


Статистичні помилки. Статистичні гіпотези та їх перевірка. Параметричні і непараметричні критерії перевірки. Аналіз закону розподілу. Порівняння двох груп даних

1. Статистичні помилки
 2. Статистичні гіпотези
 3. Рівень значущості. Довірча ймовірність. Помилки першого і другого роду
 4. Параметричні і непараметричні статистичні критерії. Потужність критерію
 5. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності
 6. Порівняння двох груп даних за кількісною ознакою: параметричні і непараметричні критерії
- 

1. Статистичні помилки - 2 категорії

- Пов'язані з оцінюванням генеральних параметрів - **похибки вибіркової (репрезентативності, стандартні похибки)**
- характерні для всіх вибірових характеристик
- Виникають при перевірці статистичних гіпотез – пов'язані з помилковим відхиленням вірної або прийняттям невірної статистичної гіпотези – **помилки 1-го і 2-го роду**
- **Помилка першого роду (α)** – відхиляється вірна статистична гіпотеза
- **Помилка другого роду (β)** – приймається помилкова статистична гіпотеза

Похибки репрезентативності

- Середнього арифметичного:

$$m = s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Стандартного відхилення:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

- Медіани:

$$s_{Me} = s_{\bar{x}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.253 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Дисперсії:

$$s_{\sigma} = \frac{D}{\sqrt{2n}}$$

2. Статистичні гіпотези

- Нульова гіпотеза H_0 : причина результату, який спостерігається на вибірці, - випадковість

Приклад:

- "генеральні середні рівні", тобто
$$M(X1) - M(X2) = 0$$
- "в генеральній сукупності зв'язок між показниками не існує"

- Альтернативна гіпотеза $H_A (H_1)$: причина результату, який спостерігається на вибірці, - закономірність, об'єктивно існує

Приклад:

- "генеральні середні не рівні", тобто
$$M(X1) - M(X2) \neq 0$$
- Або $M(X1) <(>) M(X2)$

Перевіряють за допомогою статистичних критеріїв

Односторонні та двосторонні статистичні критерії

Альтернативні гіпотези :

- **направлена**

$$M(X1) < M(X2)$$

або

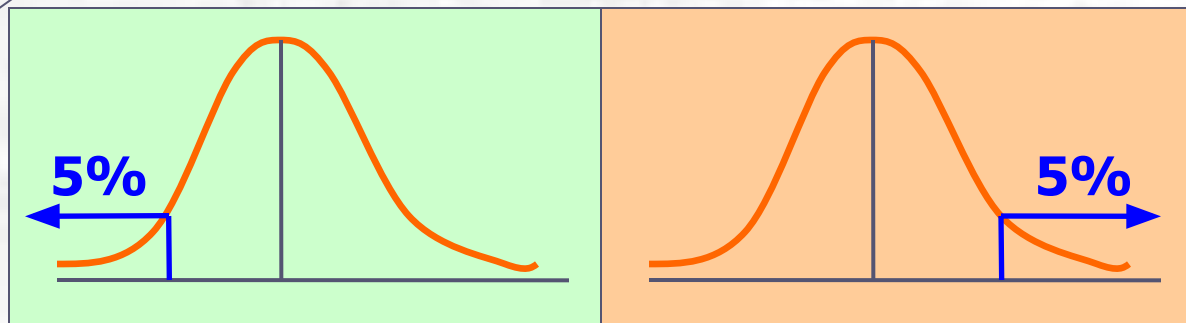
$$M(X1) > M(X2)$$

та

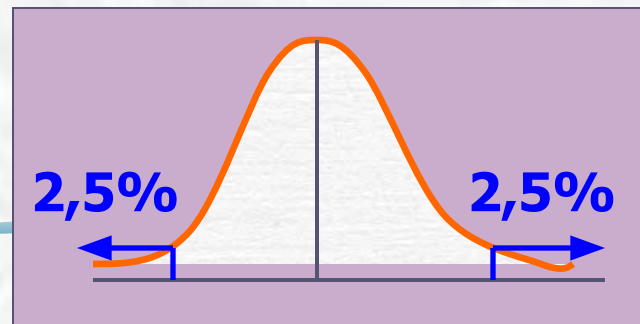
- **ненаправлена**

$$M(X1) \neq M(X2)$$

- Односторонній статистичний критерій (при $\alpha=0,05$):



- Двосторонній статистичний критерій (при $\alpha=0,05$):



Приклад:

- Досліджували дію харчової домішки на інтенсивність росту тварин: 20 щурів поділили на 2 групи – контроль (К) і проба (П). П отримували домішку, про яку передбачали, що вона збільшує швидкість приросту маси. Через 1 місяць середні прирости становили:

$$\bar{x}_K = 50 \text{ г}, \quad \bar{x}_П = 55 \text{ г}$$

- Критерій $t=+1,87$. Задача: перевірити, чи різниця між масами є статистично значущою.

Гіпотези:

- H_0 - середні рівні, тобто:

$$M(X_K) = M(X_P)$$

- H_1 – домішка посилює наростання маси, тобто:

$$M(X_K) < M(X_P)$$

- Односторонній статистичний критерій

$$t_{st(k=20-2, \alpha=0.05)} = 1.73$$
$$t_{st} < t: 1.73 < 1.87$$

- Відхиляємо нульову гіпотезу

Статистичні критерії

```
graph TD; A[Статистичні критерії] --> B[Параметричні]; A --> C[Непараметричні];
```

- **Параметричні** – функції, побудовані на основі параметрів сукупності (наприклад, \bar{x}, σ)
- Застосовуються для сукупностей, розподілених за нормальним законом
- **Непараметричні** – функції, які залежать безпосередньо від значень вибірки (x_i) та їх частот (f_i)
- Застосовуються для сукупностей, розподілених законом, відмінним від нормального (незалежно від закону розподілу)

Алгоритм перевірки статистичної гіпотези

1. Формулюємо гіпотезу
2. Вибираємо статистичний критерій для перевірки гіпотези
3. На основі вибірових даних розраховуємо значення критерію
4. Порівнюємо розраховане значення критерію з табличним (критичним) значенням
5. Коли маємо статистично значущий результат, гіпотезу відхиляємо, коли критерій не досяг необхідного рівня значущості, оцінюємо його потужність
6. Залежно від потужності критерію робимо висновок про справедливість гіпотези

виконуємо програмно

3. Рівень значущості. Довірча ймовірність. Помилки першого і другого роду

- **Рівень значущості (α)** – ймовірність помилки, яку припускають при оцінюванні прийнятої гіпотези
рівні значущості при оцінюванні статистичних гіпотез / нормовані відхилення:
 - 5% - $\alpha=0,05$ / $t=1,96$
 - 1% - $\alpha=0,01$ / $t=2.58$
 - 0,1% - $\alpha=0,001$ / $t=3.29$
- **Довірча ймовірність ($P = 1 - \alpha$)**
- **Потужність критерію ($1-\beta$)** – ймовірність відкинути помилкову нульову гіпотезу,
- **Показник потужності** – величина, яка показує ймовірність з допомогою вибіркового дослідження виявити ефект, який є в генеральній сукупності
- Прийнято приймати статистичну гіпотезу H_0 при **$\beta > 20\%$** .

Оцінювання потужності статистичного критерію

- Чисельність вибірки, яка необхідна для отримання статистично значущої різниці між показниками 2 груп:

$$n \geq 2 \left[\frac{(z_{\alpha} + z_{\beta})\sigma}{\delta} \right]^2$$

n – чисельність групи,

α – рівень значущості,

β – помилка 2-го роду,

δ – різниця між показниками,

z – нормоване відхилення (для певних α і β , табл. для норм. р.),

σ – стандартне відхилення

Приклад:

- В експериментах було попередньо визначено різницю між значеннями деякої ознаки в контрольній і дослідній групі, різниця

$$|\bar{x}_K - \bar{x}_П| = 0.25$$

стандартне відхилення ($\sigma=0,5$).

Необхідно довести значущість цієї різниці з допомогою двостороннього критерію Стюдента при $p=0,05$ і потужності критерію 80%. Яку вибірку (n) треба взяти для того, щоб результат був статистично значущий?

- Отже, маємо: $\alpha=0,05$; $\delta=0,25$; $\sigma=0,5$; $1-\beta=0,8$
- Тоді з таблиці $z_\alpha = 1.96$ (для $\alpha=0.05$); $z_\beta = 0,842$ (для $\beta=0,2$), маємо:

$$n \geq 2 \left[\frac{(z_\alpha + z_\beta) \sigma}{\delta} \right]^2$$



$$n \geq 2 \left[\frac{(1.96 + 0.842) * 0.5}{0.25} \right]^2 = 62.8$$

- Тобто n в кожній групі має бути не менше 63, у 2-х групах 126 об'єктів

2 роди помилок вибіркового дослідження

В генеральній сукупності	При дослідженні вибірки	
	Відмінність виявлена	Відмінність не виявлена
Є відмінність	Істинно позитивний результат. Потужність критерію $(1-\beta)$	Помилково негативний результат. Помилка 2-го роду (β)
Немає відмінності	Помилково позитивний результат. Помилка 1-го роду (α)	Істинно негативний результат $(1-\alpha)$

Порівняння 2 вибірок

- Наскільки можна бути впевненими, що відмінності між генеральними сукупностями дійсно існують



- Перевіряють статистичні гіпотези

- Наскільки великі відмінності між генеральними сукупностями (їх параметрами)



- Використовують довірчі інтервали

Часто обидва підходи комбінують

Формулювання прикладної задачі	Формулювання статистичної задачі	Додаткові умови		Метод, який застосовують
Порівняння показників контрольної і експериментальної вибірок	Перевірка гіпотези про рівність середніх (центрів розподілу) в двох незалежних вибірках	Нормальний закон розподілу	Дисперсії вибірок рівні	t-критерій (Стьюдента) при рівних дисперсіях
			Дисперсії вибірок нерівні	t-критерій без передбачення щодо дисперсій
			Без передбачення про дисперсії вибірок (але з однаковим розміром вибірок)	t-критерій без передбачення щодо дисперсій
		Закон розподілу відмінний від нормального, або дані нечислової	Дисперсії вибірок рівні, незалежні вибірки	Манна-Уїтні (U-критерій Уїлкоксона-Манна-Уїтні)
			Без передбачення	Двовибірковий Уїлкоксона

Формулювання прикладної задачі	Формулювання статистичної задачі	Додаткові умови	Метод, який застосовують
Чи можна вважати, що середнє значення показника вибірки дорівнює деякому номінальному значенню?	Перевірка гіпотези про рівність середнього і константи	Нормальний закон розподілу	Одновибірковий t-критерій (Стюдента)
		Закон розподілу відмінний від нормального або дані вимірюються за допомогою нечислової шкали	Гупта, знаковий
Порівняння розсіяння показника в двох вибірках	Перевірка гіпотези про рівність дисперсій	Нормальний закон розподілу	F-критерій (Фішера)
		Закон розподілу відмінний від нормального або дані вимірюються за допомогою нечислової шкали	Зигеля-Тьюкі, Мозеса

Попередній аналіз вибірок:

- **1** – перевіряють дані на приналежність їх до нормально розподілених генеральних сукупностей,

Тест Шапіро-Уїлка (Shapiro-Wilk test)

Критерій Шапіро-Уїлка:

H_0 – дані – з нормально розподіленої генеральної сукупності,

H_a – дані – з ген. сукупності, розподіл якої не є нормальним

$$W_{\phi} = \frac{b^2}{D(n-1)}, b = a_1(x_n - x_1) + a_2(x_{n-1} - x_2) + \dots$$

Порівнюють W_{ϕ} з $W_{\text{табл}}(\alpha, n)$:

$\frac{W_{\phi}}{\text{нормального}} < W_{\text{табл}}$ – відкидають H_0 (розподіл відмінний від нормального)

Для нормально розподілених генеральних сукупностей $W=1$

- **2** – визначають чи залежні/незалежні вибірки

Вікно тесту Шапіро-Уїлка в програмі Statistica

Data: for 2007_2para (7v by 20c)

	1 VAR1	2 VAR2	3 VAR3	4 VAR4	5 VAR5
	до	12,500	13,500		
	після	12,000	14,900		
	після	13,400	16,800		
	до	14,100	17,100		
	до	12,900	19,200		
	після	13,100	15,400		
	до	14,000	18,900		
	після	13,800	17,900		
	до	12,400	16,800		
	після	14,600	15,400		
	після	15,000	16,400		
	після	13,200	15,800		
	до	14,000	18,600		
	до	15,100	13,200		
	до	12,900	19,000		
	до	13,400	15,600		
	після	15,600	15,600		
	після	17,830	12,400		
	після	16,010	18,500		

Descriptive Statistics: for 2007_2para

Variables: VAR2-VAR3

Quick | Advanced | Normality | Prob. & Scatterplots | Categ. plots | Options

Distribution

☒ Frequency tables ☒ Histograms

Categorization

☒ Number of intervals: 10 ☐ Integer intervals (categories)

☐ Normal expected frequencies

☐ Kolmogorov-Smirnov & Lilliefors test for normality

☒ Shapiro-Wilk's W test

Use Distribution Fitting, Process Analysis, or Graphs (P-P or Q-Q) to fit other distributions; use Survival Analysis to fit distributions to censored data.

3D histograms, bivariate distributions

Categorized histograms

Stem and leaf

☒ Stem & leaf plot

☐ Compressed

Summary

Cancel

Options

SELECT CASES

W

Wghtd momnts

DF =

☒ W-1 ☐ N-1

MD deletion

☐ Casewise

☒ Pairwise

Вкладка Normality, вікно Descriptive Statistics

Результат тесту Шапіро-Уїлка:

Враховуємо

p : коли

$$P > 0.05$$

—

приймаємо

H_0 ,

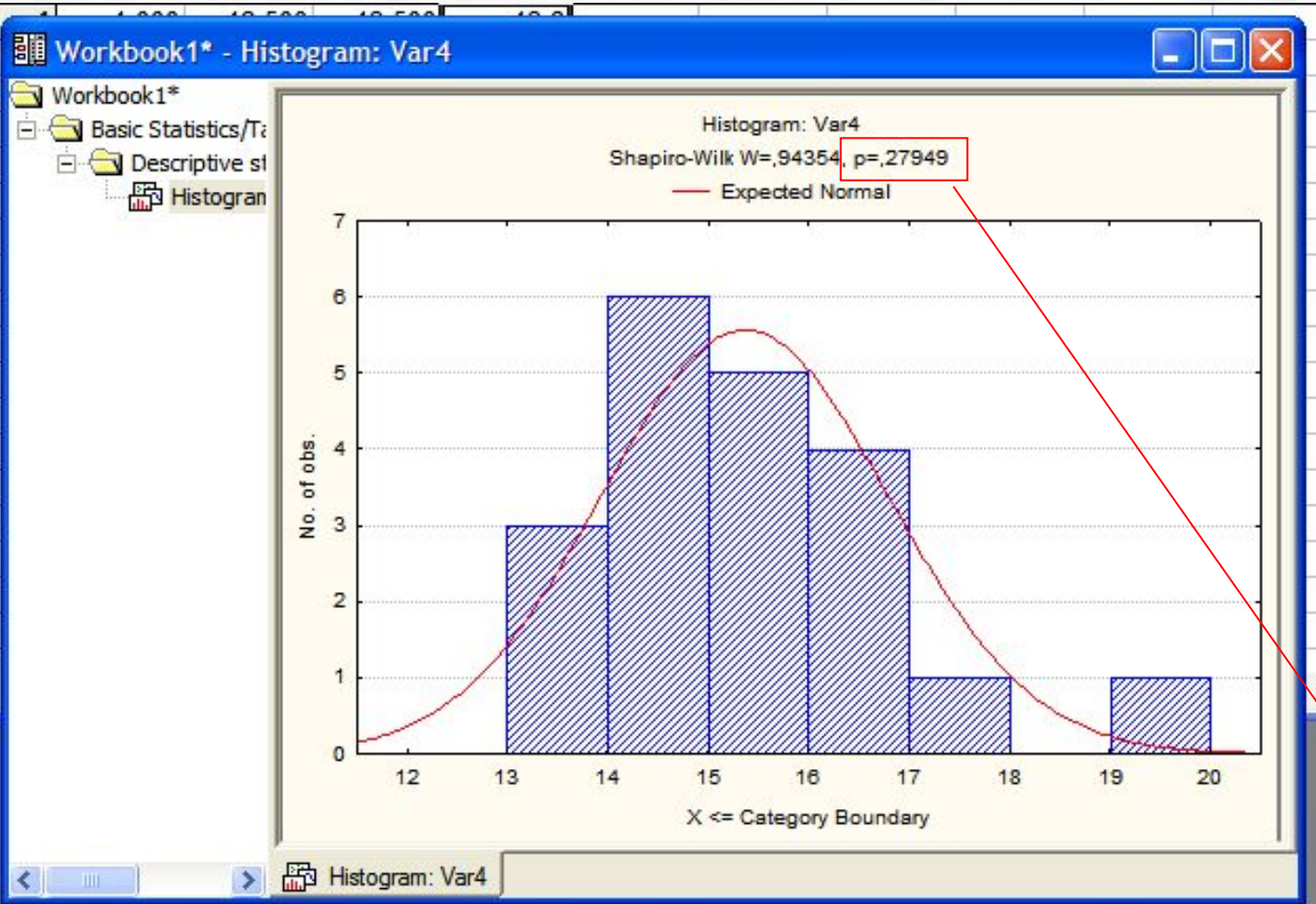
—

$$P < 0.05$$

відхиляємо

H_0


Дані з ген.
сукупності,
розподілені
нормально




етап I

Тести на нормальність

Шاپіро-Уїлка	Ліллієфорса	Колмогорова-Смірнова
Без передбачень щодо середнього арифметичного і стандартного відхилення	Середнє і стандартне відхилення рахують по вибірці	Середнє і стандартне відхилення відомі апріорі



**Тестом Шапіро-Уїлка підтверджена
нормальність сукупності –
застосовують
параметричні статистичні тести**



етап II

Тести на перевірку гіпотез щодо рівності генеральних дисперсій

- H_0 : генеральні дисперсії рівні $D_1 = D_2$,
- H_a : генеральні дисперсії не рівні $D_1 \neq D_2$,

Критерій Фішера:

$$F_{\phi} = \frac{D_1}{D_2},$$

вибіркові дисперсії, $D_1 > D_2$,

- Порівнюємо F_{ϕ} і $F_{\text{табл}}$
($F_{\text{табл}}(\alpha, df1=n_1-1, df2=n_2-1)$):
 $F_{\phi} < F_{\text{табл}}$ – приймаємо H_0

Критерій Левена:

$$W_{\phi} = \frac{(N-k) * \sum_{i=1}^k (\bar{x}_{gr i} - \bar{x}_{sum})^2}{(k-1) * \sum_j^N \sum_{i=1}^k (x_{ij} - \bar{x}_{sum})^2}$$

$\bar{x}_{gr i}$ – *вибіркові середні,*

\bar{x}_{sum} – *загальна середня усіх даних,*

k – *кількість вибірок*

Тести на дисперсії:

STATISTICA - przyklad do pary

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Window Help

Arial 10 B I U

Data: przyklad do pary (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	1,000	12,500	13,500	13,8						
2	2,000	12,000	14,900	13,3						
3	2,000	13,400	16,800	14,7						
4	1,000	14,100	17,100	15,4						
5	1,000	12,9								
6	2,000	13,1								
7	1,000	14,0								
8	2,000	13,8								
9	1,000	12,4								
10	2,000	14,6								
11	2,000	15,0								
12	2,000	13,2								
13	1,000	14,0								
14	1,000	15,1								
15	1,000	12,9								
16	1,000	13,4								
17	2,000	15,6								
18	2,000	17,8								
19	2 000	16 0								

T-Test for Independent Samples by Groups: przyklad do pary

Variables: Dependent: Var2-Var4
Grouping: Var1

Code for Group 1: 1 Code for Group 2: 2

Quick | Advanced | Options

☐ Display long variable names
☐ Test /w separate variance estimates
☐ Multivariate test (Hotelling's T?)

Homogeneity of variances
☒ Levene's test
☐ Brown & Forsythe test

p-level for highlighting: .05

Summary
Cancel
Options

SELECT CASES
Weighted moments
DF =
W-1 N-1
MD deletion
Casewise
Pairwise

Блок
описових
статистик

Basic
statistics
& Tables

пункт

t-test,
independent,
by groups

вкладка

Options

Результати тестів Фішера і Левена

STATISTICA - Workbook2* - [T-tests; Grouping: Var1: код (przyklad do pary)] - [Workbook2* - T-tests; Grouping: Var1: код (przyklad do pary)]

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Workbook Window Help

Workbook2*

Basic Statistics/Ta

T-test for ind

T-tests; C


T-tests; Grouping: Var1: код (przyklad do pary)

Group 1: 1


Group 2: 2

Variable	Mean 1	Mean 2	t-value	df	p	Valid N 1	Valid N 2	Std.Dev. 1	Std.Dev. 2	F-ratio Variances	p Variances	Levene F(1,df)	df Levene	p Levene
Var2	13,47778	14,54000	-1,73009	18	0,100723	9	11	0,891316	1,650194	3,427729	0,093851	3,000452	18	0,100342
Var3	16,87778	15,88182	1,12905	18	0,273699	9	11	2,333869	1,604879	2,114796	0,265435	2,130179	18	0,161656
Var4	14,77778	15,84000	-1,73009	18	0,100723	9	11	0,891316	1,650194	3,427729	0,093851	3,000452	18	0,100342

$P > 0.05$, отже в усіх випадках приймаємо H_0



**Залежно від результатів тесту
Левена, застосовуємо
тести Ст'юдента для груп з
рівними або нерівними
дисперсіями**



етап III

Порівняння середніх арифметичних

- **Тест Стюдента (t-test):**

- H_0 : генеральні середні рівні: $M(x_1)=M(x_2)$,
- H_a : генеральні середні не рівні: $M(x_1) \neq M(x_2)$, або $(x_1) > M(x_2)$, або $M(x_1) < M(x_2)$,

М

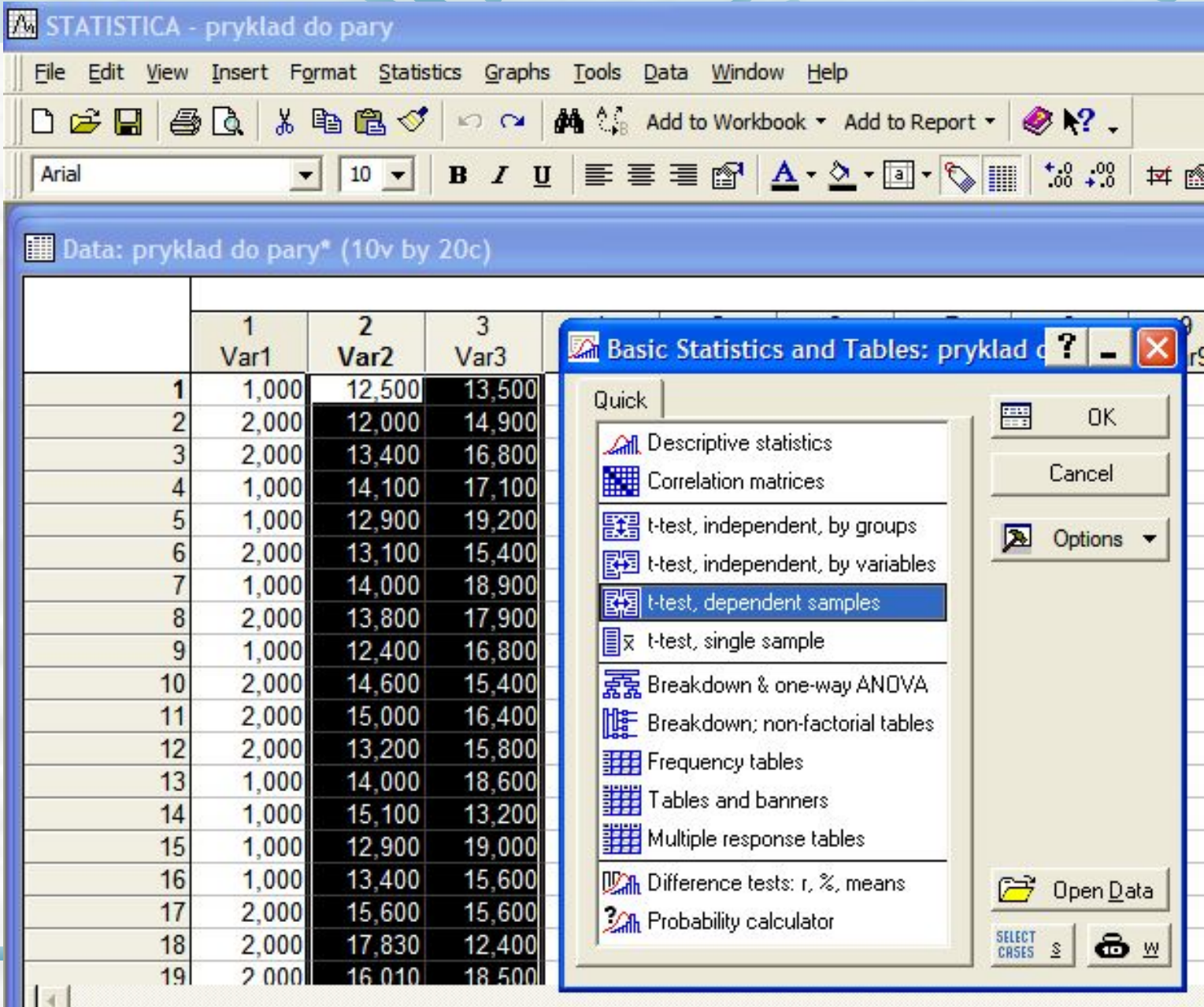
Критерій Стюдента – 4 версії:

- 1- Незалежні групи з рівними дисперсіями

$$t_{\phi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n_2} (x_j - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} * \left(\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2} \right)}$$

- Порівнюємо t_{ϕ} з $t_{\text{табл}}$, $t_{\text{табл}}(\alpha, df=n_1+n_2-2)$,

коли $t_{\phi} < t_{\text{табл}}$, приймаємо H_0



t-test, продовження

- 2- Незалежні групи з нерівними дисперсіями (t-test, independent)

$$t_{\phi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{D_1 / n_1 + D_2 / n_2}}$$

- Порівнюємо t_{ϕ} з $t_{\text{табл}}$, $t_{\text{табл}}(\alpha, df=$

$$df = \frac{(D_1 / n_1 + D_2 / n_2)^2}{\frac{(D_1 / n_1)^2}{n_1 + 1} + \frac{(D_2 / n_2)^2}{n_2 + 1}} - 2$$

•

коли $t_{\phi} < t_{\text{табл}}$, приймаємо H_0

**t-test,
незалежні
вибірки,
по групам**

STATISTICA - przyklad do pary

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Window Help

Document icons: Add to Workbook Add to Report

Arial 10 B I U

Data: przyklad do pary* (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	1,000	12,500	13,500	13,8						
2	2,000	12,000	14,900	13,3						
3	2,000	13,400	16,800	14,7						
4	1,000	14,100	17,100	15,4						
5	1,000	12,9								
6	2,000	13,1								
7	1,000	14,0								
8	2,000	13,8								
9	1,000	12,4								
10	2,000	14,6								
11	2,000	15,0								
12	2,000	13,2								
13	1,000	14,0								
14	1,000									
15	1,000									
16	1,000									
17	2,000									
18	2,000									
19	2,000									

T-Test for Independent Samples by Groups: przyklad do pary

Variables: Dependent: Var2-Var3
Grouping: Var1

Code for Group 1: 2 Code for Group 2: 2

Quick Advanced Options

☐ Display long variable names ☐ Homogeneity of variances

Select the dependent variables and one grouping variable

1-Var1
2-Var2
3-Var3
4-Var4
5-Var5
6-Var6
7-Var7
8-Var8
9-Var9
10-Var10

1-Var1
2-Var2
3-Var3
4-Var4
5-Var5
6-Var6
7-Var7
8-Var8
9-Var9
10-Var10

Select All Spread Zoom

Dependent variables: 2-3

Grouping variable: 1

☐ Show appropriate variables only

Workb... T-Test for Independent Sa...

Результат:

STATISTICA - Workbook2* - [T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)]

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Workbook Window Help

Workbook2* - T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)

Variable

T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)
Group 1: 1
Group 2: 2

	Mean 1	Mean 2	t-value	df	p	Valid N 1	Valid N 2	Std.Dev. 1	Std.Dev. 2	F-ratio Variances	p Variances	Levene F(1,df)
Var2	13,47778	14,54000	-1,73009	18	0,100723	9	11	0,891316	1,650194	3,427729	0,093851	3,0004
Var3	16,87778	15,88182	1,12905	18	0,273699	9	11	2,333869	1,604879	2,114796	0,265435	2,1301

Workbook2* - T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)

T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)

T-tests; Grouping: Var1: код (pryklad do pary)

Значення t-критерію

Значення ймовірності,
 $P > 0.05$ – приймаємо H_0

**t-test,
незалежні
вибірки,
по змінним**

STATISTICA - przyklad do pary

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Window Help

Arial 10 B I U

Data: przyklad do pary* (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3
1	1,000	12,500	13,500
2	2,000	12,000	14,900
3	2,000	13,400	16,800
4	1,000	14,100	17,100
5	1,000	12,900	19,200
6	2,000	13,100	15,400
7	1,000	14,000	18,900
8	2,000	13,800	17,900
9	1,000	12,400	16,800
10	2,000	14,600	15,400
11	2,000	15,000	16,400
12	2,000	13,200	15,800
13	1,000	14,000	18,600
14	1,000	15,100	13,200
15	1,000	12,900	19,000
16	1,000	13,400	15,600
17	2,000	15,600	15,600
18	2,000	17,830	12,400
19	2 000	16 010	18 500

Basic Statistics and Tables: for 2007

Quick

- Descriptive statistics
- Correlation matrices
- t-test, independent, by groups
- t-test, independent, by variables**
- t-test, dependent samples
- t-test, single sample
- Breakdown & one-way ANOVA
- Breakdown; non-factorial tables
- Frequency tables
- Tables and banners
- Multiple response tables
- Difference tests: r, %, means
- Probability calculator

OK Cancel Options Open Data

SELECT CASES

t-test, продовження

- 3- залежні групи
(t-test, dependent samples)

$$t_{\phi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n} - (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2 \right]}}$$

- Порівнюємо t_{ϕ} з $t_{\text{табл}}$, $t_{\text{табл}}(\alpha, df=n-1)$
 - коли $t_{\phi} < t_{\text{табл}}$, приймаємо H_0

t-test, залежні вибірки, (парний тест)

STATISTICA - przyklad do pary

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Window Help

Clipboard Paste Find Cut Copy Paste Undo Redo Add to Workbook Add to Report

Arial 10 B I U

Data: przyklad do pary* (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	1,000	12,500	13,500	13,8						
2	2,000	12,000	14,900	13						
3	2,000	13,400	16,800	14						
4	1,000	14,100	17,100	15						
5	1,000	12,900	19,200	14						
6	2,000	13,100	15,400	14						
7	1,000	14,000	18,900	15						
8	2,000	13,800	17,900	15						
9	1,000	12,400	16,800	13						
10	2,000	14,600	15,400	15						
11	2,000	15,000	16,400	16						
12	2,000	13,200	15,800	14						
13	1,000	14,000	18,600	15						
14	1,000									
15	1,000									
16	1,000									
17	2,000									
18	2,000									
19	2,000									

T-Test for Dependent Samples: for 2007_2

Variables: Summary

First list: VAR1

Second list: none

Quick Advanced

Summary: I-tests

Box & whisker plots

Select one or two variable lists

1-VAR1
2-VAR2
3-VAR3
4-VAR4
5-VAR5
6-VAR6
7-VAR7

1-VAR1
2-VAR2
3-VAR3
4-VAR4
5-VAR5
6-VAR6
7-VAR7

Select All Spread Zoom

First variable list: 2

Second variable list (optional): 3

Show appropriate variables only

Workb... T-Test for Dependent...

STATISTICA - Workbook2* - [T-test for Dependent Samples (for 2007_2para)]

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Workbook Window Help

Workbook2* - T-test for Dependent Samples (for 2007_2para)

Basic Statistics/T-test for dependent samples

T-test for dependent samples (for 2007_2para)

Marked differences are significant at $p < .05000$

Variable	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p
VAR2	14,06200	1,435859						
VAR3	16,33000	1,976733	20	-2,26800	2,754504	-3,68226	19	0,001582

Відхиляємо H_0 ,
Вірогідна різниця між генеральними середніми

t-test, продовження

- 4- порівняння з популяційною середньою (t-test, single means)

$$t_{\phi} = \frac{\bar{x} - M(X)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- Порівнюємо t_{ϕ} з $t_{\text{табл}}$, $t_{\text{табл}}(\alpha, df=n-1)$
 - коли $t_{\phi} < t_{\text{табл}}$, приймаємо H_0

STATISTICA - Workbook2* - [Test of means against reference constant (value) (przykład do pary)]

File Edit View Insert Format Statistics Graphs Tools Data Workbook Window Help

Add to Workbook ▾ Add to Report ▾

Arial 10 **B** *I* U

Workbook2* - Test of means against reference constant (value) (przykład do pary)

Workbook2*

- Basic Statistics/Ta
 - T-test for ind
 - T-tests; C
 - T-tests for sir
 - Test of m

Variable	Mean	Std.Dv.	N	Std.Err.	Reference Constant	t-value	df	p
Var2	14,06200	1,435859	20	0,321068	12,00000	6,422320	19	0,000004
Var3	16,33000	1,976733	20	0,442011	12,00000	9,796137	19	0,000000

T-Test for Single Means: przykład do pary

Variables: Var2-Var3

Quick | Advanced | Options

Summary: I-tests

Reference values

☒ Test all means against: 12

☐ Test means against different user-defined constants

Box & whisker plot

Summary

 Cancel

 Options ▾

 SELECT CASES

 Weighted moments


 DF =

☒ W-1 ☐ N-1


 MD deletion

☐ Casewise

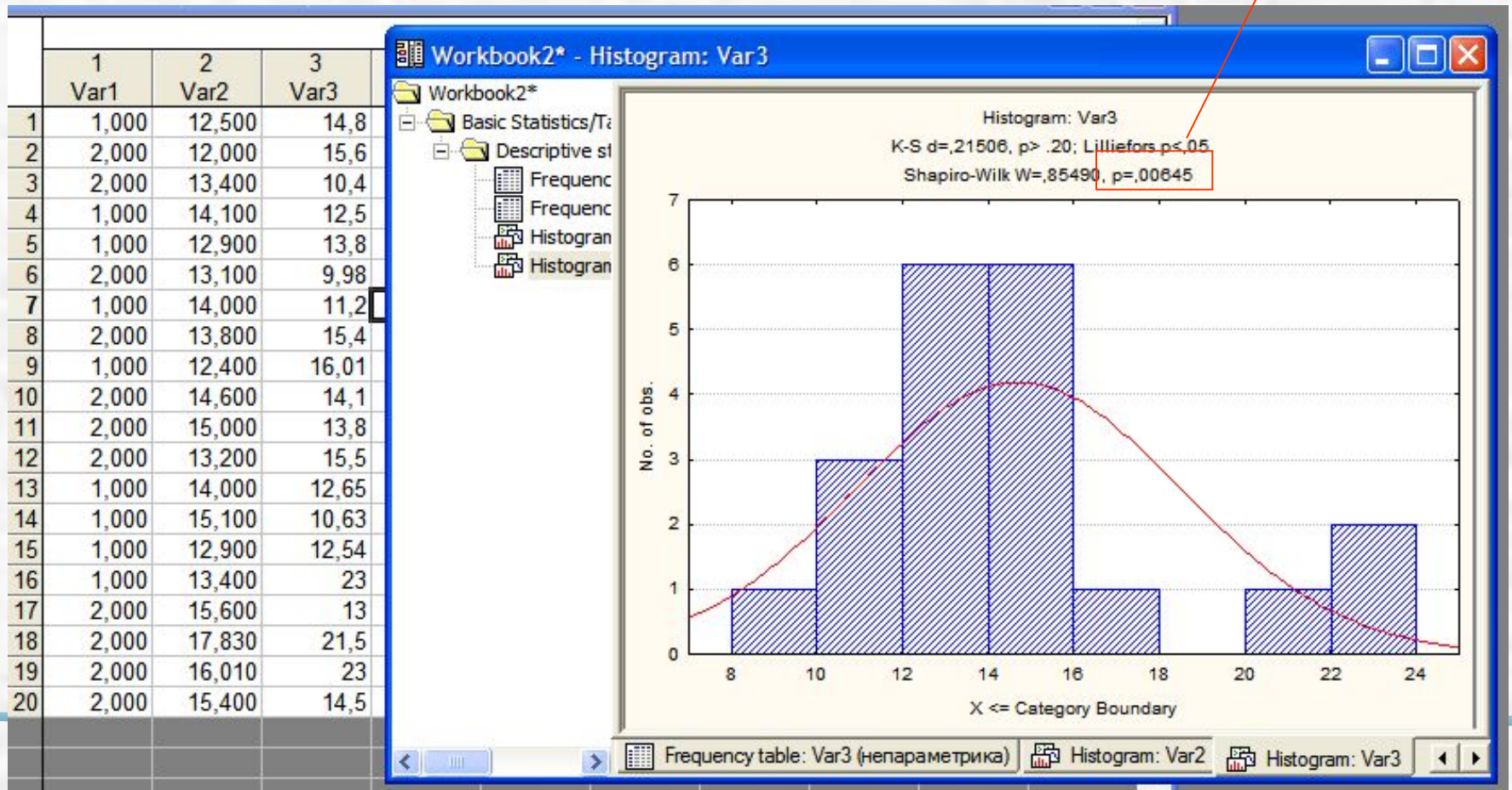
☒ Pairwise



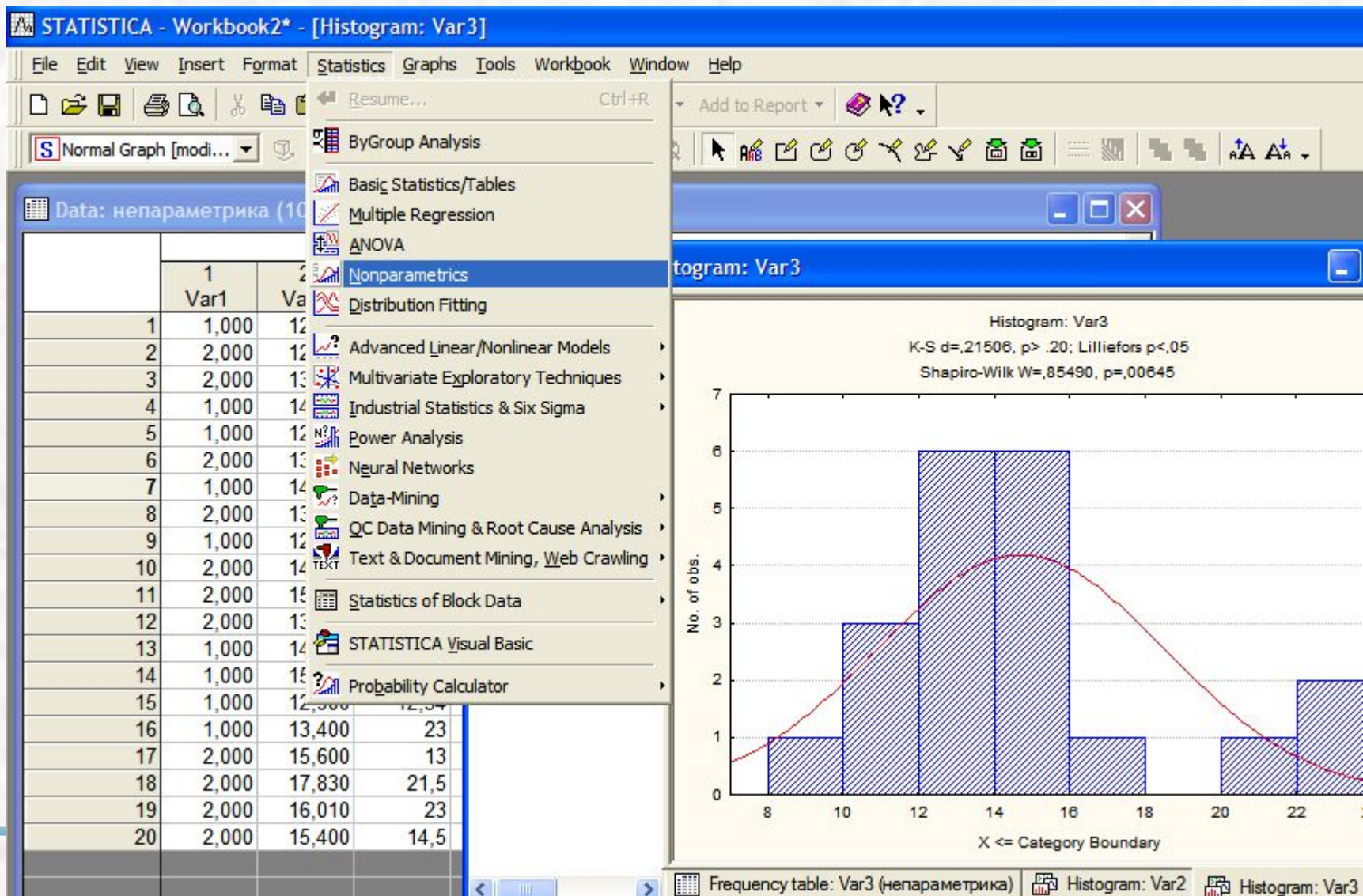
**Тестом Шапіро-Уїлка відхилена
гіпотеза про нормальність
сукупності – застосовують
непараметричні статистичні тести**



Підстава використовувати непараметричні методи статистичного аналізу



Непараметричні засоби аналізу виділені в окремий модуль програми Statistica:



Непараметричні тести для порівняння двох незалежних вибірок

U-критерій Манна-Уїтні (Mann-Whitney test):

- H_0 : вибірки належать до однієї генеральної сукупності або двом генеральним сукупностям з однаковими параметрами
- H_a : вибірки взяті з генеральних сукупностей, параметри яких різні

Алгоритм:

- 1) ранжують вибірки в спільний ряд,
- 2) рахують окремо суми рангів 1-ї (R_1) та 2-ї (R_2) вибірок,
- 3) рахують:

$$U_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

$$U_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2}$$

- 4) менше значення U вважають за фактичне (розрахункове) значення U-критерію (U_{ϕ}),
- 5) порівнюють його з табличним значенням $U_{\text{tabl}}(\alpha, n_1, n_2)$,
- 6) **коли $U_{\phi} > U_{\text{tabl}}$, приймають H_0**

Приклад: дані контролю, групування по кодам 1 і 2:

$$U_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

$$U_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2}$$

• Вибірка
"контроль":

• Ранжуємо, для однакових
даних ранг – середнє від
суміжних рангів:

1	12,5	2	12	№	ранг	ранжовані дані (спільний ряд)
2	12	2	13,4	1	1	12
2	13,4	2	13,1	2	2	12,4
1	14,1	2	13,8	3	3	12,5
1	12,9	2	14,6	4	4,5	12,9
2	13,1	2	15	5	4,5	12,9
1	14	2	13,2	6	6	13,1
2	13,8	2	15,6	7	7	13,2
1	12,4	2	17,83	8	8,5	13,4
2	14,6	2	16,01	9	8,5	13,4
2	15	2	15,4	10	10	13,8
2	13,2	1	12,5	11	11,5	14
1	14	1	14,1	12	11,5	14
1	15,1	1	12,9	13	13	14,1
1	12,9	1	14	14	14	14,6
1	13,4	1	14	15	15	15
2	15,6	1	15,1	16	16	15,1
2	17,83	1	12,9	17	17	15,4
2	16,01	1	13,4	18	18	15,6
2	15,4	1	14,1	19	19	16,01
				20	20	17,83

Рангові суми:

$$R_1 = 74.5,$$

$$R_2 = 135.5,$$

$$U_{\downarrow 1} = 74.5$$

$$-9 \cdot (9+1)/2 =$$

$$29.5,$$

$$U_2 =$$

$$135.5 - 11 \cdot (11 +$$

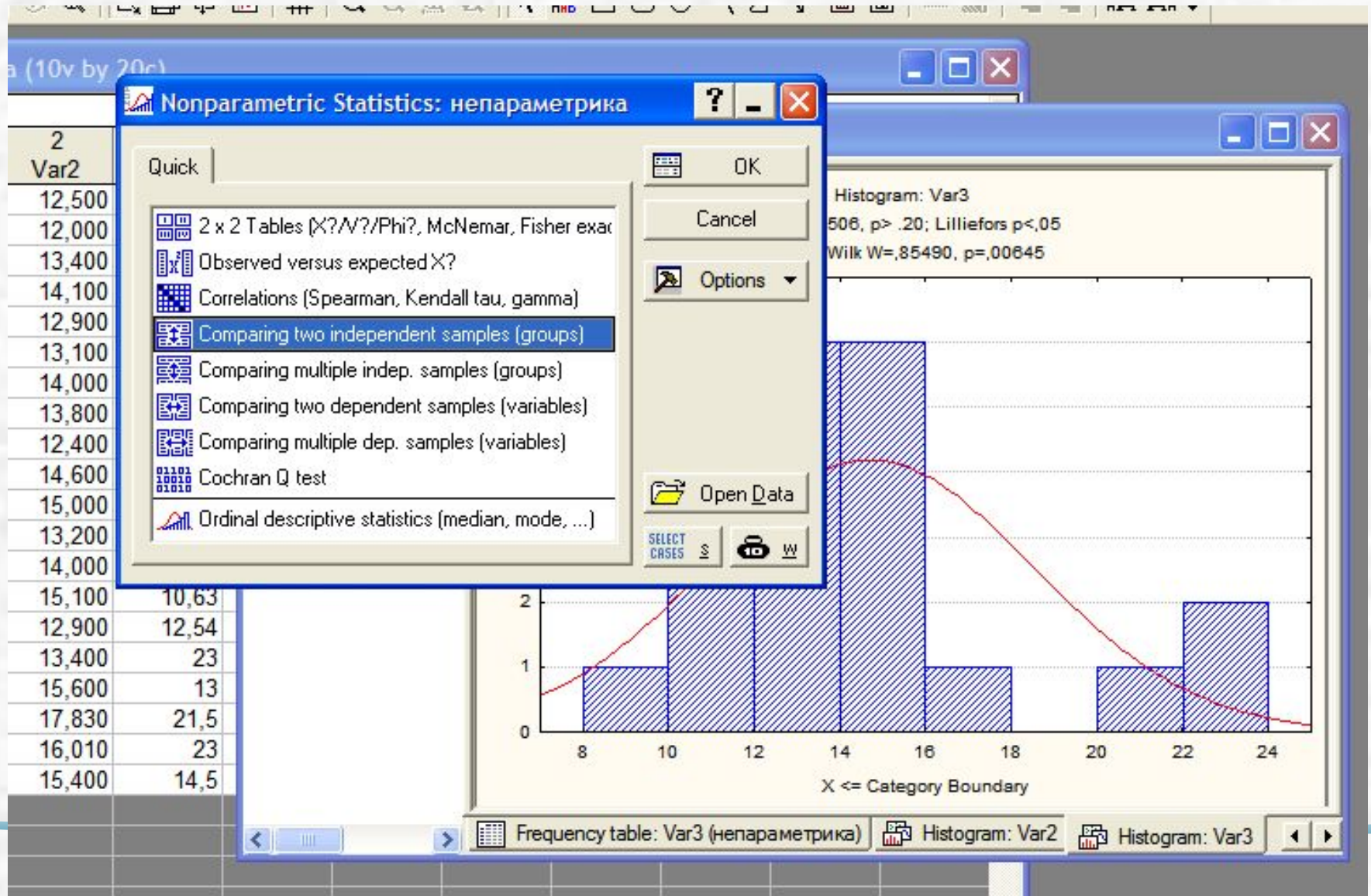
$$1)/2 = 69.5,$$

$$U_{\downarrow \Phi} = 29.5$$

$$U_{\text{табл}} = 23$$

$U_{\Phi} > U_{\text{табл}}$, приймаємо

Вікно модуля непараметричних статистик:



Етап вибору колонки кодів та колонок змінних (порівнюємо по групам):

Data: непараметрика (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,000	12,500	14,8							
2	2,000	12,000	15,6							
3	2,000	13,400	10,4							
4	1,000	14,100	12,5							
5	1,000	12,900	13,8							
6	2,000	13,100	9,98							
7	1,000	14,000	11,2							
8	2,000	13,800	15,4							
9	1,000	12,400	16,01							
10	2,000	14,600	14,1							
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										

Comparing Two Groups: непараметрика

Variables

Dependent: none

Grouping: none

Codes for: Group 1: Group 2:

Quick

Wald-Wolfowitz runs test

Options

Select dep. variables and an indep. (grouping) variable

1-Var1
2-Var2
3-Var3
4-Var4
5-Var5
6-Var6
7-Var7
8-Var8
9-Var9
10-Var10

1-Var1
2-Var2
3-Var3
4-Var4
5-Var5
6-Var6
7-Var7
8-Var8
9-Var9
10-Var10

OK

Cancel

Use the "Show appropriate variables only" option to pre-screen variable lists and show categorical and continuous variables. Press F1 for more information.

Select All Spread Zoom

Dependent variable list:

2-3

Select All Spread Zoom

Indep. (grouping) variable:

1

☐ Show appropriate variables only

Comparing Two C

V4

Маємо:

: непараметрика (10v by 20c)

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4	5	6	7	8	9	10 Var10
1	1,000	12,500	14,8							
2	2,000	12,000	15,6							
3	2,000	13,400	10,4							
4	1,000	14,100	12,5							
5	1,000	12,900	13,8							
6	2,000	13,100	9,98							
7	1,000	14,000	11,2							
8	2,000	13,800	15,4							
9	1,000	12,400	16,01							
10	2,000	14,600	14,1							
11	2,000	15,000	13,8							
12	2,000	13,200	15,5							
13	1,000	14,000	12,65							
14	1,000	15,100	10,63							
15	1,000	12,900	12,54							
16	1,000	13,400	23							
17	2,000	15,600	13							
18	2,000	17,830	21,5							
19	2 000	16 010	23							

Comparing Two Groups: непараметрика

Variables

Dependent: Var2-Var3
Grouping: Var1

Codes for: Group 1: 1 Group 2: 2

Quick

- ☒ Wald-Wolfowitz runs test
- ☒ Kolmogorov-Smirnov two-sample test
- ☒ Mann-Whitney U test
- ☒ Box & whisker plot by group
- ☒ Categorized histograms by group

Options

SELECT CASES ☒ **W**

Double-click on the respective field to select codes from the list of valid variable values

p-level for highlighting: .05

Cancel

Результати:

Data: непараметрика (10v by 20c)

Workbook1* - Mann-Whitney U Test (непараметрика)

Workbook1*

- Nonparametrics (
- Nonparametr
- Mann-Wit

Mann-Whitney U Test (непараметрика)
By variable Var1
Marked tests are significant at $p < .05000$

variable	Rank Sum Group 1	Rank Sum Group 2	U	Z	p-level	Z adjusted	p-level	Valid N Group 1	Valid N Group 2	2*1sided exact p
Var2	74,50000	135,5000	29,50000	-1,51947	0,128644	-1,52119	0,128213	9	11	0,130805
Var3	84,00000	126,0000	39,00000	-0,79772	0,425031	-0,79832	0,424683	9	11	0,456097

Приймаємо H_0 ,
групових (“кодових”)
відмінностей не встановлено

Критерій Ван дер Вардена (Van der Warden test)

Для незалежних вибірок, взятих з сукупностей із розподілом, близьким до нормального

- H_0 : вибірки належать до однієї генеральної сукупності або двом генеральним сукупностям з однаковими параметрами
- H_a : вибірки взяті з генеральних сукупностей, параметри яких різні

Алгоритм:

- 1) ранжують вибірки в спільний ряд, для вибірки з меншою чисельністю для рангів R знаходять відношення

2) для кожного значення відношення $\frac{R}{N+1}$ (1) за таблицею знаходять значення функції $\psi[R/(N+1)]$

3) Фактичне значення критерію:

4) Порівнюють з $X_{\text{табл}}$, **коли $X_{\phi} < X_{\text{табл}}$, приймаємо H_0**

$$X_{\phi} = \sum \psi \left[\frac{R}{N+1} \right] \quad (2)$$

Непараметричні тести для порівняння двох залежних вибірок

- H_0 : вибірки належать до однієї генеральної сукупності або двом генеральним сукупностям з однаковими параметрами
- H_a : вибірки взяті з генеральних сукупностей, параметри яких різні

Z-критерій знаків (sign test)

Алгоритм:

- 1) порівнюють попарно зв'язані значення двох вибірок, рахують кількості "+" і "-" відхилень, нульові різниці не рахуються
- 2) сума більшої різниці = z_{ϕ} ,
- 3) $z_{\text{табл}}$ – шукаємо для (α , n – кількість нульових різниць)
- 4) коли $z_{\phi} < z_{\text{табл}}$, приймаємо H_0

Непараметричні тести для порівняння двох залежних вибірок (продовження)

Т-критерій Уїлкоксона (Paired sample Wilcoxon Signed Ranks Test)

- 1) для парних значень знаходять модуль відхилень $|x_{i1} - x_{i2}|$
- 2) ранжують їх у спільний ряд (однакові відхилення мають один ранг, усереднений на кількість співпадів),
- 3) для рангів рахують Σ^{+} і Σ^{-} відхилень, менша рангова сума є T_{ϕ} ,
- 4) знаходять табличне $T_{\text{табл}}$ (α , n для ненульових різниць Δx_i),
- 5) при $T_{\phi} < T_{\text{табл}}$, приймаємо H_0