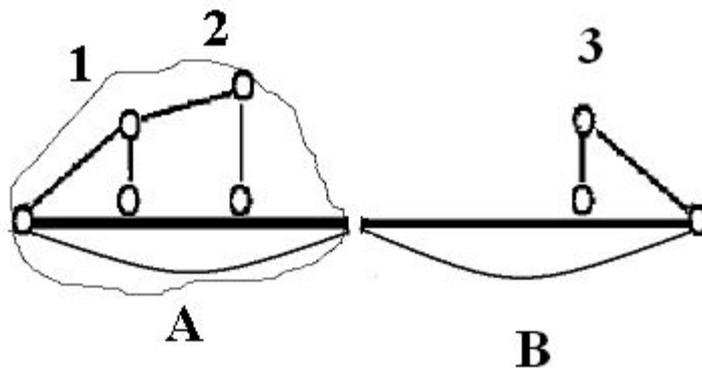
ПГУ



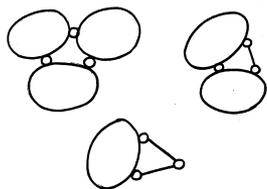
Анализ геометрической структуры



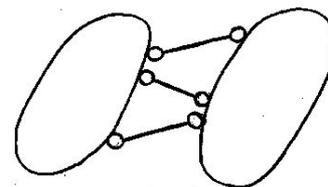
Диск А-1-2



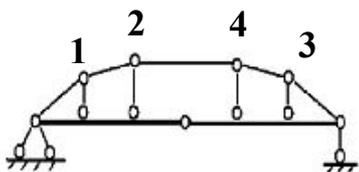
К диску В крепится узел 3 с помощью двух стержней



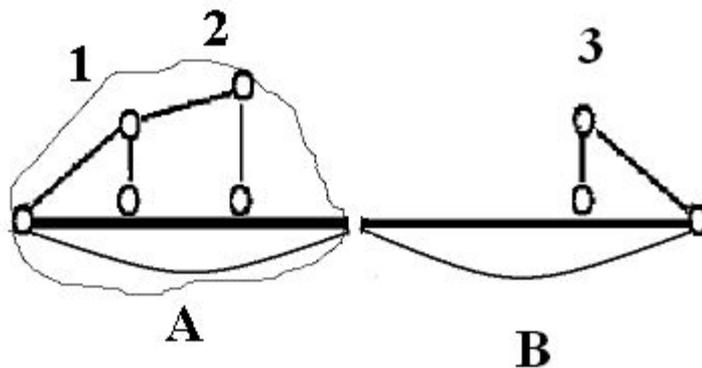
ПГУ



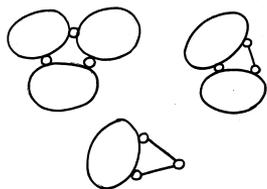
Анализ геометрической структуры



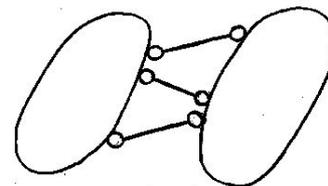
Диск А-1-2



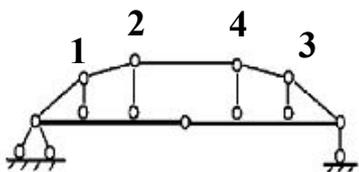
К диску В крепится узел 3 с помощью двух стержней и образует с ним единый диск В-3



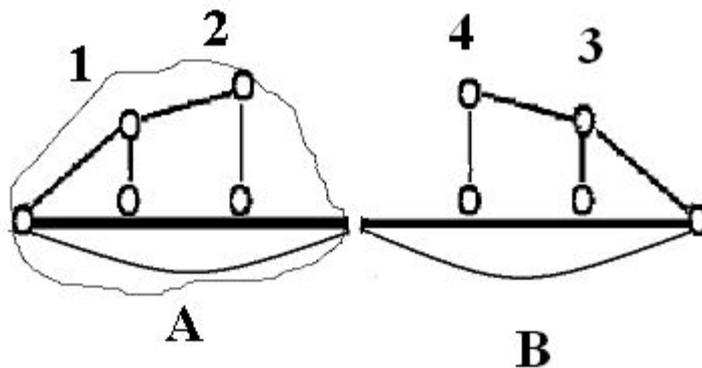
ПГУ



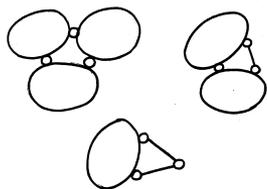
Анализ геометрической структуры



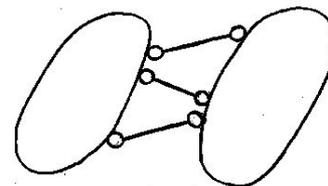
Диск А-1-2



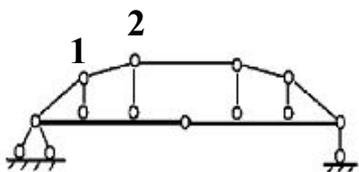
К диску В-3 крепится узел 4 с помощью двух стержней и образует с ним единый диск В-3-4



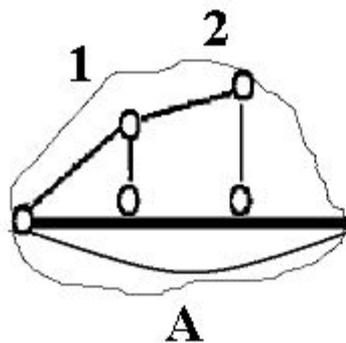
ПГУ



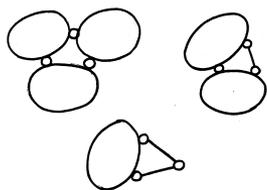
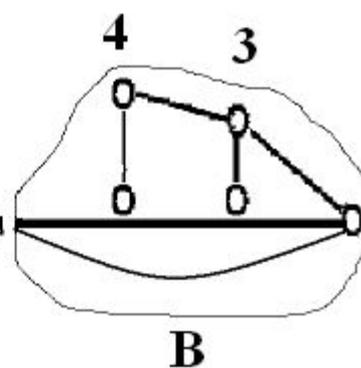
Анализ геометрической структуры



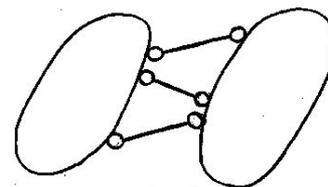
Диск А-1-2



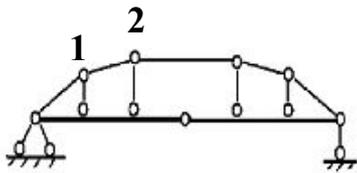
Диск В-3-4



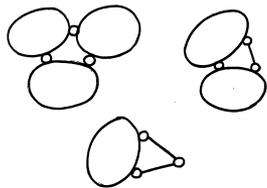
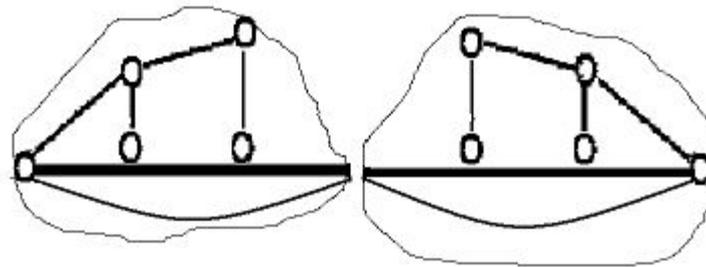
ПГУ



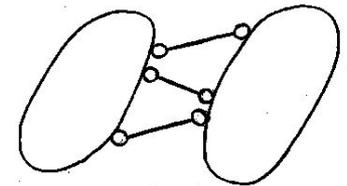
Анализ геометрической структуры



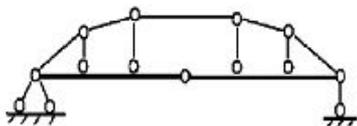
Имеем два диска



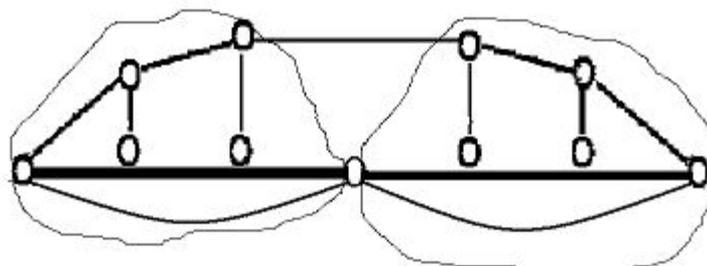
ПГУ



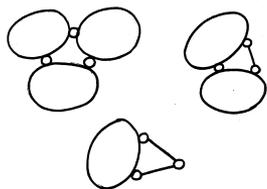
Анализ геометрической структуры



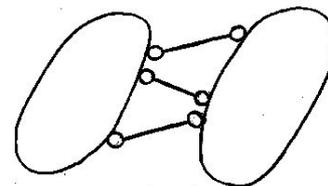
Имеем два диска



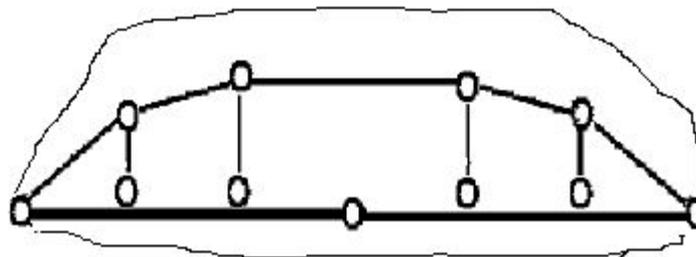
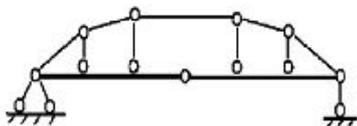
которые соединяются при помощи шарнира и стержня, ось которого не проходит через шарнир.



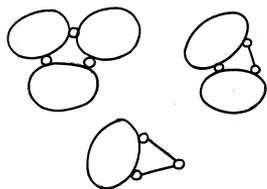
ПГУ



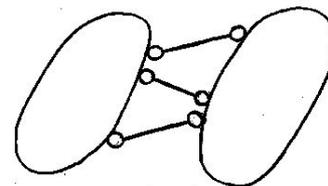
Анализ геометрической структуры



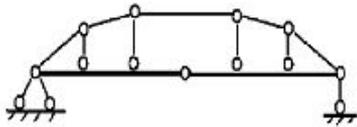
Следовательно, конструкция без опор образует единый диск.



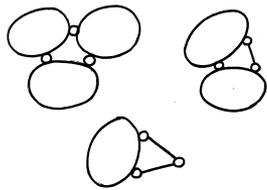
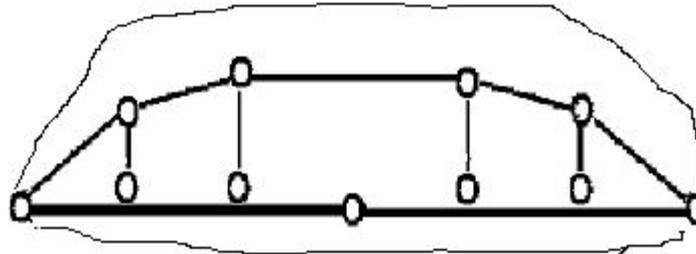
ПГУ



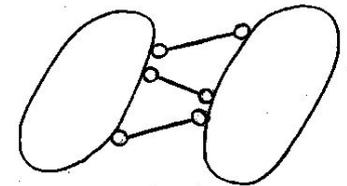
Анализ геометрической структуры



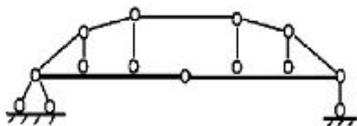
Имеем диск конструкции



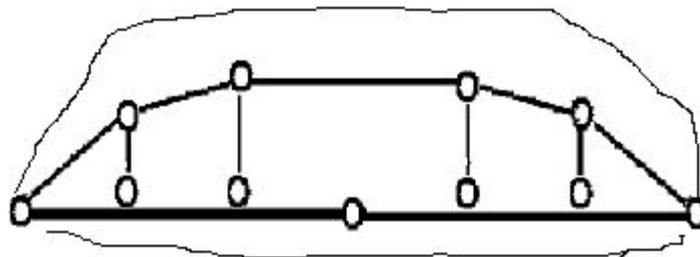
ПГУ



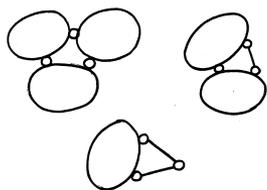
Анализ геометрической структуры



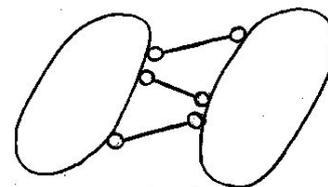
Имеем диск конструкции



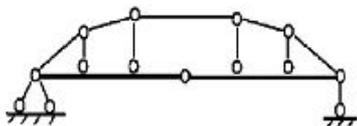
и диск «земля»,



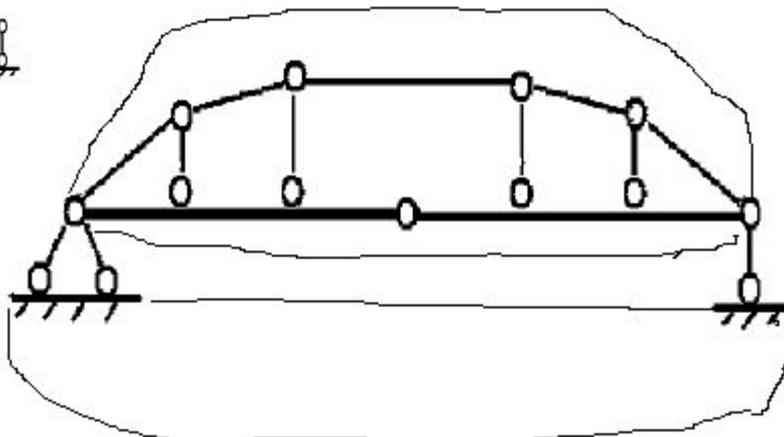
ПГУ



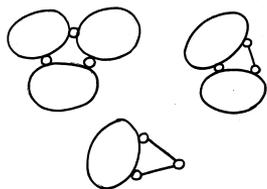
Анализ геометрической структуры



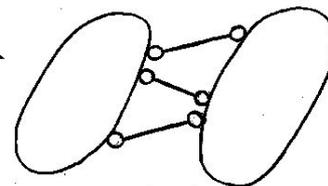
Имеем диск конструкции



и диск «земля», которые соединяются тремя стержнями.

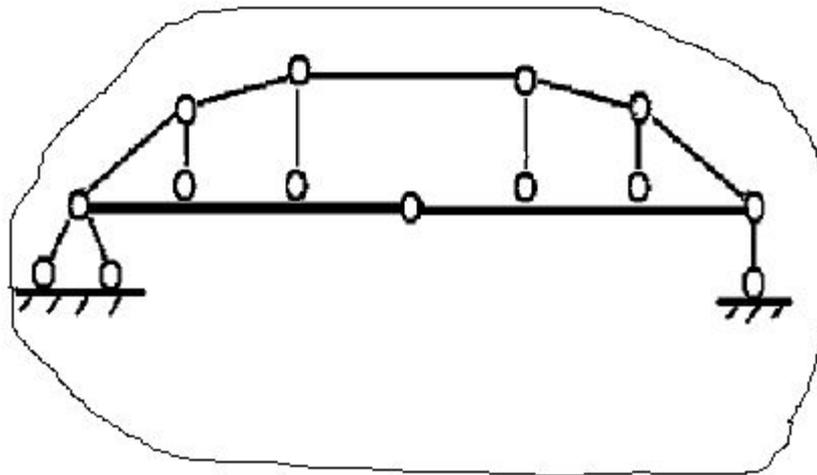


ПГУ



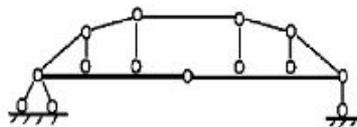
Анализ геометрической структуры

Следовательно, диск конструкции



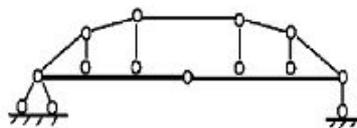
и диск «земля» образуют единый диск

Вывод о кинематических и статических признаках конструкции



$$W = 0$$

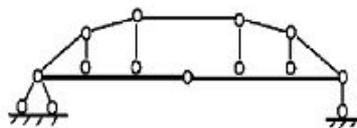
Вывод о кинематических и статических признаках конструкции



$$W = 0$$

1. Система геометрически неизменяемая с необходимым числом связей

Вывод о кинематических и статических признаках конструкции



$$W = 0$$

- 1. Система геометрически неизменяемая с необходимым числом связей*
- 2. Система статически определимая*