

ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

Введение. Физика как наука

Основы кинематики

Характеристики

поступательного движения

Характеристики

вращательного движения

Аналогии и связь характеристик

поступательного и вращательного движений

Введение.

Физика как наука

***Наука есть обмен
одних незнаний на другие.***

***Джордж Байрон.
Манфред***

Физика как наука

Окружающий нас мир
- **МАТЕРИАЛЕН**

Материя

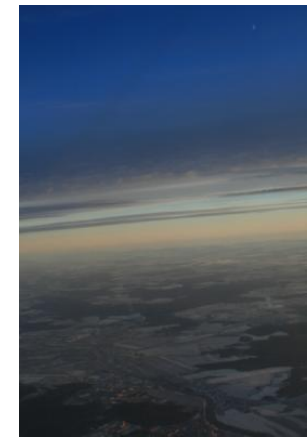
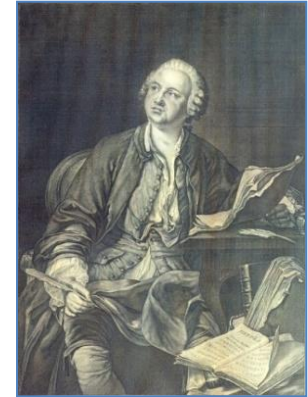
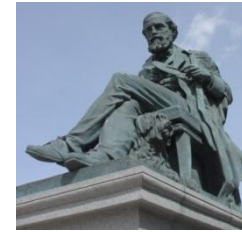
форма существования:

вещество

элемент.
частицы e , p , n

поле

гравитационное
, ЭМ, ядерных
сил

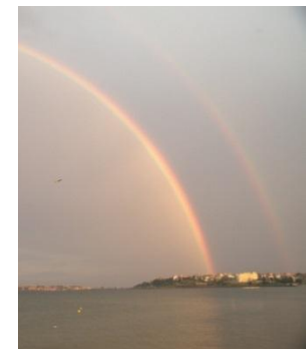


неотъемлемое *свойство материи:*

Движение

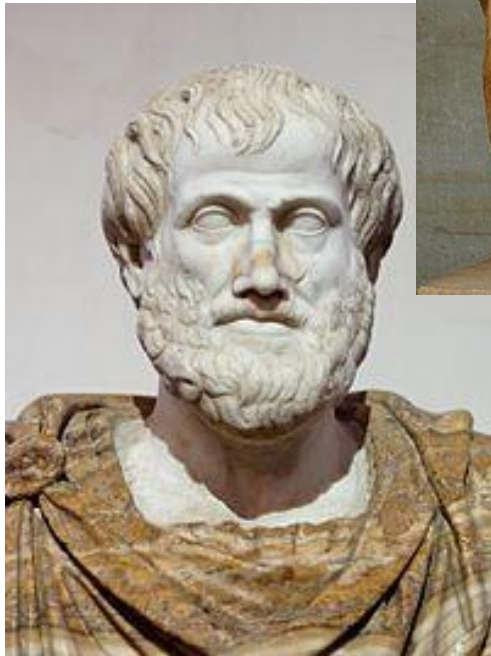
**различные
изменения материи**

от простого перемещения
до сложнейших процессов
мышления



Физика

от греч. **Φύσις**, *physis* – *природа*



Аристотель
(384-322 г. до н.э.)

Михаил Васильевич
Ломоносов
(19.11.1711 – 15.04.1765)

Физика как наука

Физика

от греч. **Φύσις**, *physis* – *природа*

**Абрам
Федорович
Иоффе:**

**наука, изучающая общие свойства
и законы движения вещества и поля**

**физический
энциклопедический
словарь:**

**наука, изучающая простейшие,
и, вместе с тем, наиболее общие
закономерности явлений природы,
свойства и строение материи
и законы ее движения**

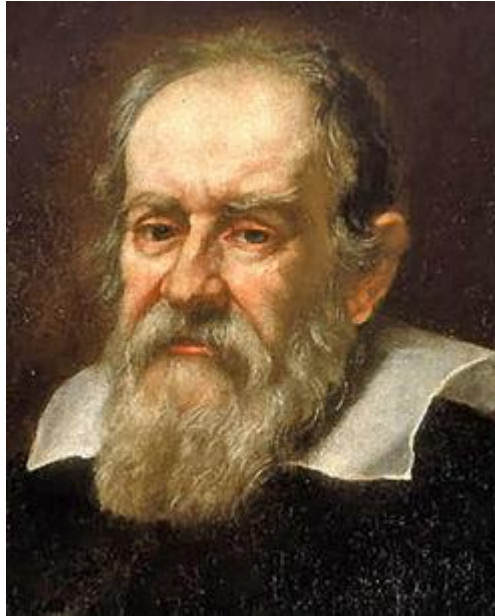
занимает особое место среди всех естественных наук,
т.к. она **изучает** наиболее **фундаментальные**
и универсальные закономерности взаимодействия частиц
и полей, лежащие в основе других явлений – химических,
биологических, геологических, астрономических и др.

Физические основы механики

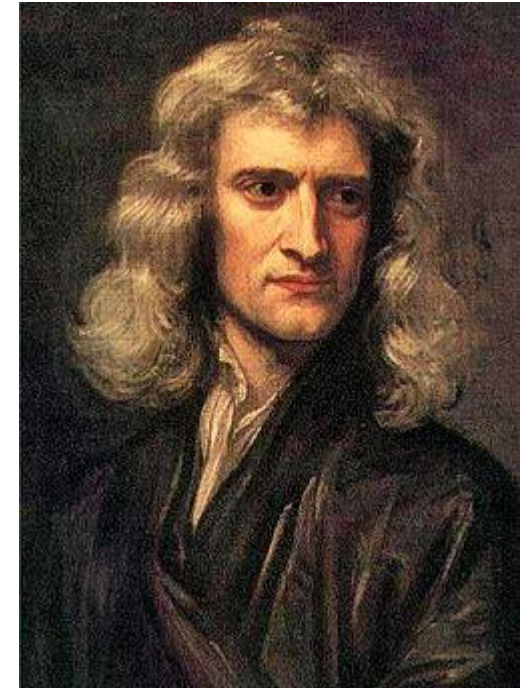
от греч. μηχανή –
машина, конструкция



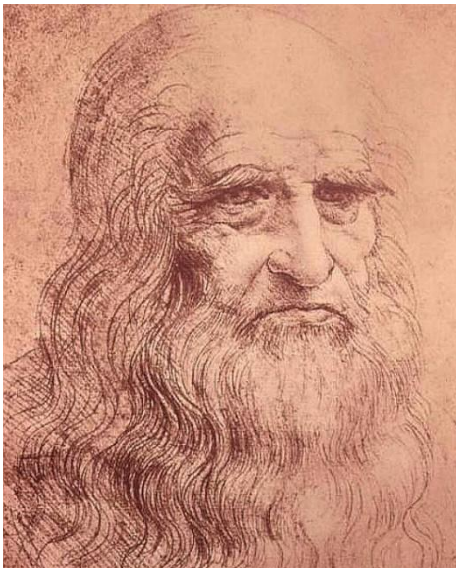
Архимед
(287-212 г. до н.э.)



Галилео Галилей
(15.11.1564-8.01.1642)



Исаак Ньютон
(4.01.1641-31.3.1727)



Леонардо да Винчи
(15.4.1452–2.5.1519)

Связь физики с другими науками

физика как наука выросла из потребностей техники

физика – база развития новых отраслей



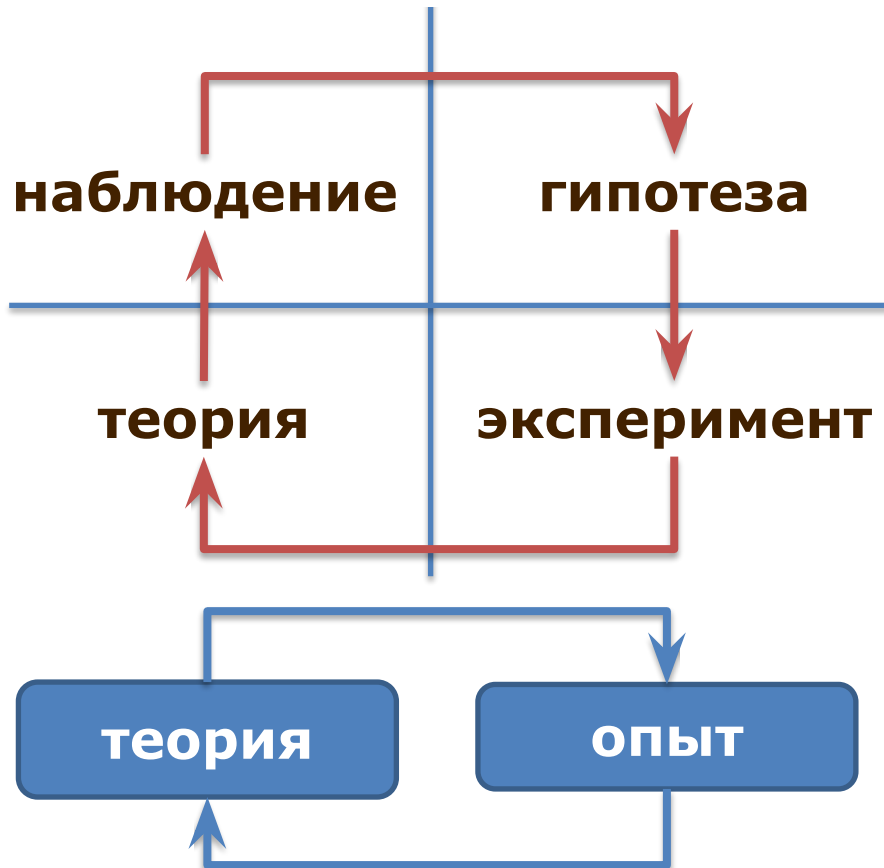
Знание основ физики необходимо для освоения специальных дисциплин !

Задача физики и методы физического исследования

Задача физики

создать модель, физическую картину мира, наиболее полно и правильно отражающую свойства окружающего нас реального мира

Основной метод исследования – ЭКСПЕРИМЕНТ



Спираль развития

Физика как наука

ЧТО изучает физика

МИКРОмир

МАКРОмир

МЕГАмир

явления

свойства
объектов

КАК изучает физика

наблюдение

эксперимент

теоретические
исследования

величины

законы

теории

Что дает физика как наука?

- 1. Установленные физикой законы позволяют предсказать ход событий в определенных условиях**
- 2. Опытная проверка позволяет установить точность этих предсказаний и область их применения**
- 3. Что еще?**

Физические законы

- Общие объективные закономерности между различными свойствами (характеристиками) материальных объектов
- Выражаются при помощи математических соотношений между физическими величинами, которые могут быть измерены количественно
- Служат исходным положением при анализе конкретного явления и позволяют предсказать ход событий в определенных условиях
- В силу экспериментального происхождения имеют ограниченную область применения
- **Существуют и действуют ВНЕ зависимости от того, знаем мы о них или нет**

Физические законы

**Закон не может быть точным
хотя бы потому, что понятия,
с помощью которых мы его
формулируем, могут развиваться
и в будущем могут оказаться
недостаточными.**

Альберт Эйнштейн

Физические величины

Физические законы выражаются при помощи математических соотношений между физическими величинами, которые **измерены количественно**

Измерить



сравнить с определенной величиной того же рода, принятой за единицу, и выразить численно

Система физических единиц

ОСНОВНЫЕ единицы

Система единиц физических величин
Международная система единиц (СИ)

принята Генеральной конференцией
по мерам и весам в 1960 г.

ПРОИЗВОДНЫЕ единицы

строятся на основе
физических законов,
связывающих
эти величины
с основными

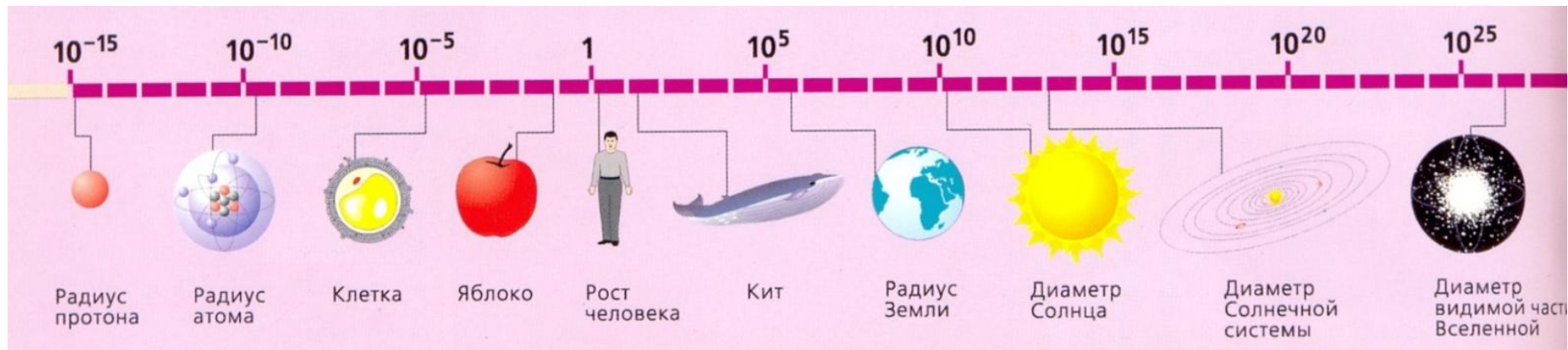
Все физические величины измеряются приборами и устройствами с некоторой точностью !

Основные единицы

	Физическая величина	Единица измерения	Обозначение
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
	Угол		
	Телесный угол		

Примеры диапазонов физических величин

Длина: метры, м



Длина (м)

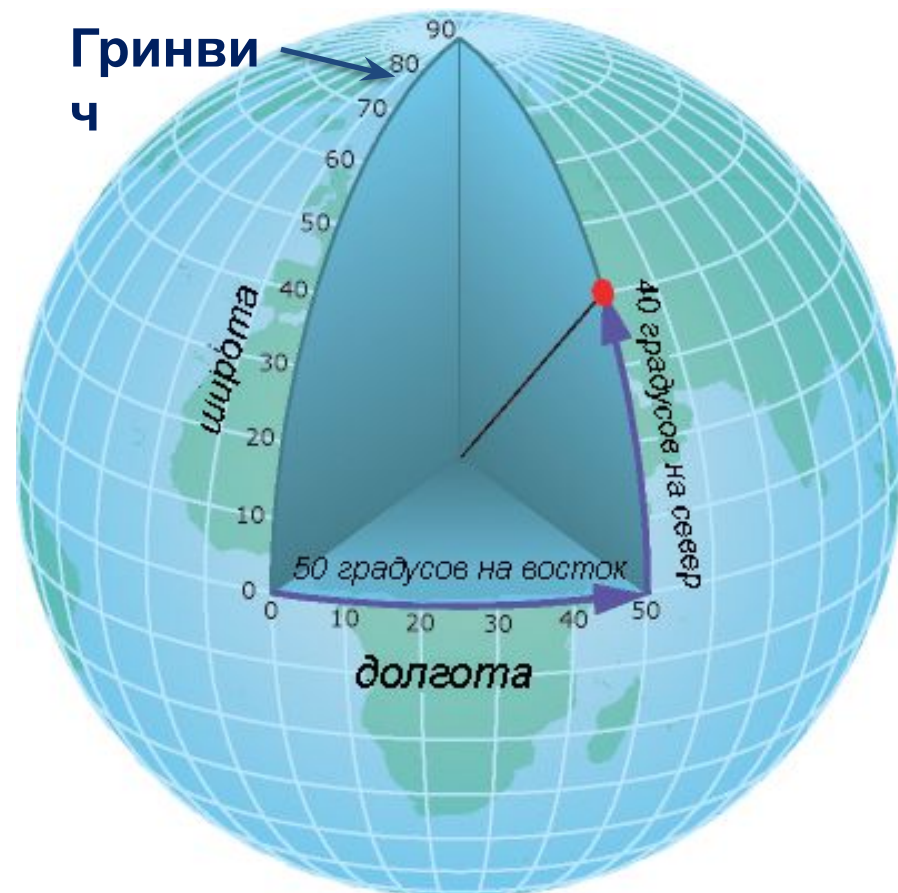
10^{-15}	Размер атомного ядра
10^{-10}	Расстояние между атомами в твердых телах
$5 \cdot 10^{-7}$	Длина световой волны видимого диапазона
$\sim 1,7$	Рост человека
$1,27 \cdot 10^7$	Диаметр Земли
$1,5 \cdot 10^{11}$	Расстояние от Земли до Солнца
$\sim 10^{21}$	Диаметр Галактики

Внесистемные единицы измерений

Длина: **миля**

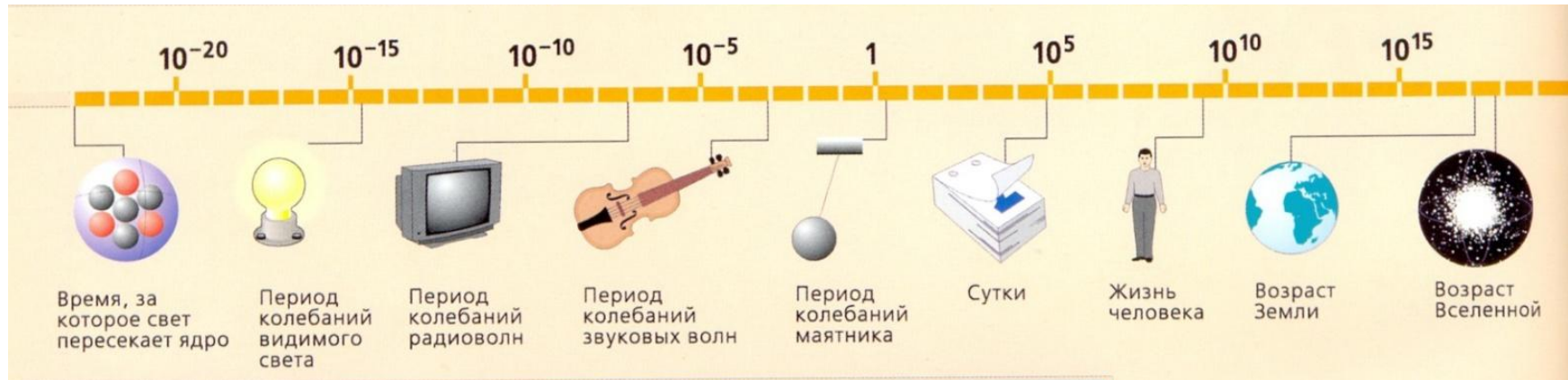
Географическая миля (1 минута широты)	1 853,25 м
Морская миля	1 852 м
Британская (американская)	1 609,344 м
Древнеримская (миллиатрий)	1598 м
Французская сухопутная миля (1/25 град. экватора)	4 448 м
Русская верста	4 448 м
Немецкая миля	7 420 м
Шведская (норвежская)	10 000 м
Старонорвежская	11 300 м
Миля (лат. <i>mille passuum</i>)	1 492 м

Миля (лат. *mille passuum*) — 1000 двойных римских шагов «тростей» — путевая мера для измерения расстояния, введенная в Древнем Риме



Примеры диапазонов физических величин

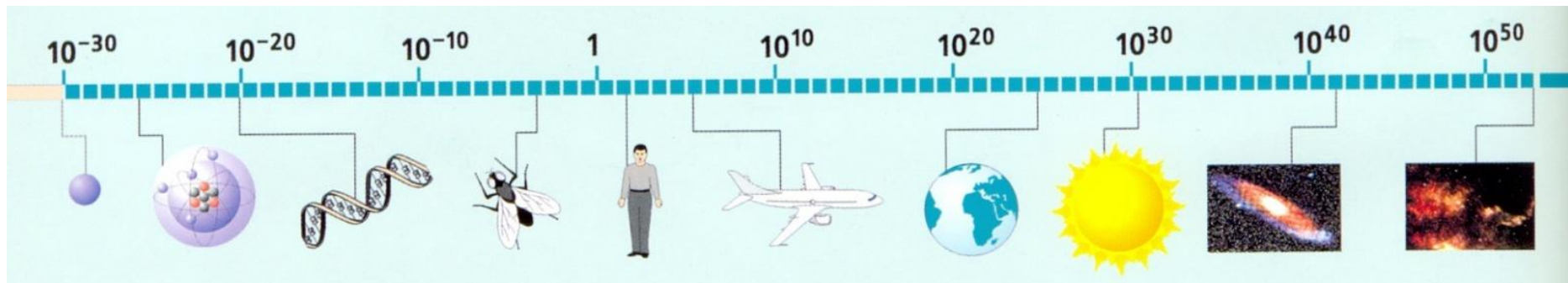
Время: секунды, с



10^{-20}	время жизни короткоживущих элементарных частиц
10^{-15}	время обращения электрона вокруг ядра в атоме H_2
10^5	1 сутки
$3 \cdot 10^6$	1 месяц
$\sim 3 \cdot 10^7$	обращения Земли вокруг Солнца
$\sim 2 \cdot 10^9$	~ 70 лет время жизни человека
$\sim 10^{12}$	~ 2630 лет до н.э. – возраст египетских пирамид
$\sim 5 \cdot 10^{15}$	~ 5.5 млрд. лет – возраст Земли

Примеры диапазонов физических величин

Масса: килограмм, кг



$$9,1 \cdot 10^{-31}$$

электрон

$$1,67 \cdot 10^{-27}$$

молекула O₂

$$\sim 10^2$$

человек

$$\sim 6 \cdot 10^{24}$$

Земля

$$\sim 2 \cdot 10^{30}$$

Солнце

Температура: градус Кельвина, К



Физические модели

В физике для описания явлений и процессов используются различные **физические модели**

Материальная точка, частица (МТ)

тело, обладающее массой, размерами которого можно пренебречь в данных условиях

(при решении определенной задачи) $m \neq 0,$
 $r \rightarrow 0$

Одно и то же тело в одних случаях можно рассматривать как МТ, в других – как протяженное тело

- Земля
- самолет

Изучая движение планет вокруг Солнца, размерами планет можно пренебречь.

При рассмотрении движения тел по поверхности Земли, она – протяженное тело

Система материальных точек

тело, обладающее массой, размерами которого НЕЛЬЗЯ пренебречь в данных условиях представляется как **совокупность (система) материальных точек**

Абсолютно твердое тело

тело, ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ЛЮБЫХ ТОЧЕК которого ОСТАЕТСЯ НЕИЗМЕННЫМ, в каких бы процессах оно ни участвовало; деформации нет

и другие модели

Механика

раздел физики, в котором изучаются законы механического движения и его причины

Механическое движение

изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей друг относительно друга

Любой закон механики всегда явно или неявно содержит пространственно-временные соотношения



Основная задача механики

определение положения тела в любой момент времени

Задачи механики

1.

Изучение различных **движений** и обобщение полученных результатов в виде законов

с целью предсказания характера движения в каждом конкретном случае

Решение привело к

установлению динамических законов (Ньютон, Эйнштейн)

2.

Отыскание общих **механических свойств**, присущих любой системе

независимо от конкретного рода взаимодействий между телами системы

Решение привело к

обнаружению законов сохранения энергии, импульса, момента импульса

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Разделы механики

Классическая (Ньютон)

движение микро-
и макро объектов

$$c \gg v \ll c$$

- Скорость человека $\approx 1 \text{ м/с}$
- Скорость молекулы азота $\approx 450 \text{ м/с}$
- Скорость спутников и ракет $\sim 10^4 \text{ м/с}$

Релятивистская (Эйнштейн)

движение микро-
и макро объектов

$$c \gg v \approx c$$

- Скорость потока электронов и протонов в ускорителе $\sim 0,003 \dots 0,3c$
- Скорость удаления Галактики $\approx 0,17c$

Основана
на принципе
относительности

Квантовая (Гейзенберг, Шредингер)

описывает
движение
микрообъектов

- Скорость электронов в атоме $\sim 10^6 \text{ м/с}$

Учитывается
корпускулярно-
волновая
природа частиц



Классическая механика

Кинематика	Динамика	Статика
Изучает движение тел, НЕ рассматривая причины, которые это движение обуславливают	Изучает законы движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение	Изучает законы равновесия тел. Законы статики обычно рассматриваются как следствие законов динамики

**КАК
движется
тело?**

**ПОЧЕМУ
движется?**

**ПОЧЕМУ
находится
в равновесии?**

Основы кинематики

Раздел механики, в котором изучаются способы описания движений независимо от причин, обуславливающих это движение

- ☐ Система отсчета
- ☐ Способы описания движения
- ☐ Основные кинематические величины:
пройденный путь, перемещение, скорость, ускорение
- ☐ Кинематика поступательного движения
- ☐ Кинематика движения точки по окружности
- ☐ Кинематика абсолютно твердого тела

Пространство и время в классической физике

Состояние тел в определенный момент времени определяется **взаимным расположением тел и скоростью их движения**

Всякое физическое явление происходит во времени и в пространстве

**Пространство
и время**

фундаментальные понятия

Их невозможно выразить ни через какие другие понятия

Пространство и время – сами являются физическими объектами, их свойства познаются на опыте

Философия:

**Пространство
и время**

**объективные формы
существования материи**

Свойства пространства и времени

Пространство

Трехмерно (опыт!)

- три пространственные координаты определяют положение тела
- справедлива геометрия Евклида – сумма углов треугольника 180°

Однородно

- в любом месте пространства физические явления при одинаковых условиях протекают абсолютно одинаково

Изотропно

- независимость физических свойств от направления
- поворот системы координат на некоторый угол НЕ влияет на ход физических процессов

Непрерывно

современные
представлени
я

Время

Равномерно (абсолютно)

- под временем мы понимаем показания каких-либо часов и считаем, что часы идут одинаково во всех системах отсчета (т.е. равномерно)

Однородно

- неизменность опытов, проведенных в одинаковых условиях, и во времена Ньютона, и в наши дни (т.е. в любое время)

Непрерывно

Однонаправленно (стрела времени)

классическа
я механика

пространство
и время абсолютны

единая модель –
ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ

Система отсчета

Для описания движения МТ нужно знать

в каких точках пространства и в какие моменты времени находилась МТ



нужно указать положение данной МТ относительно какого-либо тела – **тела отсчета**

в пустом пространстве, где нет других тел, сделать этого нельзя



Система отсчета

Тело отсчета

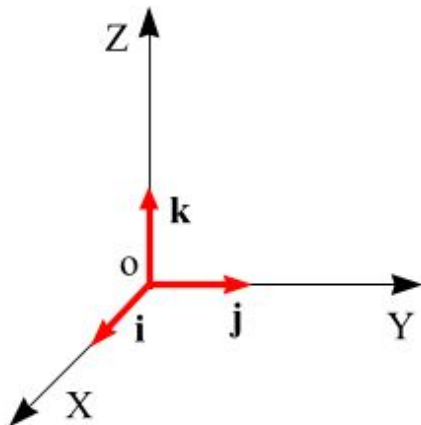
некоторое тело, условно принятое за неподвижное, относительно которого рассматривается движение других тел

Система координат

с телом отсчета связывается система координат
Обычно – декартова СК

Часы

Движение происходит не только в пространстве, но и во времени



правовинтовая

Движение относительно





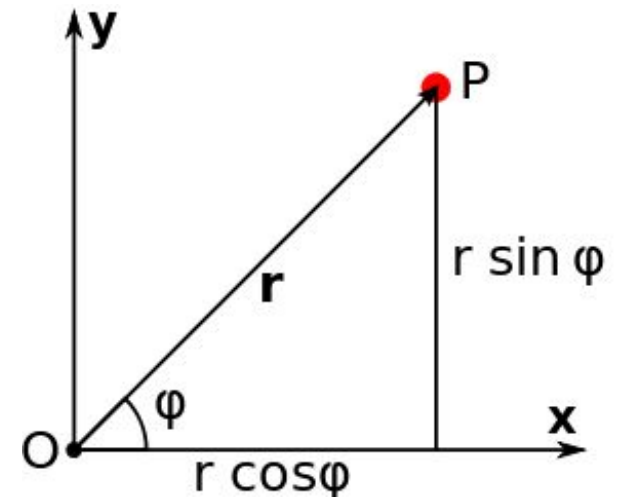
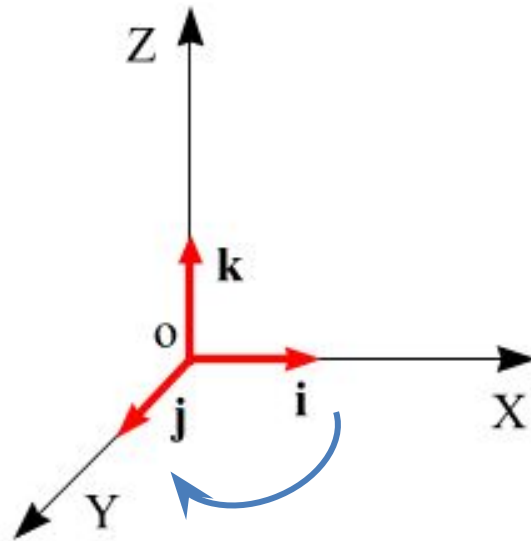
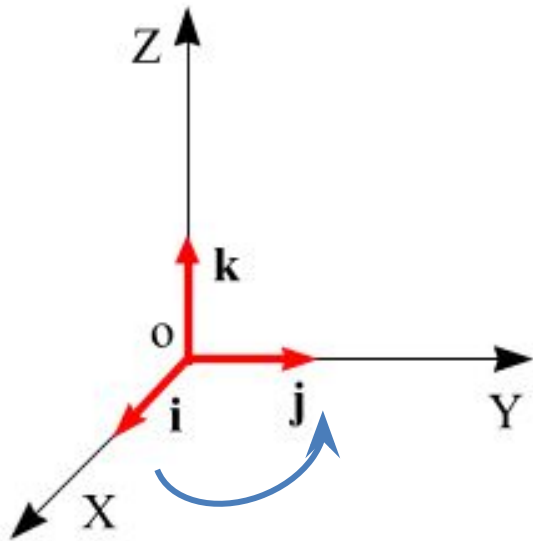
Системы координат

Декартова

ПРАВОвинтовая

ЛЕВОвинтовая

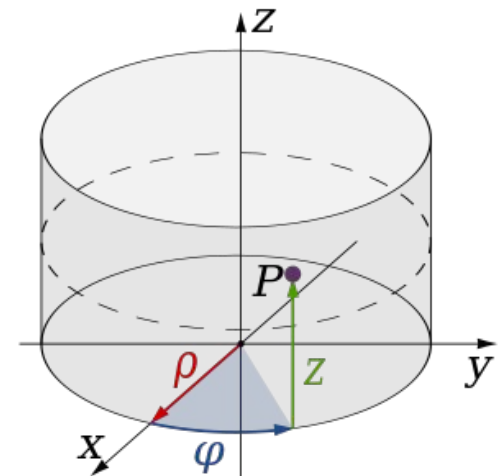
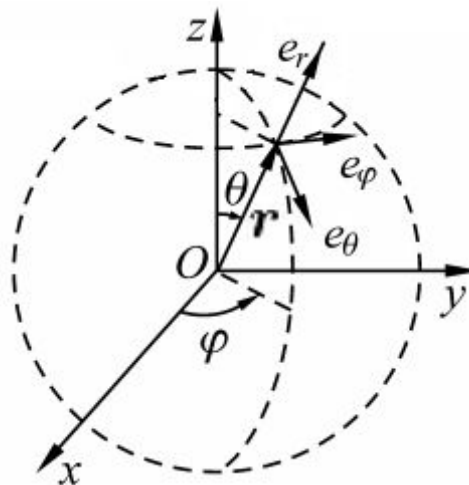
Полярная



Рене Декарт
(1596-1650)

Сферическая

Цилиндрическая



Координатный способ определения положения МТ

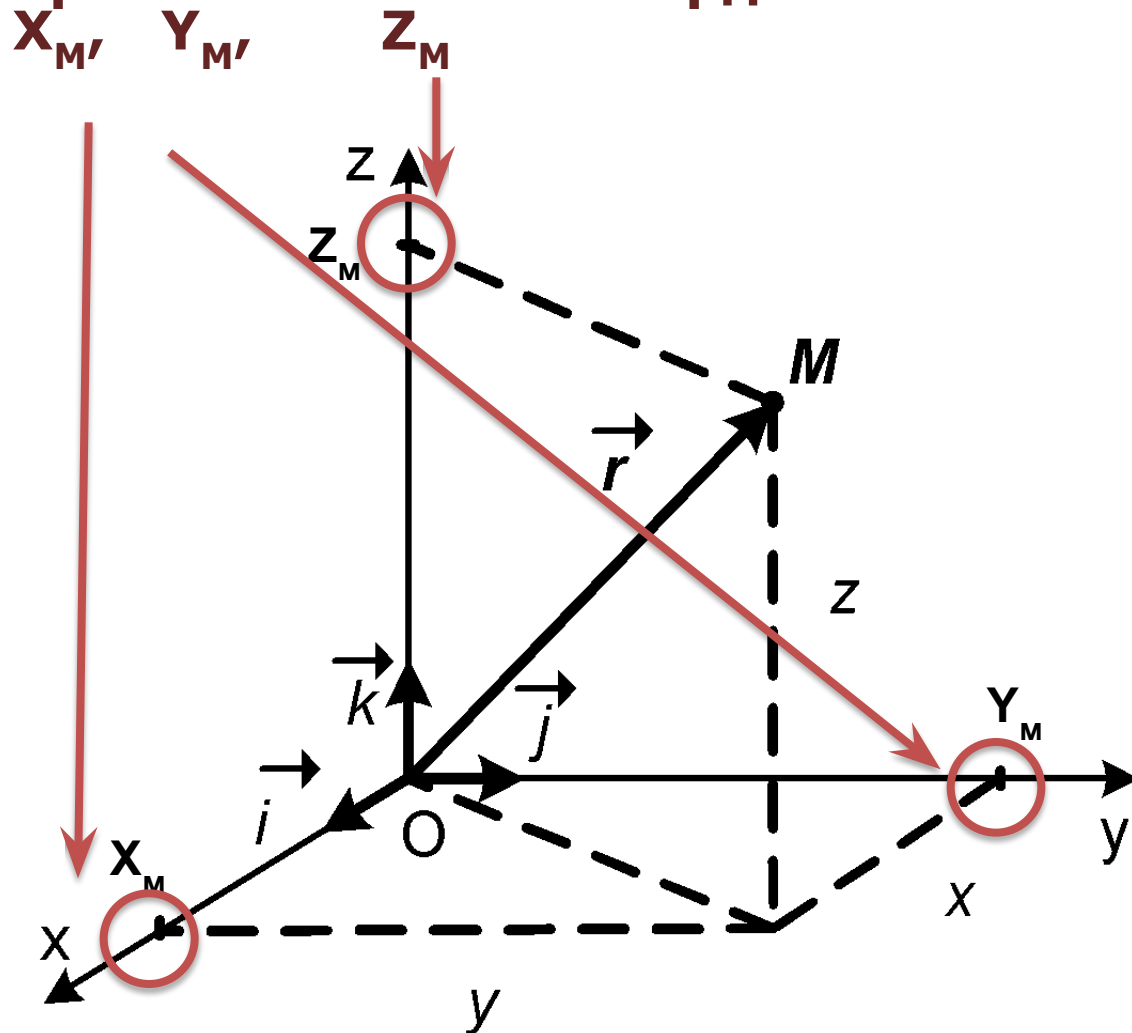
С телом отсчета
жестко связана

**система
координат**

В общем случае
может быть
полярная,
сферическая,
цилиндрическая
или др.

В декартовой системе координат:

Три независимые координаты точки



Векторный способ определения положения МТ

Радиус-вектор точки

$\vec{r}$

Векторная величина, направленная от начала координат к МТ, и модуль которой равен расстоянию от начала координат до этой точки

$$\vec{r} = r_x + r_y + r_z = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

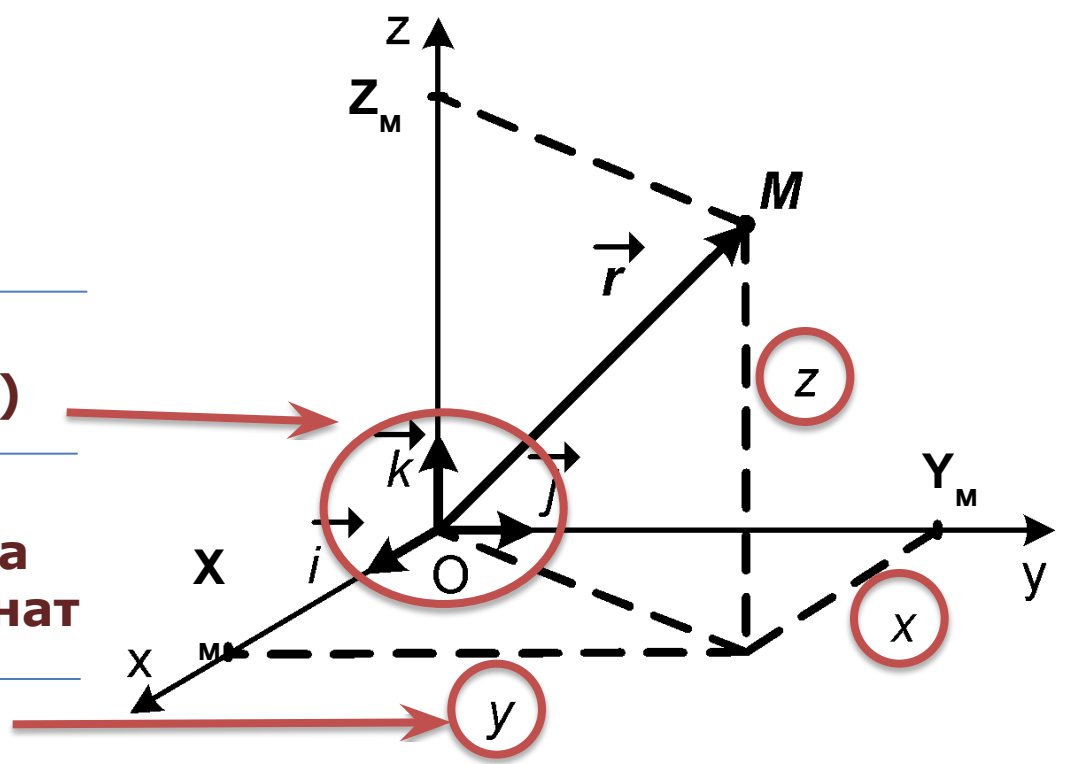
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

r_x r_y r_z составляющие вдоль осей

$\vec{i}$ $\vec{j}$ $\vec{k}$ единичные векторы (орты)

r_x r_y r_z проекции радиус-вектора на оси координат

x y z координаты



Векторный способ определения положения МТ

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

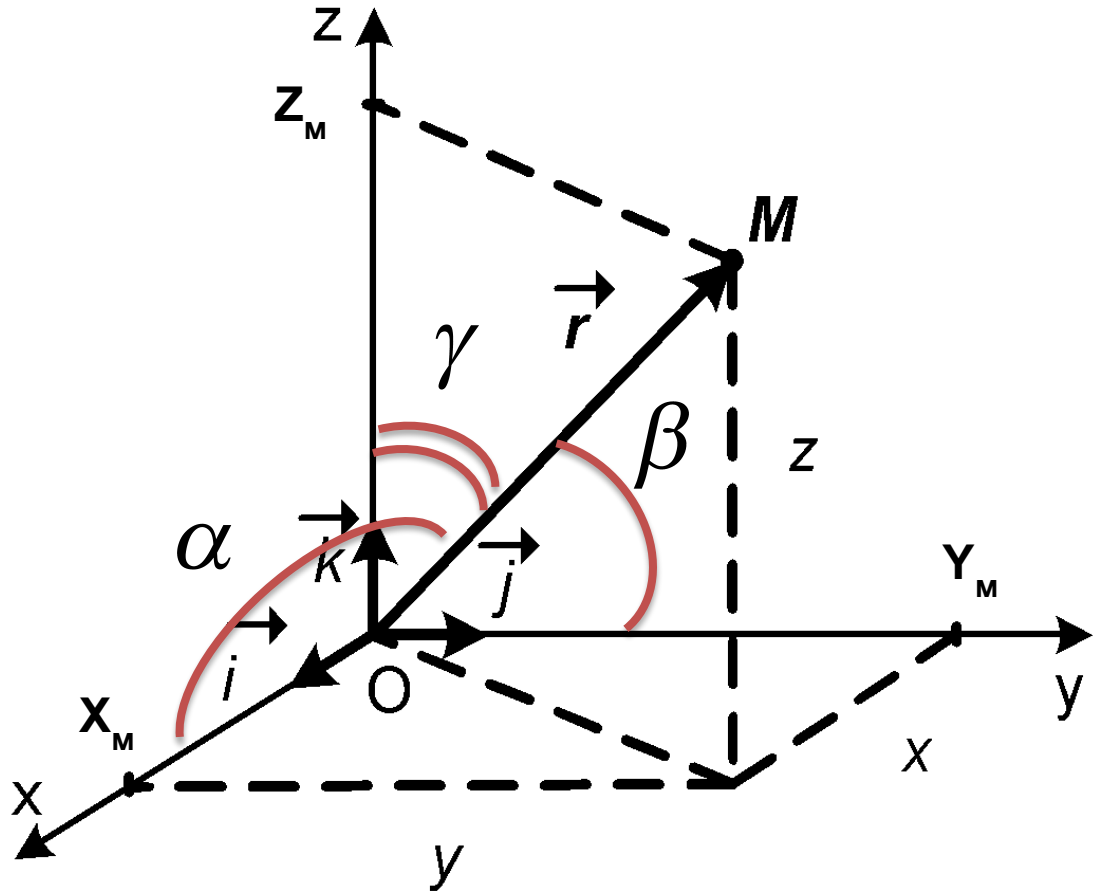
$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \cos \beta$$

$$z = r \cos \gamma$$

$\alpha \quad \beta \quad \gamma$

**Углы, между
радиус-вектором
и осями координат**



Число степеней свободы

**Число
степеней
свободы**

**количество независимых координат,
определяющих положение точки
в пространстве**



**Букашка
ползет
по травинке**

**МТ движется вдоль
некоторой прямой
(одномерное движение)**

**1 степень
свободы
 x**

**Машина
едет
по равнине**



**МТ движется только
по поверхности
(плоское движение)**

**2 степени
свободы
 x, y**



**Летящая
птица**

**МТ свободно движется
в пространстве
(объемное движение)**

**3 степени
свободы
 x, y, z**

Число степеней свободы системы N МТ

$$i = 3N - K$$

N – количество МТ

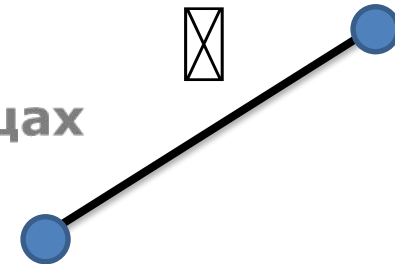
K – количество жестких связей между МТ

1. МТ не связаны друг с другом: $i = 3N$

2. Между МТ существует K жестких связей:

жесткий стержень длины l с двумя МТ на концах

$$i = 3N - K = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$



3. Незакрепленное твердое тело:

Абсолютно
твердое тело
(АТТ)

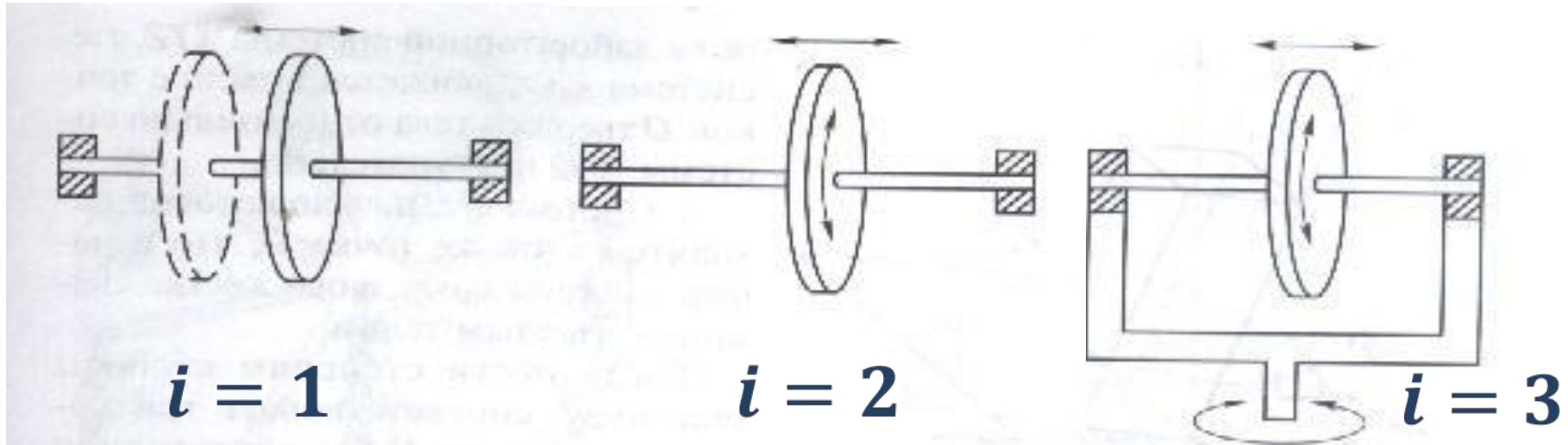
абстрактная модель реального тела,
расстояние между любыми двумя точками
которого остается неизменным, т.е.
размеры и форма тела не меняются, деформаций нет

для определения положения твердого тела надо указать
положение ТРЕХ его точек, не лежащих на одной прямой

$$i = 3N - K = 3 \cdot 3 - 3 = 6$$

Число степеней свободы тела

Число степеней свободы определяется количеством возможных **независимых перемещений**



Сколько степеней свободы имеет диск:

- a) **перемещающийся поступательно**
вдоль горизонтальной оси?
- b) **перемещающийся вдоль горизонтальной оси**
и вращающийся вокруг этой оси?
- c) **перемещающийся вдоль горизонтальной оси,**
вращающийся вокруг горизонтальной
и вертикальной осей?

Способы описания движения

При движении МТ
ее координаты
меняются во времени:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

1.
координатный

**Кинематические
уравнения движения**

При движении МТ
ее радиус-вектор меняется
по модулю и направлению:

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

2.
векторный

Задается уравнение траектории,
начало отсчета и закон движения
по траектории

$$S = S(t)$$

3.
траекторный

Основная задача механики

(определение положения точки в любой момент времени)

сводится к нахождению

кинематического уравнения движения

Основные кинематические величины

Основные физические величины,
характеризующие механическое движение:

Траектория

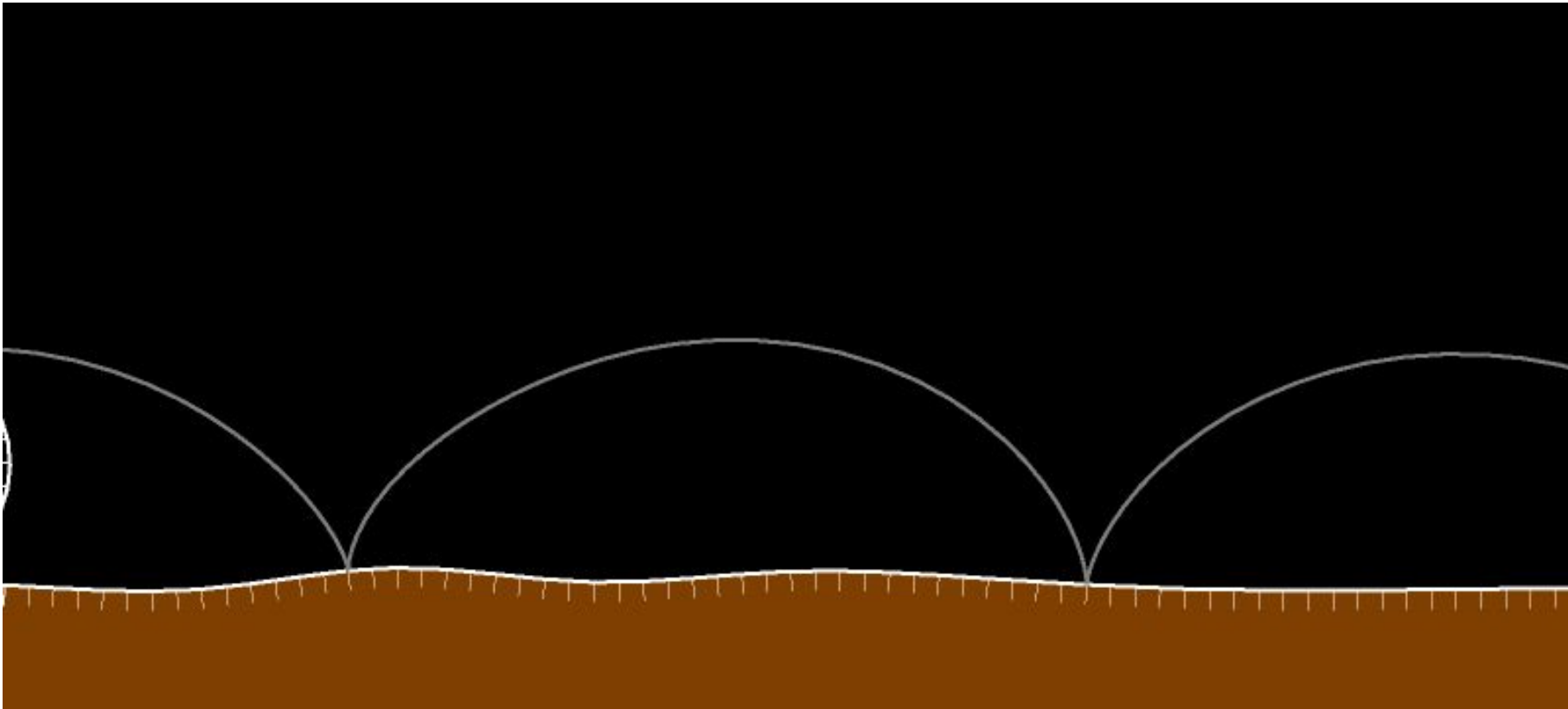
Пройденный путь

Перемещение

Скорость

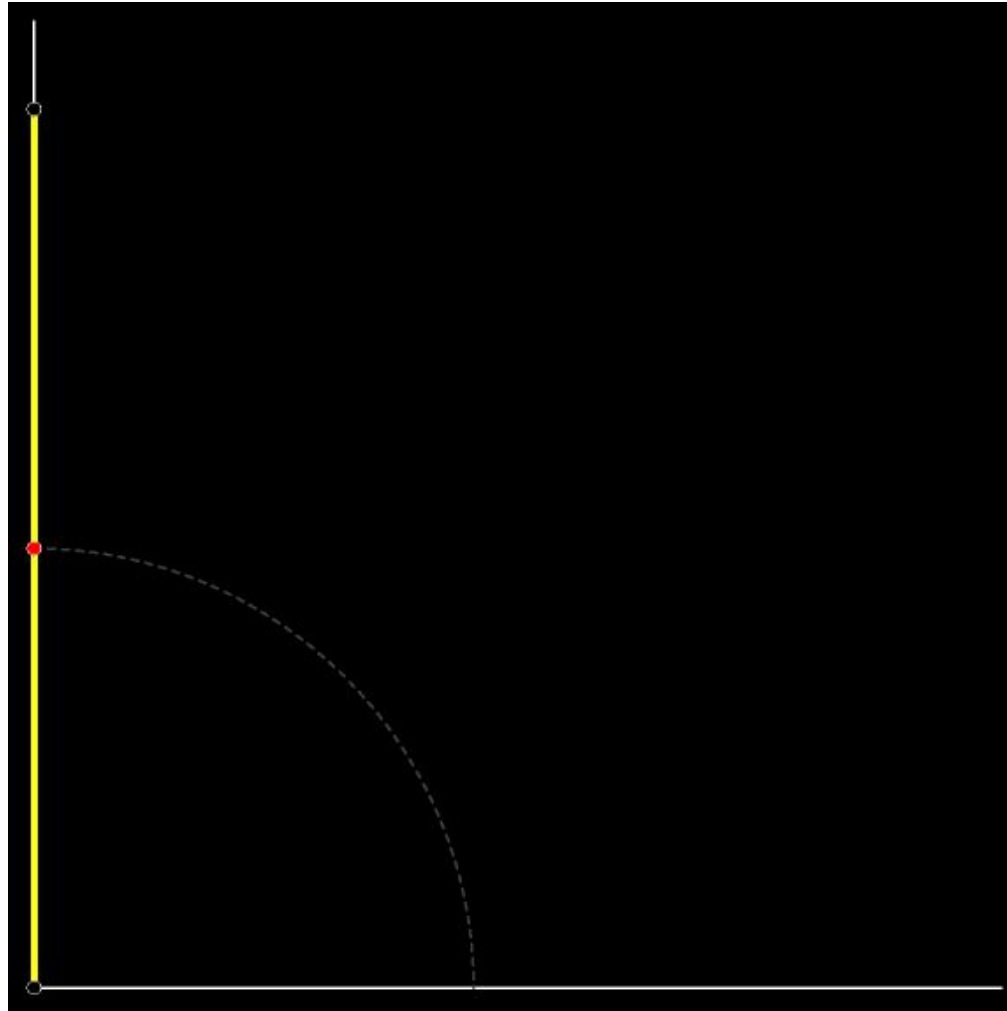
Ускорение

Траектория



- Траектория движения точки обода колеса (синяя линия)
- Красный вектор – вектор линейной скорости этой точки

Траектория



Траектория движения центра падающей лестницы

Виды движения

Движение в зависимости от формы траектории



ПРЯМОлинейное

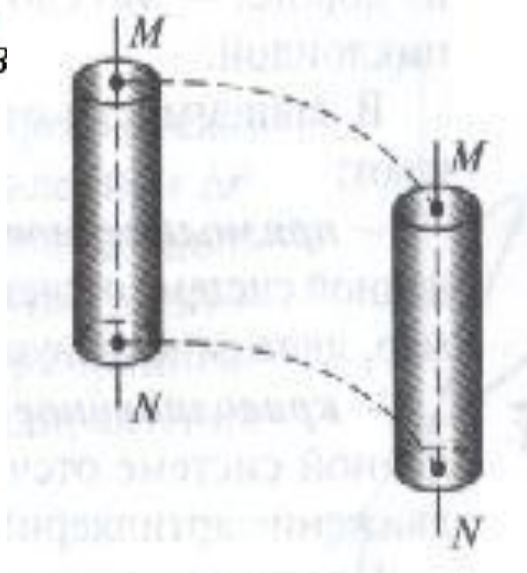
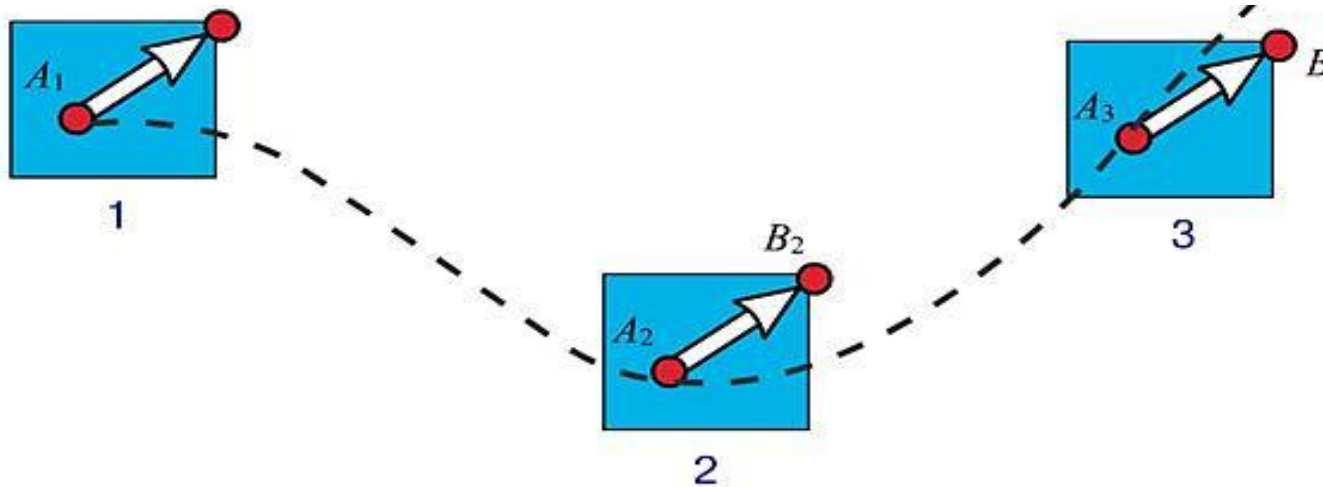


КРИВОлинейное



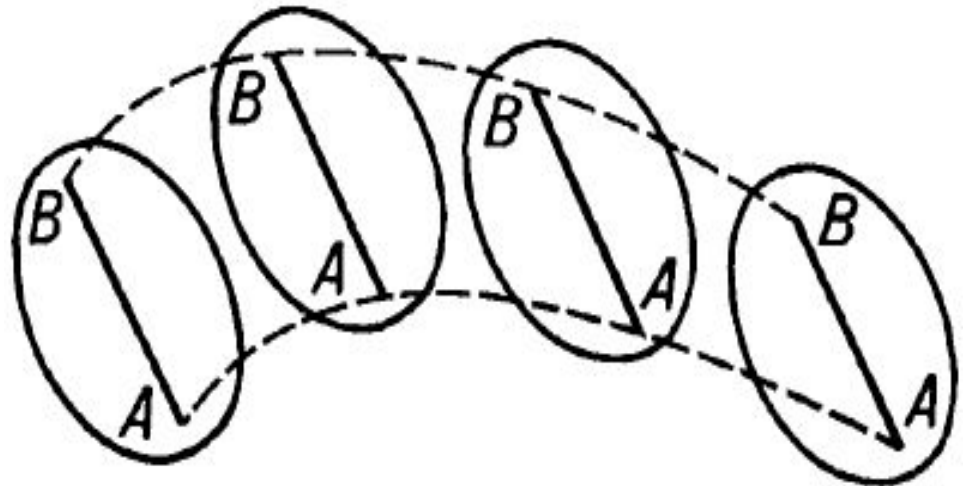
Поступательное движение

Движение, при котором любая прямая связанная с телом, при движении остается параллельной самой себе



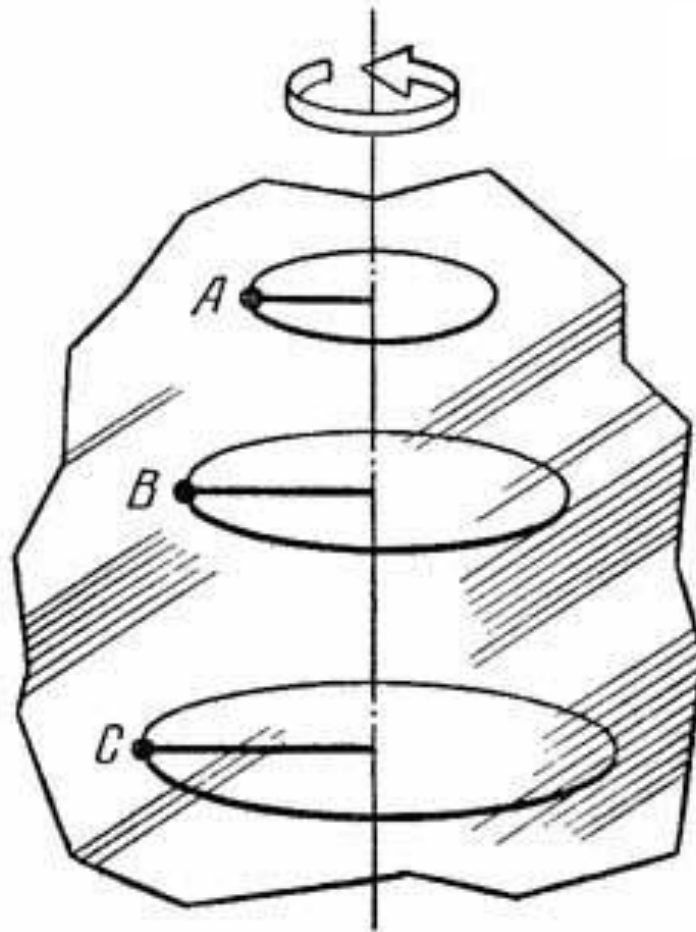
**Скорости и ускорения
всех точек одинаковы**

➡ Для описания движения
достаточно знать
движение одной точки



Вращательное движение

При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения**



Пройденный путь и перемещение

Траектория

непрерывная линия,
по которой движется тело

Пройденный путь

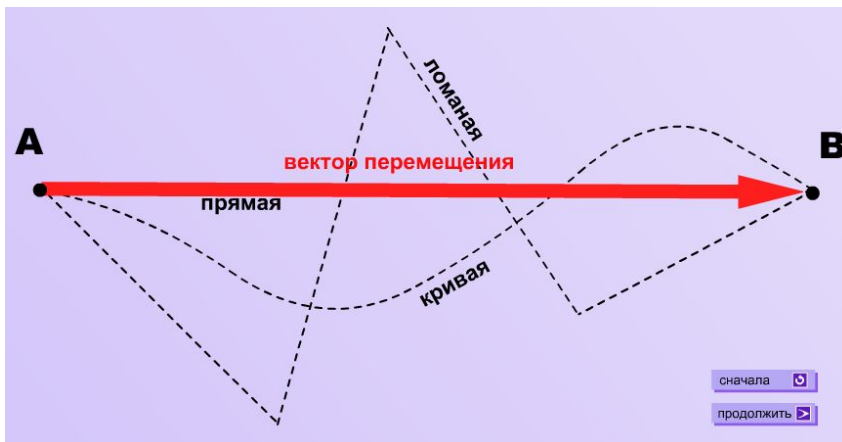
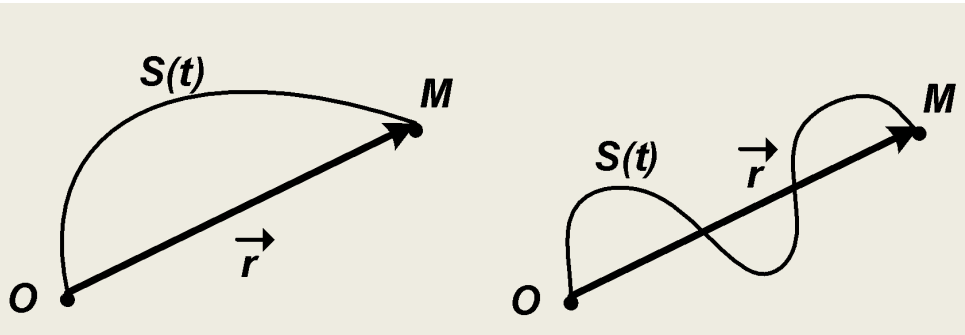
длина траектории

ΔS Δl **скаляр**

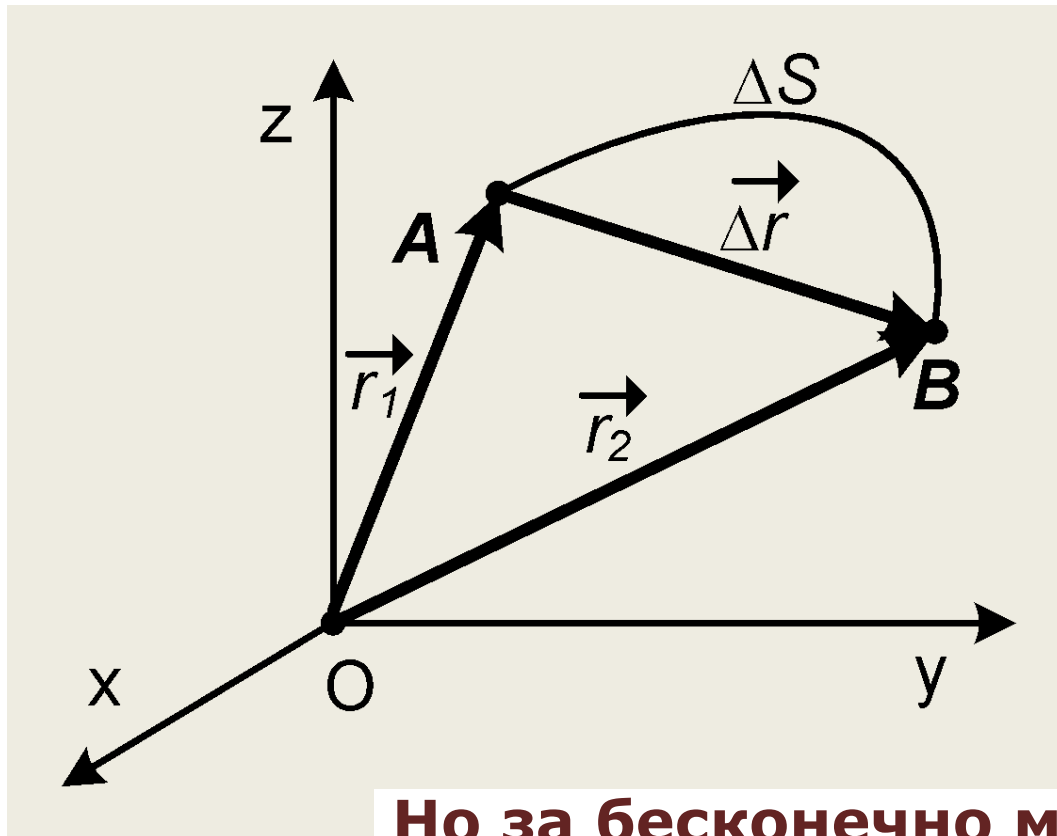
Перемещение

вектор, проведенный из точки начала
движения в точку нахождения МТ
в определенный момент времени

$\Delta \vec{r}$
вектор



Пройденный путь и перемещение



**Вектор
перемещения**

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

В общем случае

$$|\vec{\Delta r}| \leq \Delta S$$

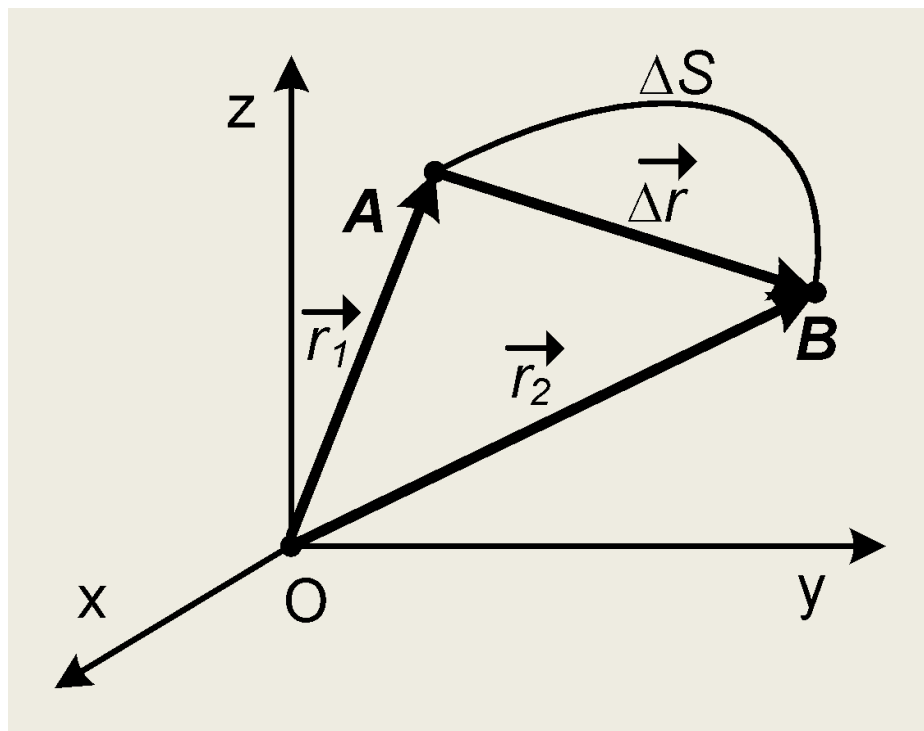
**Но за бесконечно малые
промежутки времени**

$$|d\vec{r}| = dS$$

$d\vec{r}$ – элементарное **перемещение** за время dt

dS – элементарный **пройденный путь** за время dt

При движении МТ из т.А в т.В
вдоль произвольной траектории ΔS



$$\overline{v}_{cp} = \frac{\Delta \overline{r}}{\Delta t}$$

**Средняя
скорость**

$$\overline{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \overline{r}}{\Delta t}$$

**Мгновенная
скорость**



$$\overline{v} = \frac{d\overline{r}}{dt} = \overline{r}'(t)$$



Физический смысл производной

Производная представляет собой
скорость изменения величины,
дифференцируемой **по времени**

Мгновенная скорость: определения

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'(t)$$

- Первая производная радиус-вектора движущейся точки по времени
- Скорость изменения радиус-вектора движущейся точки по времени
- Скорость, которую имеет движущаяся точка в данный момент времени

Скорость движения показывает, чему равнялось бы перемещение движущейся точки за единицу времени, если бы скорость движения была постоянной

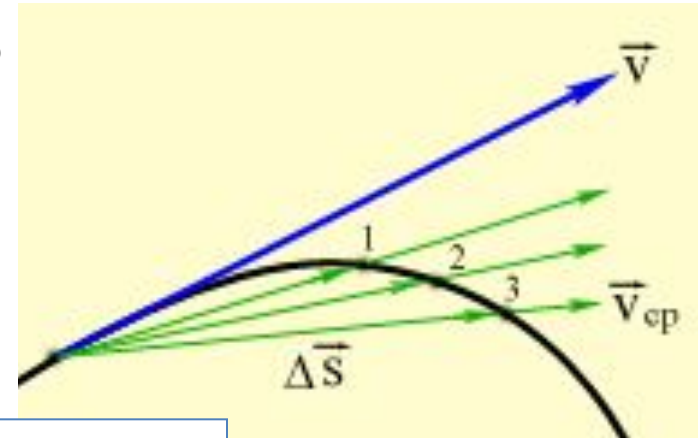
В случае равномерного прямолинейного движения средняя и мгновенная скорости совпадают и постоянны

$$\vec{v}_{cp} = \vec{v} = \text{const}$$

Выразим скорость через пройденный путь

**Средняя
скорость**

$$v_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



**Мгновенная
скорость**

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dS}{dt} = S'(t)$$

➡ **Направление**
вектора скорости

**по касательной к траектории
в сторону движения**

➡ **Модули** вектора мгновенной скорости,
определяемые по перемещению и по пройденному пути

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

совпадают

т.к. $|\Delta \vec{r}| \rightarrow \Delta S$

Выразим скорость через составляющие вектора скорости вдоль осей координат и проекции на оси координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

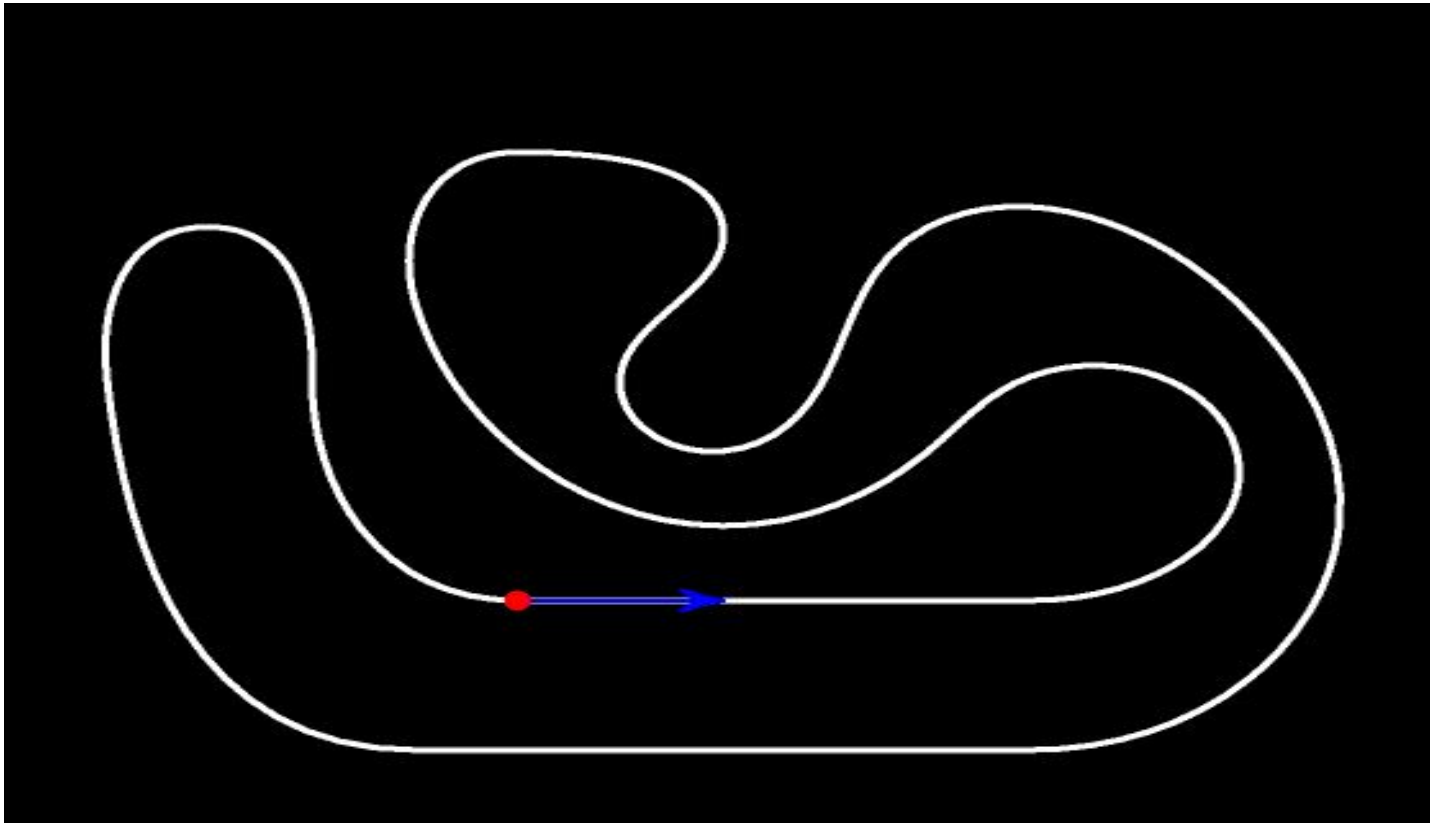
$$v_z = \frac{dz}{dt}$$

проекции вектора скорости на оси

$[v] = \text{м/с}$

Мгновенная скорость

Скорость в данной точке траектории в данный момент времени

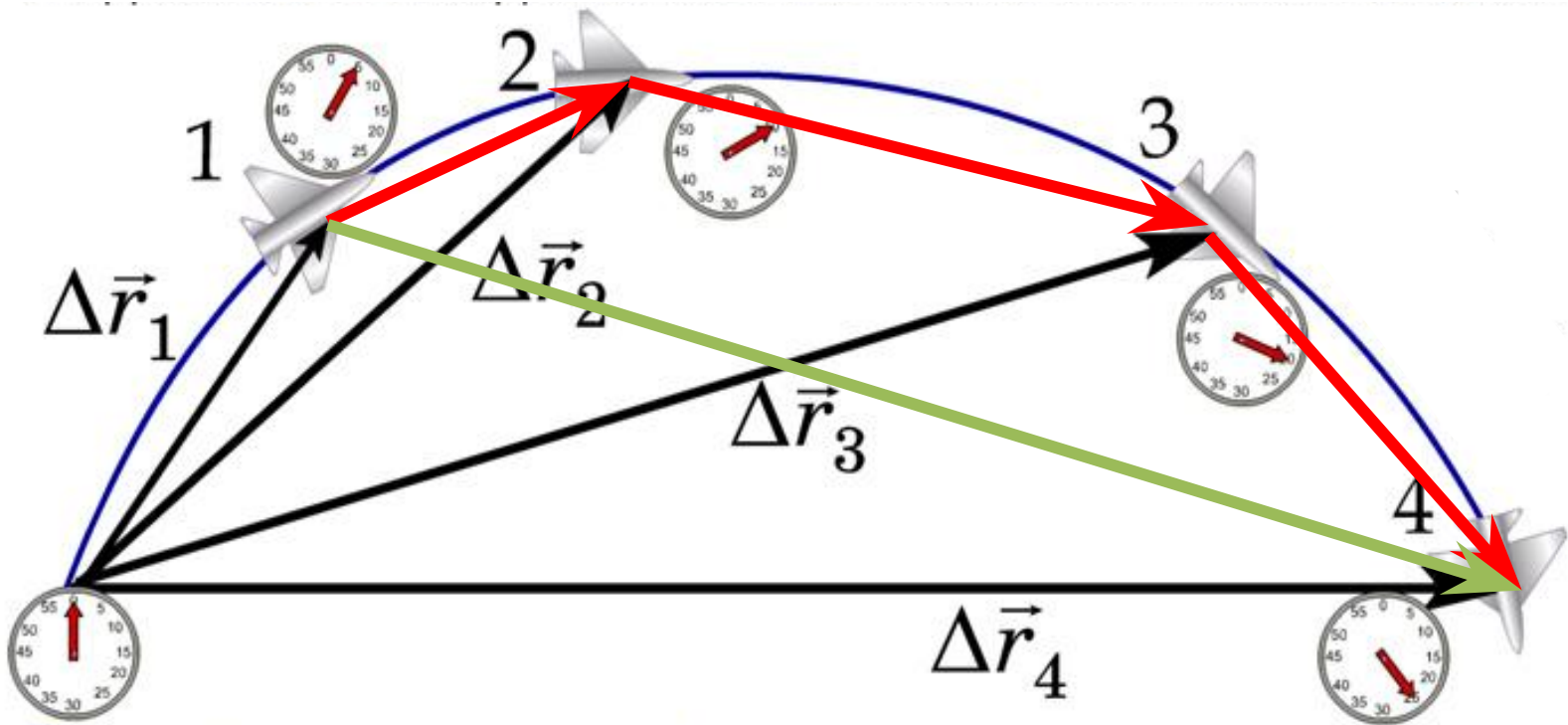


$$v = \frac{dr}{dt}$$

$$v = \frac{dS}{dt}$$

Мгновенная скорость в любой точке траектории направлена по касательной к траектории в этой точке

Средняя скорость



**Направление вектора средней скорости
совпадает с направлением вектора перемещения**

Уравнение движения

В случае **прямолинейного движения**

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dS}{dt}$$



$$dr = v \cdot dt$$

интегрируе

м



общий случай

$$r = \int_t^{t+\Delta t} v(t) dt$$

В случае
**прямолинейного
равномерного
движения**

$$v = \text{const}$$

$$r = r_0 + vt$$

В случае
**прямолинейного
Неравномерного
движения**

$$v \neq \text{const}$$

**важно знать,
как быстро меняется
скорость с течением
времени**

Ускорение

**физическая величина, характеризующая
быстроту (скорость) изменения скорости**



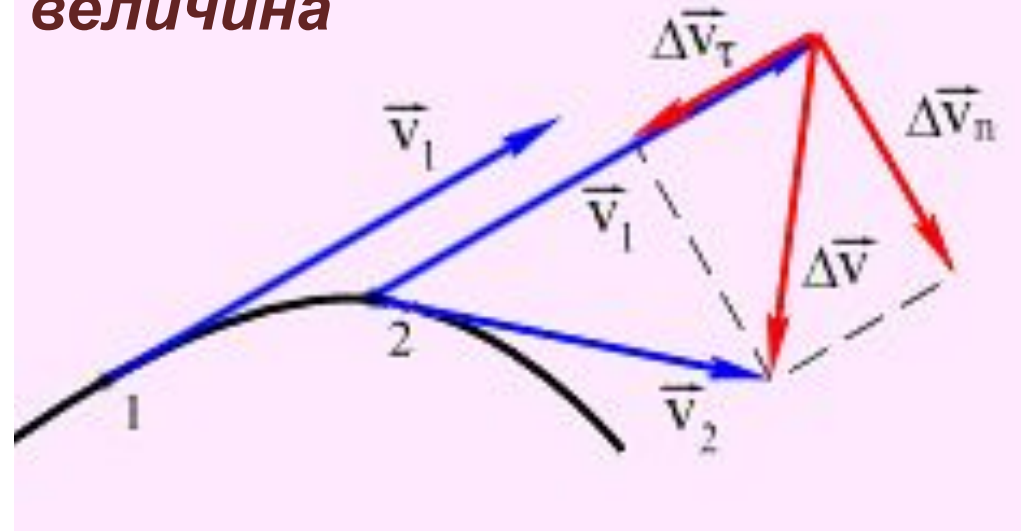
**Среднее
ускорение**

$$\overline{a}_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

**Мгновенное
ускорение**

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

**Векторная
величина**



➡

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

➡ **Ускорение движения: определения**

- Первая производная скорости по времени
- Вторая производная перемещения по времени
- Скорость изменения скорости со временем
- **Ускорение движения показывает, чему равнялось бы изменение скорости за единицу времени, если бы изменение скорости было постоянным**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{r}''(t)$$

Из
выражения

$$d\vec{v} = dv_x \vec{i} + dv_y \vec{j} + dv_z \vec{k}$$

получим

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

Ускорение через проекции на оси координат:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Составляющие ускорения

Скорость может меняться и по величине, и по направлению

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt} + \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$



$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$



**Касательное
ускорение**
(тангенциальное)

характеризует ...
ПО ВЕЛИЧИНЕ

направлено
ПО КАСАТЕЛЬНОЙ
к траектории

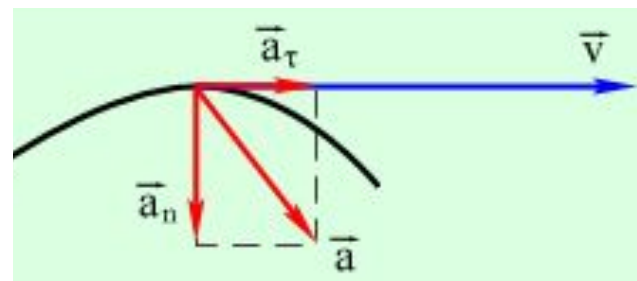
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$



**Нормальное
ускорение**
(центростремительное)

характеризует ...
ПО НАПРАВЛЕНИЮ

направлено
К ЦЕНТРУ окружности
траектории



Полное ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

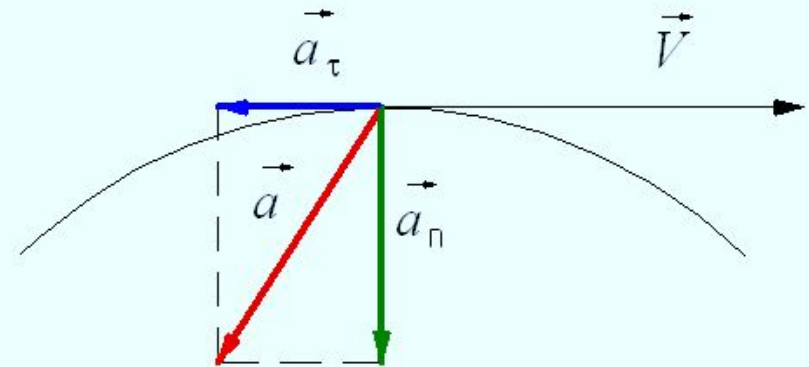
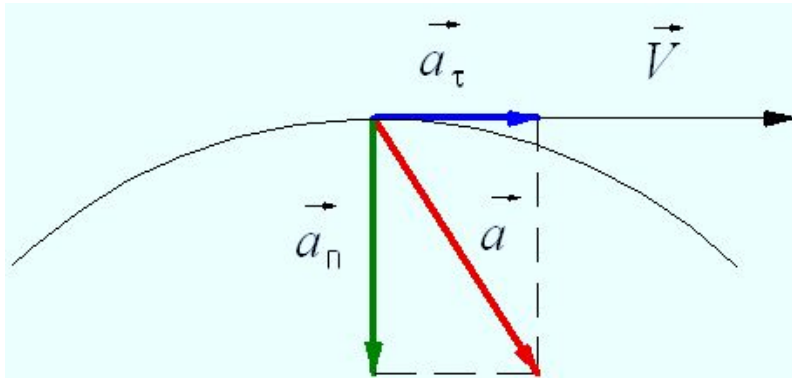
**Модуль
полного ускорения**

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

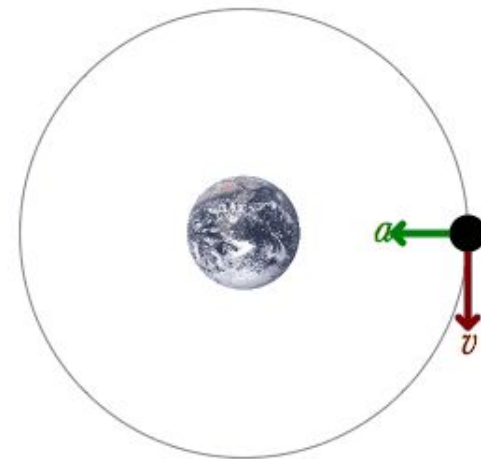
$$[a] = \text{м/с}^2$$

Направление вектора мгновенного ускорения

Направление вектора **тангенциального** ускорения совпадает с направлением линейной скорости или противоположно ему



Вектор **нормального** ускорения направлен к центру окружности, т.е. по нормали



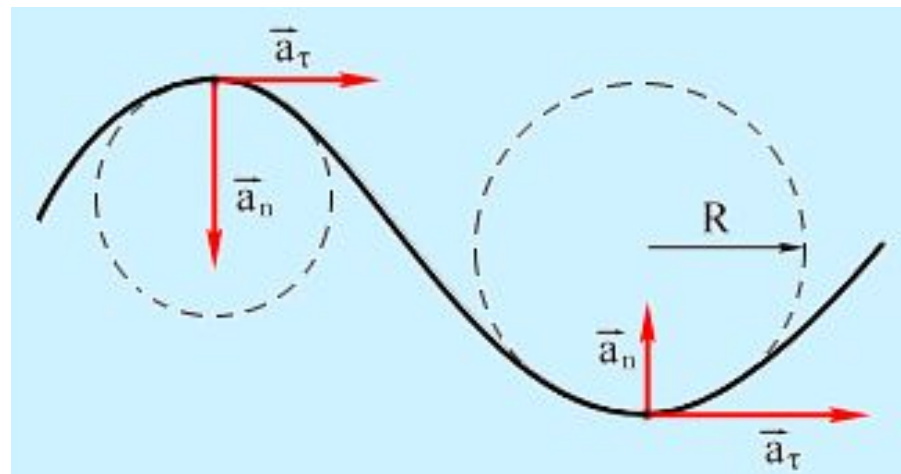
$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Виды движения

В зависимости от $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ движение можно классифицировать:

$\vec{a}_\tau$	$\vec{a}_n$	Движение
0	0	равномерное прямолинейное
<i>const</i>	0	равнопеременное прямолинейное
<i>f(t)</i>	0	неравномерное прямолинейное
0	<i>const</i>	равномерное движение по окружности
<i>const</i>	$\neq 0$	равнопеременное криволинейное
<i>f(t)</i>	$\neq 0$	неравномерное криволинейное

Криволинейное движение можно представить как движение по дугам окружностей



Уравнение равноускоренного движения

Умножим

$$v = v_0 + at$$

на dt :

$$v dt = v_0 dt + a t dt$$

проинтегрируем

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t a t dt = S_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

Уравнение равноускоренного движения в скалярной форме

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$z = z_0 + v_{0z} t + \frac{a_z t^2}{2}$$

Уравнение равноускоренного движения в проекциях на оси координат



Контрольные вопросы

1. Может ли вектор перемещения частицы быть длиннее, чем путь, пройденный частицей за тот же промежуток времени? Может ли он быть короче? Почему?
2. На тренировке игрок в баскетбол бросает мяч высоко, а затем бежит по прямой и ловит его. Какое перемещение больше – игрока или мяча?
3. Может ли скорость тела быть <0 , если его ускорение >0 ? Может ли быть наоборот?
4. Может ли тело в один и тот же момент времени иметь $=0$ скорость и $\neq 0$ ускорение?

Материальная точка (МТ)

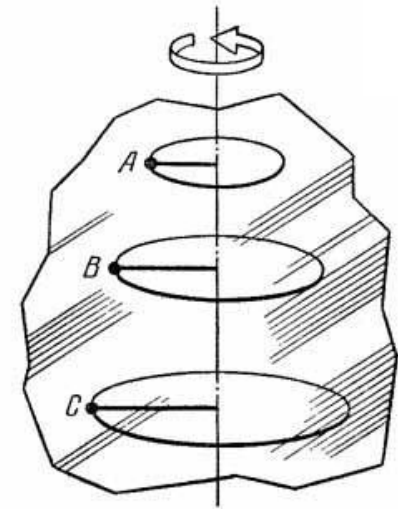
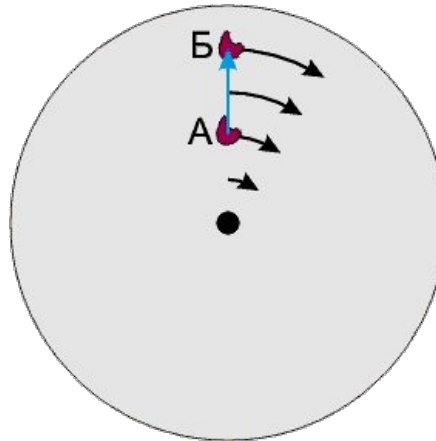
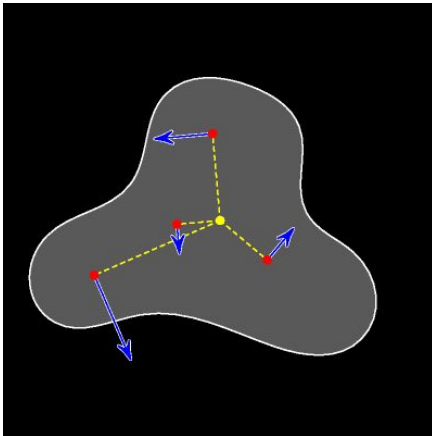
движется вдоль оси X со скоростью

$$v = At^3 + Bt^5$$

Выразите пройденный путь и ускорение МТ, считая, что в момент времени $t = 0$ МТ находилась в начале координат

Вращательное движение

Движение, при котором траектории всех точек тела – окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**



Скорости и ускорения
разных точек
НЕодинаковы

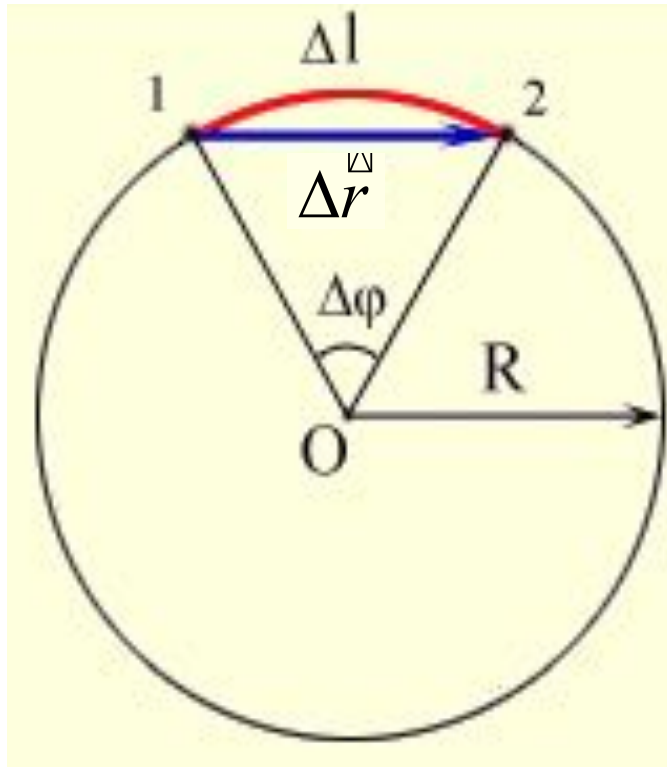


Скорость какой-либо точки
вращающегося тела НЕ может служить
характеристикой движения всего тела

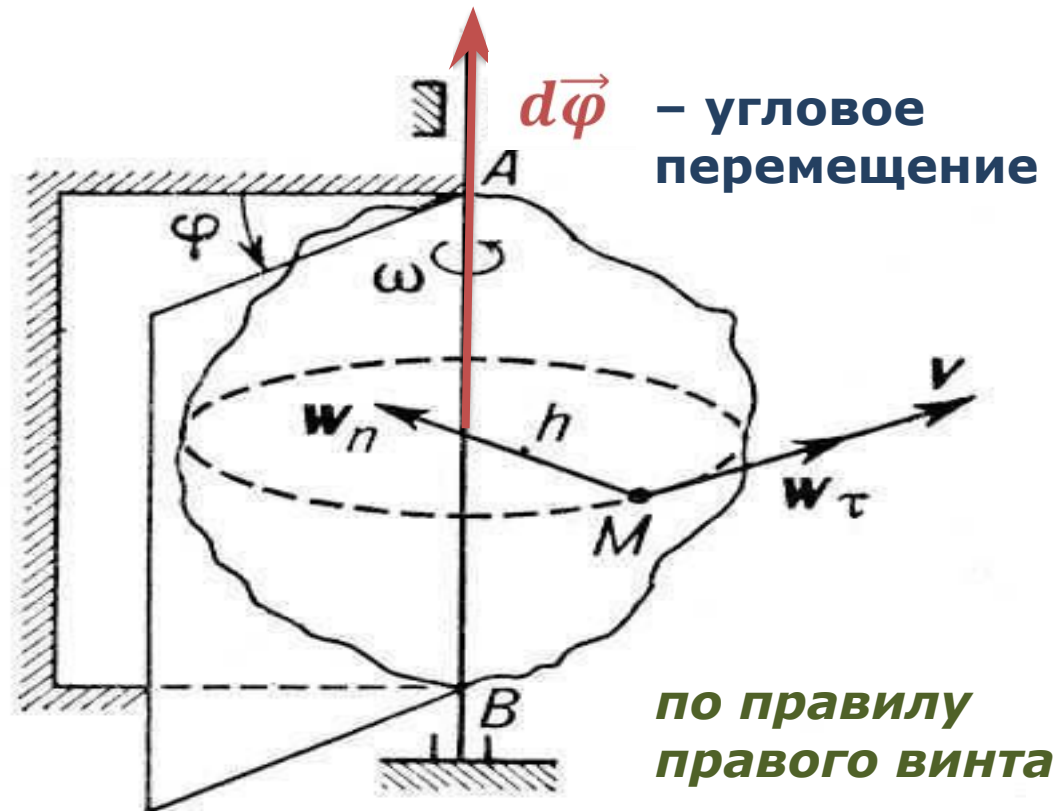
Движение точки по окружности

Положение точки, движущейся по окружности в произвольный момент времени **t** задается **углом поворота φ** и **законом его изменения $\varphi = \varphi(t)$**

Угол поворота за время t $\Delta\varphi$



Элементарный угол поворота $d\varphi$



Средняя

угловая
скорость

$$\omega_{cp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Мгновенная

угловая
скорость

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Модуль

угловой
скорости

$$\omega = |\vec{\omega}|$$

Направление

угловой
скорости

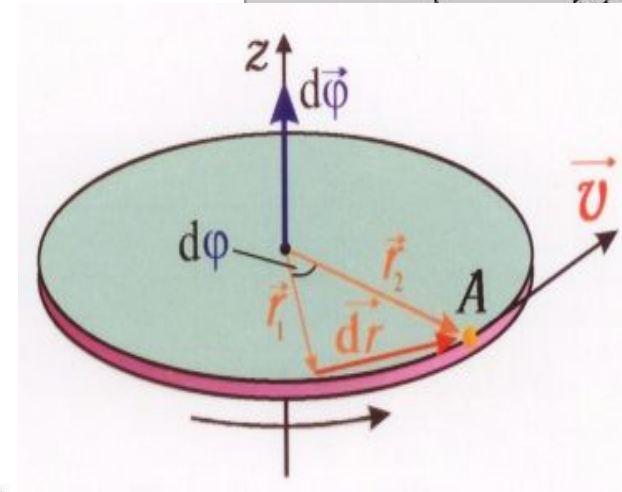
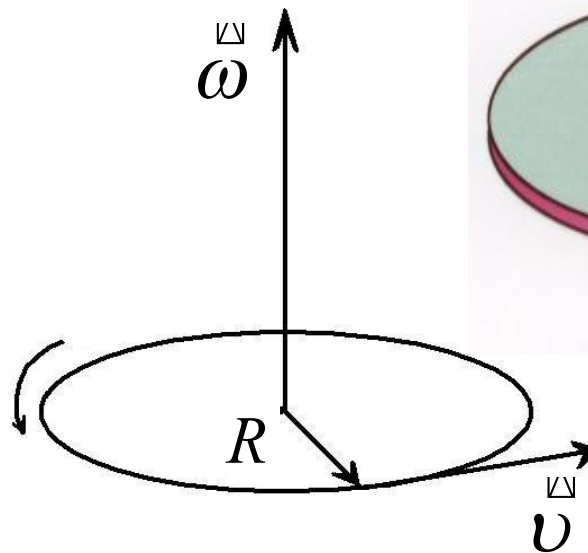
*по правилу
правого винта*



**Связь между линейной
и угловой скоростями**

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$$

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} R = \omega R$$



$$[\omega] = \text{рад/с}$$

Равномерное движение по окружности (вращение)

$$\begin{array}{l|l|l} a_{\tau} = 0 & \rightarrow & |\vec{v}| = \text{const} \\ a_n = \text{const} & \rightarrow & \text{скорость меняется по направлению} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \omega = \text{const} \\ \varepsilon = 0 \end{array}$$

Если угловая скорость вращения ω постоянна

➡ Вращение называется **равномерным** и

ω – круговая частота вращения

Уравнение движения
при равномерном движении по окружности

$$\omega = \text{const} = \omega_0$$

$$t = 0, C = \varphi_0$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega dt = \omega_0 t + \varphi_0$$

Характеристики равномерного движения точки по окружности

ω – круговая частота вращения

T – период время одного полного оборота

$$\Delta t = T \quad \Delta \varphi = 2\pi \rightarrow \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$[T] = \text{с}$

ν – частота

количество полных оборотов в единицу времени

$$\nu = \frac{N}{t_N} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \overset{\text{Гц}}{\omega} = 2\pi\nu$$

$[\nu] = \text{с}^{-1} =$

Угловая скорость вращения Земли вокруг **своей оси**

$$\omega_3 = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

Угловая скорость вращения Земли вокруг **Солнца**

$$\omega_{\text{орб}} = \frac{\omega_3}{365} \approx 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$$

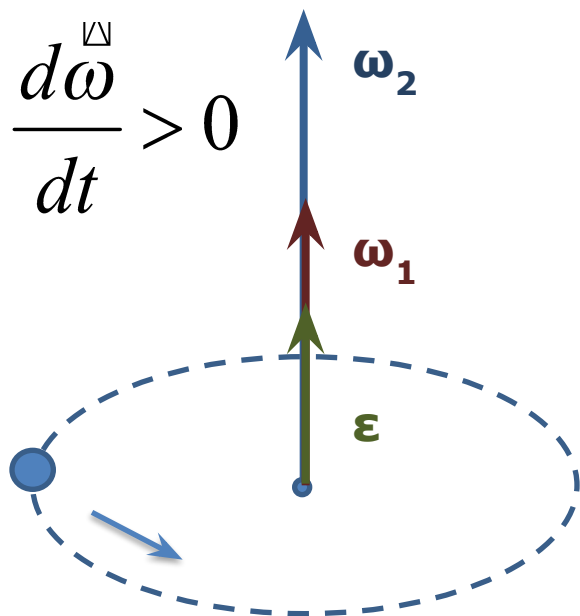
Движение по окружности с ускорением

СРЕДНЕЕ
угловое
ускорение

$$\vec{\varepsilon}_{cp} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$$

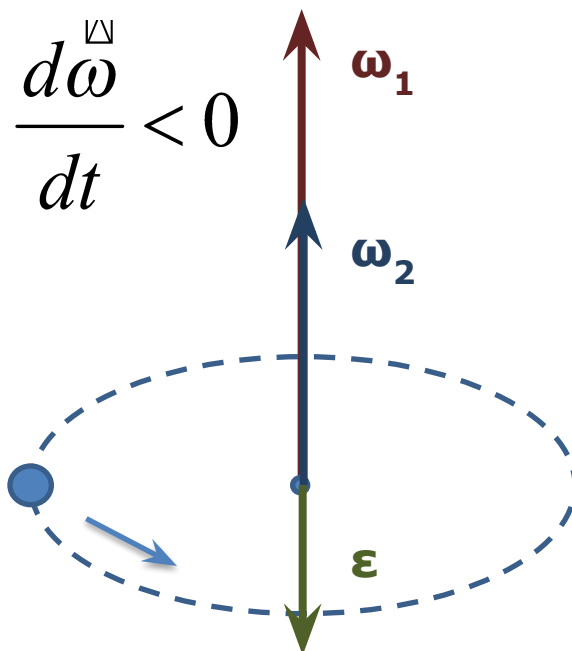
МГНОВЕННОЕ
угловое
ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$



$$\vec{\varepsilon} \uparrow \uparrow \vec{\omega}$$

Скорость точки
увеличивается ($\uparrow$)



$$\vec{\varepsilon} \uparrow \downarrow \vec{\omega}$$

Скорость точки
уменьшается ($\downarrow$)

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Угловые
величины
одинаковы
для ВСЕХ точек
вращающегося тела

Линейные
величины
зависят от R

$$[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$$

Движение по окружности с ускорением

$$\begin{array}{l} \textcircled{\omega} a_{\tau} = \text{const} \\ \textcircled{\omega} a_n = \text{const} \end{array} \left| \begin{array}{l} \rightarrow \varepsilon = \text{const} \rightarrow \omega = f(t) \\ \rightarrow \end{array} \right.$$

Нормальная
(центростремительная)
составляющая ускорения

$$v = R\omega \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = \varepsilon R$$

$$a_{\tau} = \varepsilon R$$

Касательная
(тангенциальная)
составляющая ускорения

Полное ускорение

$$\textcircled{\omega} a = \textcircled{\omega} a_{\tau} + \textcircled{\omega} a_n \quad \textcircled{a} = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = \sqrt{(\varepsilon R)^2 + (\omega^2 R)^2} = \textcircled{R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}$$

Уравнения движения

$$t = 0, C = \varphi_0$$

$$\textcircled{\omega} \omega = \int_0^t \varepsilon dt = \textcircled{\varepsilon t + \omega_0} \quad \textcircled{\varphi} \varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t \varepsilon t dt + \int_0^t \omega_0 dt = \textcircled{\frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0}$$

Вращение с переменным ускорением

Зная зависимость углового ускорения от времени

$$\beta = \beta(t)$$

и начальные условия вращения ω_0 и φ_0

можно найти значения

угловой скорости

$$\omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \beta(t) dt$$

углового перемещения

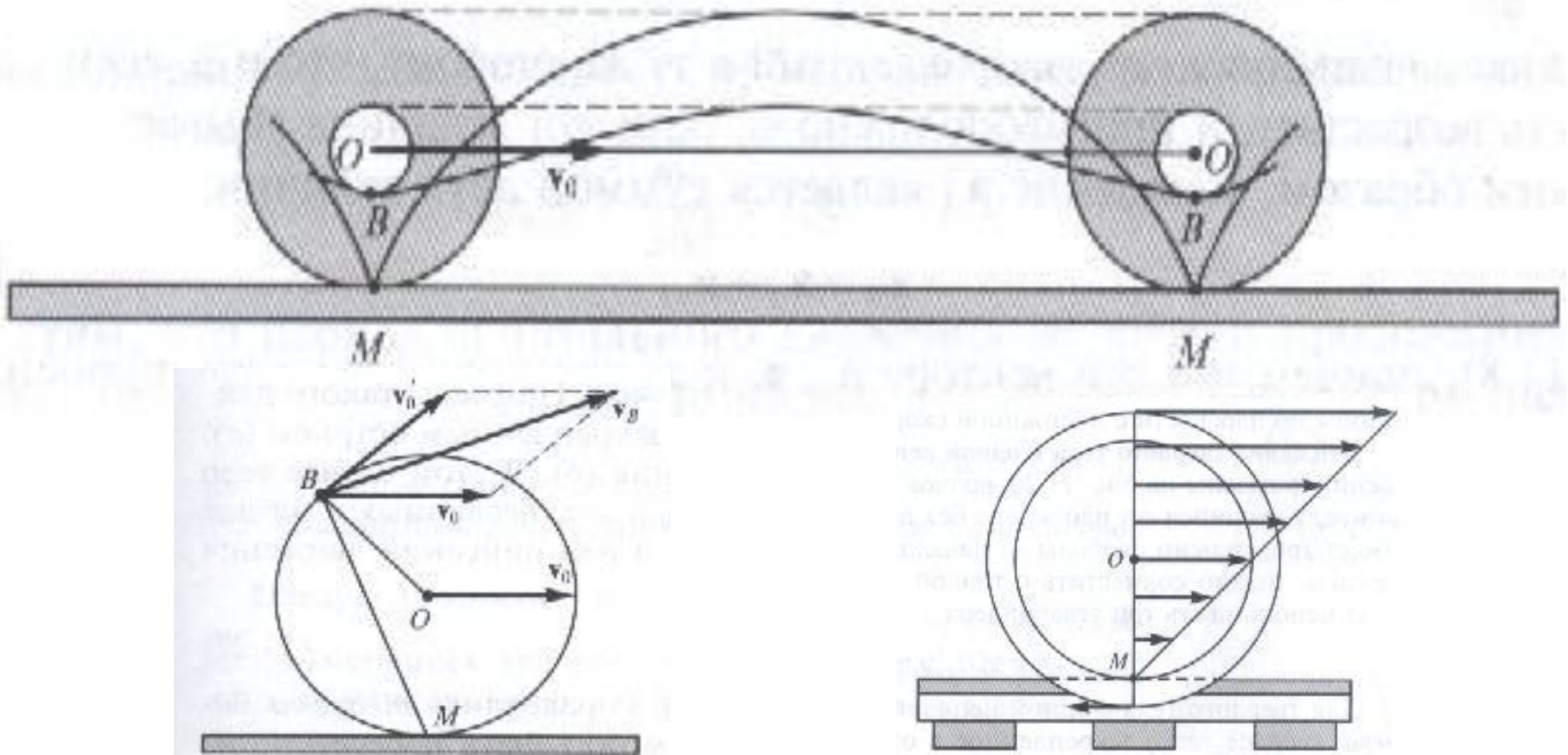
$$\varphi(t) = \varphi_0 + \int_0^t \omega(t) dt$$

в любой момент времени

Плоскопараллельное (плоское) движение

Движение, при котором все точки тела движутся в параллельных плоскостях

- совокупность поступательного движения и вращения
- поворот вокруг мгновенной оси



Движение твердого тела с одной закрепленной точкой

**Общее
вращательное
движение**

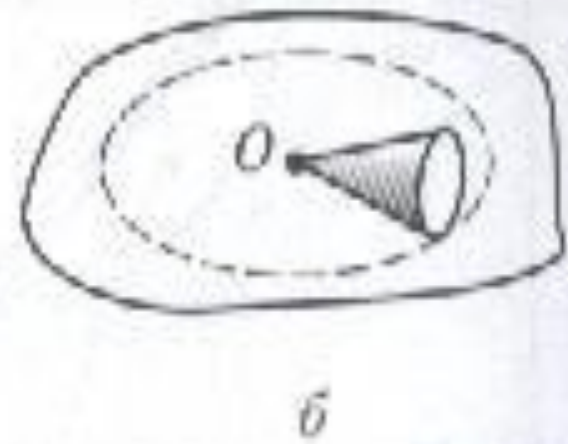
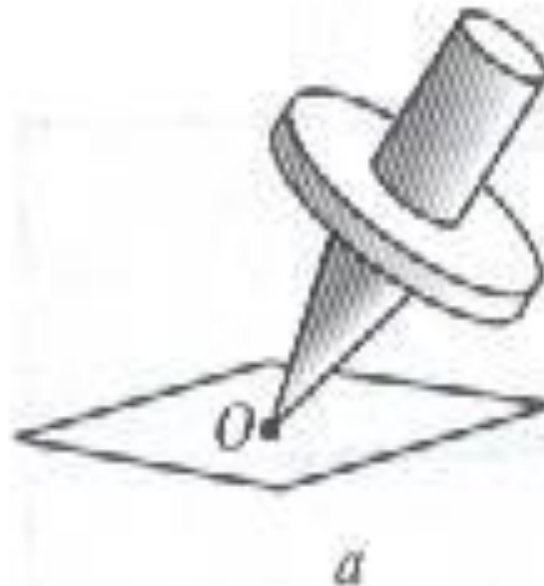
движение твердого тела,
при котором все его точки
движутся по концентрическим
сферам вокруг общего центра

Описывается
с помощью
углов Эйлера

$$\varphi = \varphi(t)$$

$$\psi = \psi(t)$$

$$\theta = \theta(t)$$

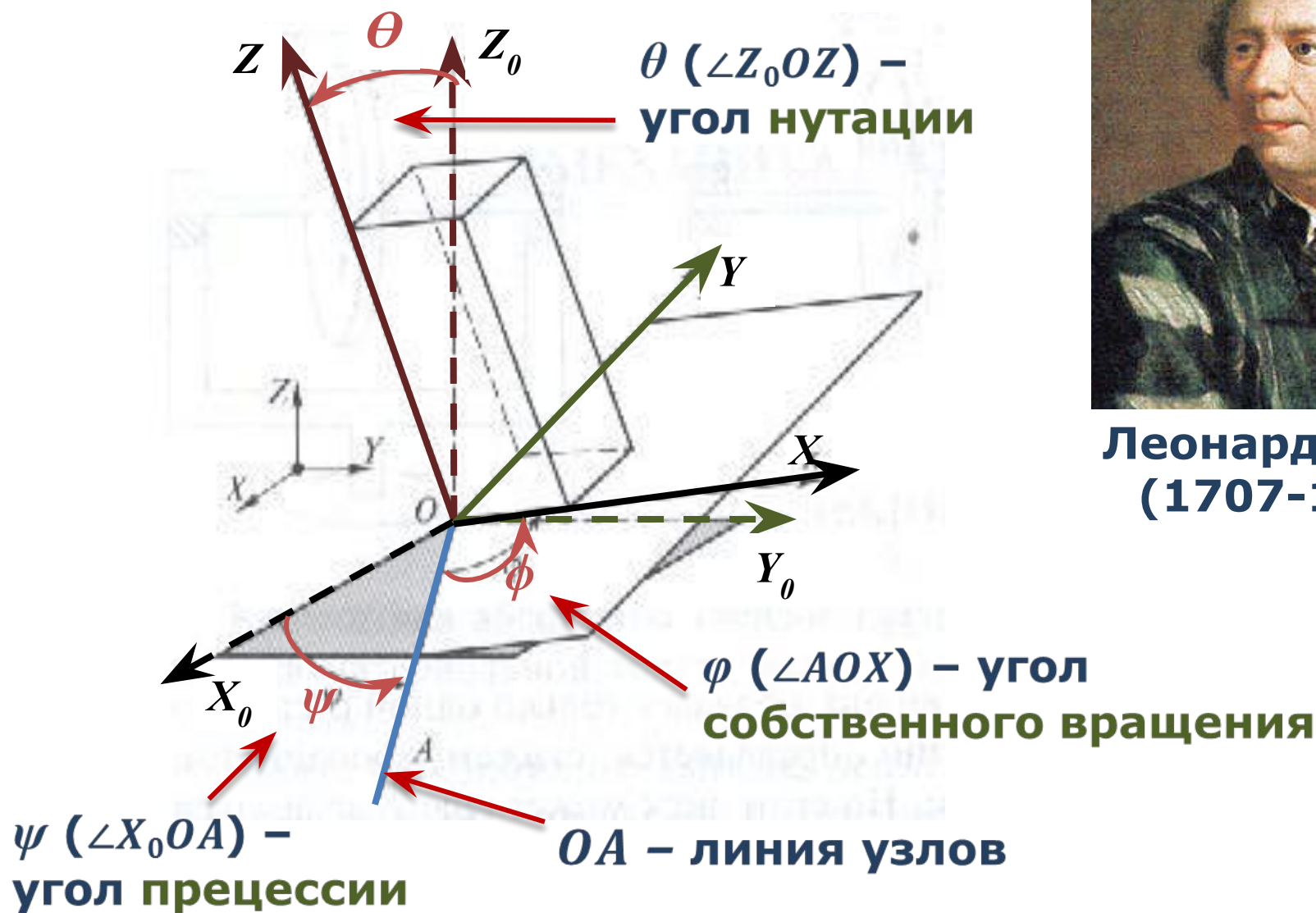


Углы Эйлера

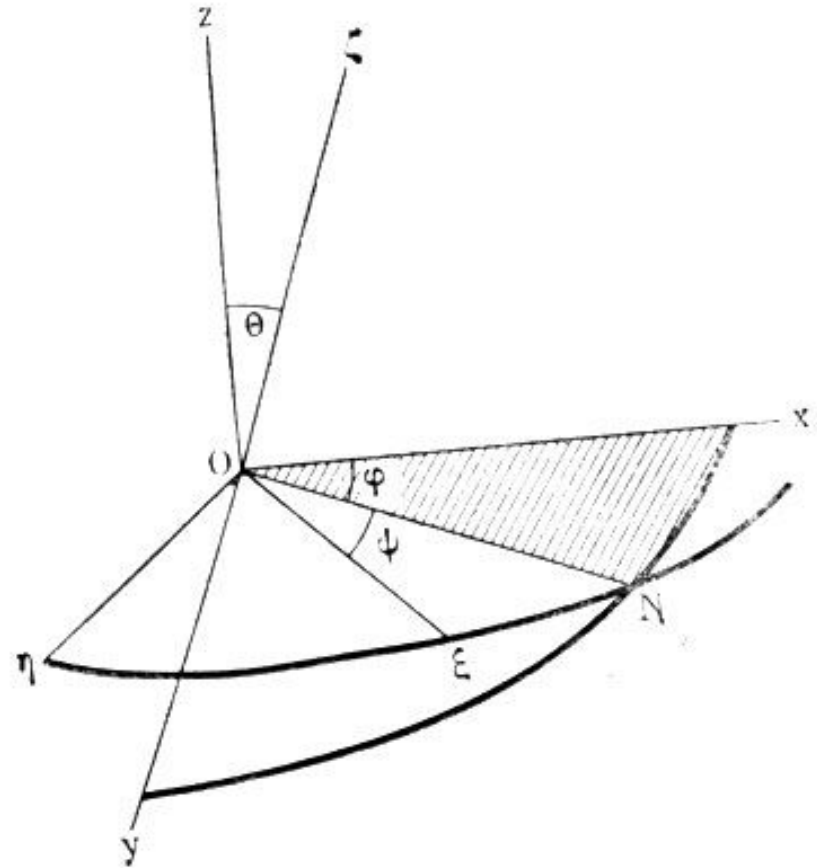
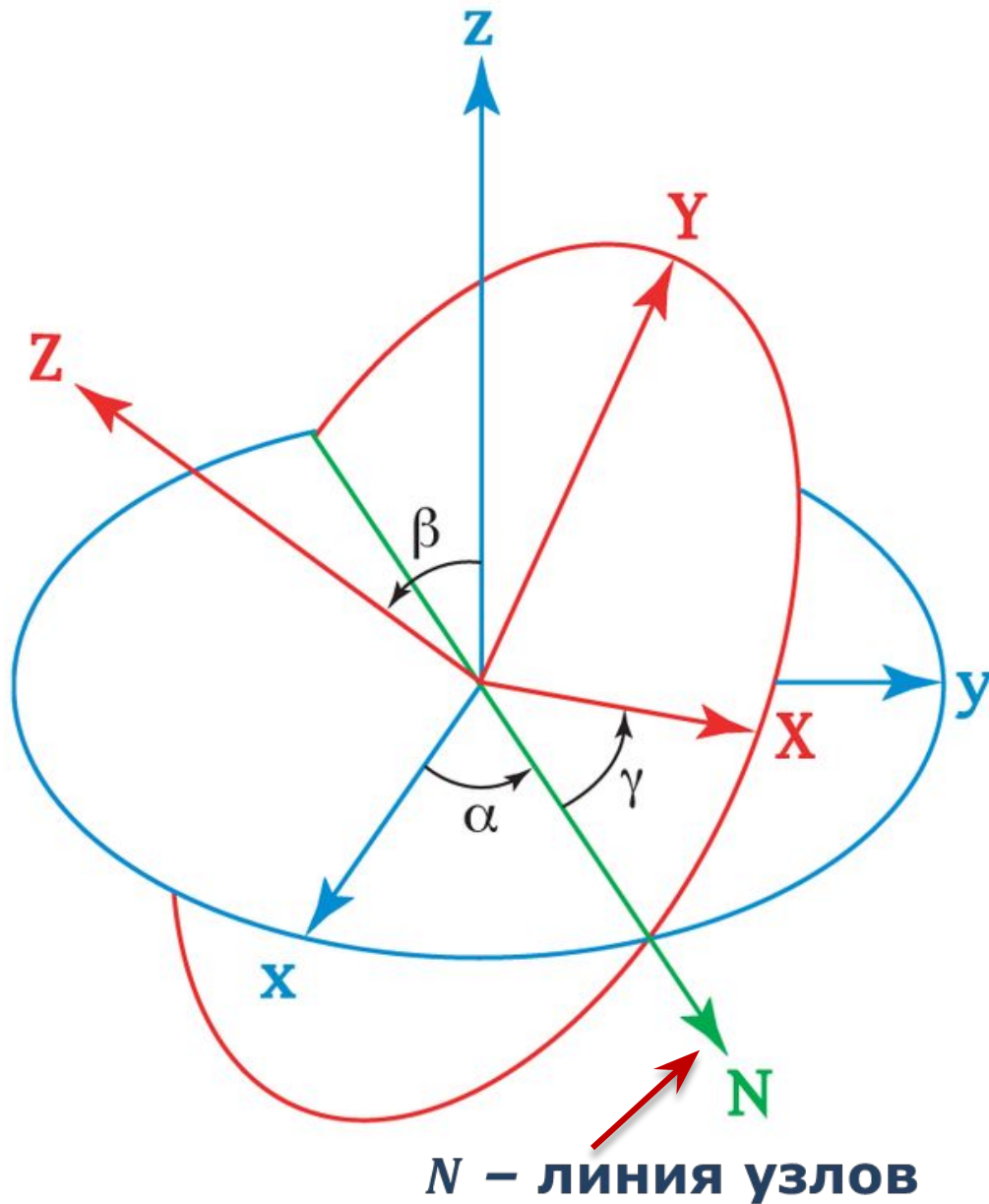
Углы – углы, описывающие поворот АТТ в трехмерном евклидовом пространстве



Леонард Эйлер
(1707-1783)



Углы Эйлера



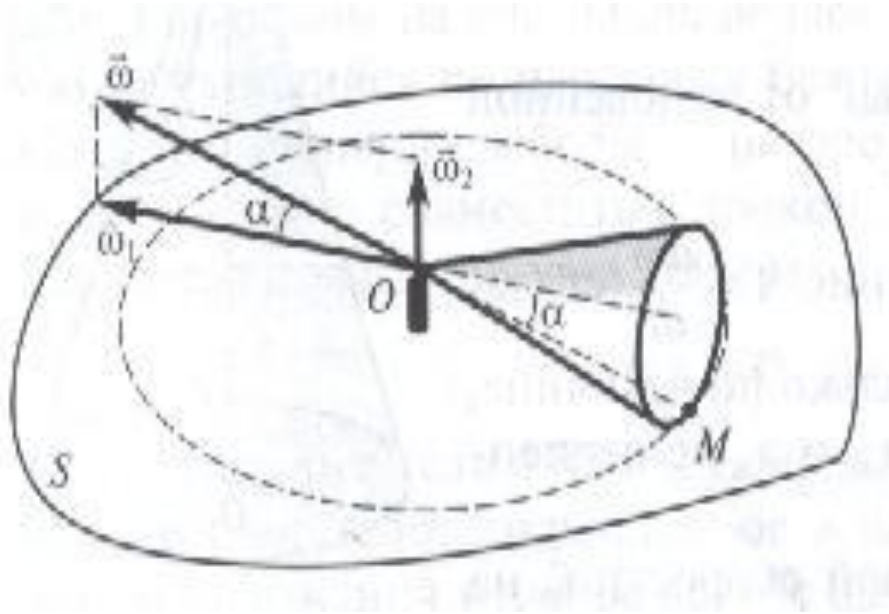
α, ϕ – угол
собственного вращения

γ, ψ – угол прецессии

β, θ – угол нутации

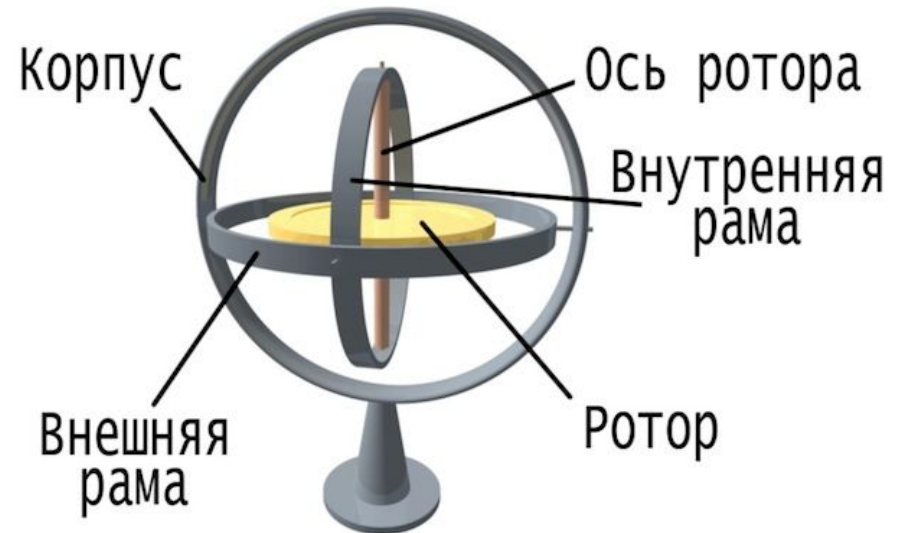
Сложные вращения

Суперпозиция двух
вращений вокруг
пересекающихся осей



$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$$

Гироскоп
в кардановом подвесе



Движение свободного твердого тела

описывается

Тремя уравнениями определяется
положение одной точки
твердого тела

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

еще тремя уравнениями –
вращение вокруг этой точки

$$\varphi = \varphi(t)$$

$$\psi = \psi(t)$$

$$\theta = \theta(t)$$

Аналогии и связь линейных и угловых характеристик движения

Физическая величина	Поступательное движение	Движение по окружности	Связь между характеристиками
Перемещение	Линейное Δx	Угловое $\Delta \varphi$	$\Delta x = \Delta \varphi R$
Скорость	Линейная $v = \frac{dx}{dt}$	Угловая $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	$v = \omega R$
Ускорение	Линейное $a = \frac{dv}{dt}$ $a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a_n = \frac{v^2}{R}$	Угловое $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$	$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$

Аналогии между законами прямолинейного движения и движения по окружности

**Прямолинейное
движение**

**Движение
по окружности**

Равномерное

$$v = const$$

$$x = x_0 + vt$$

$$\omega = const$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Равнопеременное (равноускоренное)

$$a = const$$

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\varepsilon = const$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

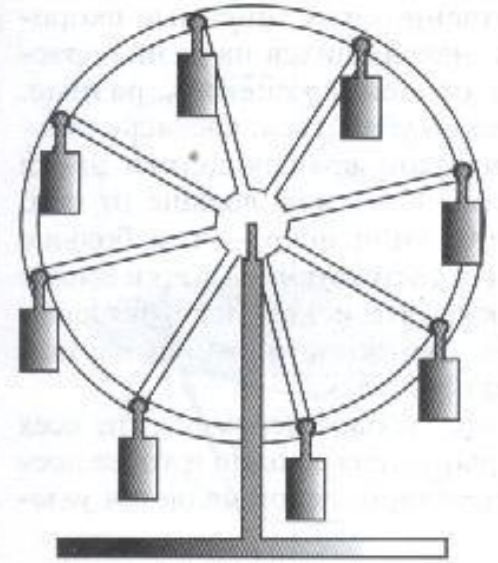
← Классификация механического движения

В зависимости от характера (признаков) механического движения

Форма траектории	- прямолинейное движение - криволинейное частный случай → движение по окружности
Характер изменения скорости движения	- равномерное - ускоренное → равноускоренное - переменное → неравноускоренное
Повторяемость во времени	- периодическое → $x(t + T) = x(t)$ T – период движения - непериодическое
По числу степеней свободы	- одномерное - двумерное (плоское) - трехмерное (объемное)
Локализация в пространстве	- финитное → в ограниченной области пространства вращение Земли вокруг Солнца - инфинитное → неограниченное в пространстве движение комет, не принадлежащих Солнечной

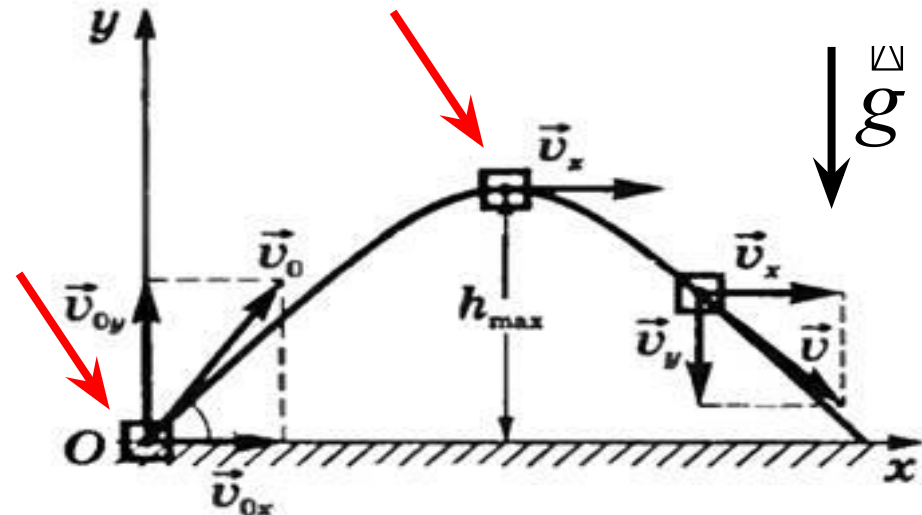
Контрольные вопросы

1. Может ли криволинейное движение быть равномерным?
2. Чему равны средние скорости перемещения и прохождения пути за время полного оборота T при вращении камня по окружности R ?
3. В какую сторону вдоль оси вращения направлен вектор угловой скорости Земли при ее суточном вращении?
4. Является ли вращательным движение кабины колеса обозрения? Почему?



Тело брошено под углом к горизонту.

Чему равны нормальное и тангенциальное ускорения в начальный момент и в точке максимального подъема?



Вопросы и задания

Может ли средняя скорость перемещения частицы в каком-то интервале времени быть $\neq 0$, если в течение более длительного времени она $= 0$? Почему?

Может ли криволинейное движение быть равномерным?

В каких случаях футбольный мяч удобно рассматривать как материальную точку, а в каких нет?