

Действительные числа

ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

Обозначение	Название множества
$\mathbb{N}$	Множество натуральных чисел
$\mathbb{Z}$	Множество целых чисел
$\mathbb{Q} = m/n$	Множество рациональных чисел
$\mathbb{I} = \mathbb{R}/\mathbb{Q}$	Множество иррациональных чисел
$\mathbb{R}$	Множество действительных чисел

- **Натуральные числа** - это числа счета.
- $N = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$.
- Заметим, что множество натуральных чисел замкнуто относительно сложения и умножения, т.е. сложение и умножение выполняются всегда, а вычитание и деление в общем случае не выполняются

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

- Рассмотрим такие числа:

1) число 0 (ноль),

2) число $(-n)$, противоположное натуральному n .

При этом полагаем: $n+(-n)=(-n)+n=0, -(-n)=n$.

Тогда множество целых чисел можно записать так:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

Заметим также, что:

Это множество замкнуто относительно сложения, вычитания и умножения, т.е.

Из множества целых чисел выделим два подмножества:

1) множество четных чисел

2) множество нечетных чисел

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

- Множество рациональных чисел можно представить в виде:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z} \right\}$$

В частности, $Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ Таким образом,

Множество рациональных чисел замкнуто относительно сложения, вычитания, умножения и деления (кроме случая деления на 0).

- Но в множестве рациональных чисел нельзя, например, измерить гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 1 и 1.

По теореме Пифагора гипотенуза будет равна

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$$

Но число $\sqrt{2}$ не будет рациональным, так как $\sqrt{2} \neq \frac{m}{n}$ ни для каких m и n .

- Нельзя решить уравнение $x^2 - 2 = 0$
- Нельзя измерить длину окружности и т.д.

Заметим, что всякое рациональное число можно представить в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.

$$\frac{1}{8} = \frac{5^3}{2^3 * 5^3} = 0.125; \frac{2}{7} = 0.(285714); \frac{1}{3} = 0.(3)$$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

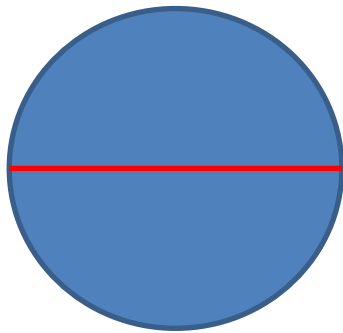
Числа, которые представляются бесконечной непериодической дробью, будем называть иррациональными. Множество иррациональных чисел обозначим I . Для иррациональных чисел нет единой формы обозначения. Отметим два иррациональных числа, которые обозначаются буквами — это числа π и e .

ЧИСЛО π /ПИ/

- Отношение длины окружности к диаметру есть величина постоянная, равная числу

π

$\pi = \frac{l}{2r}$, где l —длина окружности, r - радиус
окружности



$\mathbb{Q}$
Рациональные
числа
(1, 2, 0, -1, -2,
34,5; $-\frac{3}{4}$.)

Иррациональные
Числа (π , $\sqrt{2}$, ...)

Действительные числа
 $\mathbb{R}$



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

Действительным числом называется бесконечная десятичная дробь, т.е. дробь вида $+a_0, a_1a_2a_3\ldots$. Или то же со знаком $-$, где a_0 – целое неотрицательное число, а каждая из букв a_1, a_2 и т.д. – одна из 10 цифр.

Пример.

$$\pi = 3,1415 \ldots$$

$a_0=3$; $a_1=1$; $a_2=4$ и т.д.

Найдите ошибки

Рациональные числа	Иррациональные числа
12,345	$\sqrt{36}$
-102	3,124545...
π	$\sqrt{12}$
76,32444444...	1,01011011101111...
$7\frac{2}{5}$	0

РАБОТА С УЧЕБНИКОМ

№ 407/1/

$$X=11 - 2\sqrt{30}$$

Определим знак выражения $(11 - 2\sqrt{30}) = \sqrt{121} - \sqrt{120}$

$121 > 120$, значит разность положительная, т.е. нам подходит равенство $|x| = x$

№ 408/1/

$$\begin{aligned} (\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2}) &= \sqrt{8} \cdot 3 + \sqrt{8} \cdot 2\sqrt{2} - 3 \cdot 3 - 3 \cdot 2\sqrt{2} = \\ &= 3\sqrt{8} + 2\sqrt{16} - 9 - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{4 \cdot 2} + 8 - 9 - 6\sqrt{2} = -1 \end{aligned}$$

Это число рациональное.

$$2)(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3}) = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{81} - 4 + 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 27 - 4 + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 31$$

Это число иррациональное.

Домашнее задание

Прочитать параграф 1, стр.137; стр.138 не читать

Выполнить № 407/2,3/,408/3,4/, а также стр.133,
Проверь себя: № 1,3