# Тема: Логарифмик тигезләмәләр һәм тигезсезлекләр чишү юллары. БДИга әзерлек

# Логарифмнар баскычы

**Р**ефлексия.

**А**лтын киңәшләр.

**Н**әтиҗә ясау.

**М**ин моны булдырам!

**Ф**изкультминутка.

**И**мтиханда логарифмнар.

**Р**ациональ юл эзлик.

**А**ңлатып чишик.

**Г**амәлләрне эшлик.

**О**тып калыйк.

**Л**әкин...

# Логарифмнарның үзлекләре

$\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y, x > 0, y > 0$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, x > 0, y > 0$

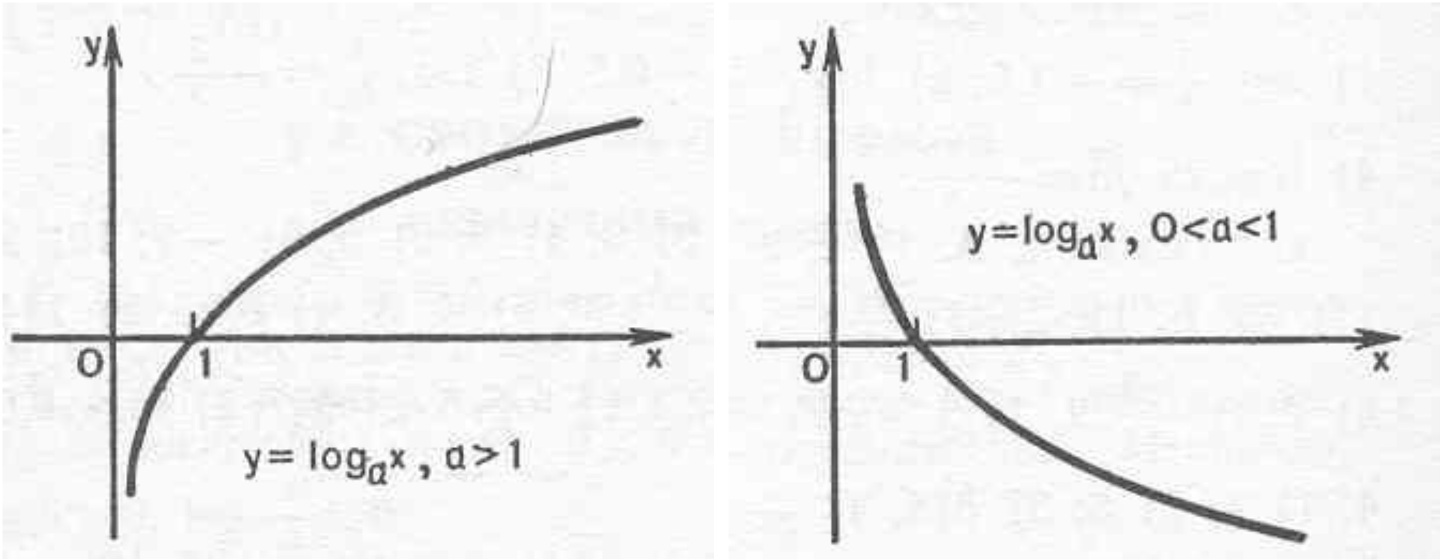
$\log_a x^p = p\log_a x, x > 0$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$

$a^{\log_a b} = b$ (Төп логарифмик бердәйлек)

# Логарифмик функциянең графигы



# Гамәлләрне эшләгез:

1) $3^{2+\log_3 5}$

2) $5^{2-\log_5 10}$

3) $8^{2\log_8 5}-1$

4) $2\log_5 25+3\log_2 64$

5) $2\log_2 \frac{1}{4}-3\log_{\frac{1}{3}} 27$

6) $\log_3 \log_4 4$

1) 45
2) 2,5
3) 24
4) 22
5) 5
6) 0

# Логарифмик тигезләмәләр чишү юллары

- Логарифмик тигезләмәләр
  - Логарифм билгеләмәсен кулланып
  - Потенцирлау
  - Төп логарфмик бердәйлекне кулланып
  - Логарифмлау
  - Яңа үзгәрешле кертү
  - Башка нигезгә күчү

# 1. Логарифм билгеләмәсен кулланып чишү

$$\log_2(5 - x) = 3.$$

Логарифм билгеләмәсе буенча

$$5 - x = 2^3,$$

$$5 - x = 8,$$

$$x = -3 .$$

Җавап: $x = -3$.

# 2. Потенцирлау алымы

$$\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1.$$

Потенцирлыйбыз: $\log_3((x + 1)(x + 3)) = 1.$

Билгеләнү өлкәсен исәпкә алып система язабыз:

$$\begin{cases} (x+1)*(x+3)=3, \\ x+1>0, \\ x+3>0. \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+4x=0, \\ x>-1. \end{cases}$$

Моннан $x_1 = 0$, $x_2 = -4$. $x > -1$ булганга,

$x_2 = -4$ – чит тамыр.

Җавап: $x = 0$

# 3.Төп логарифмик бердәйлекне кулланып

$$\log_2(9 - 2x) = 10^{\lg(3-x)}$$

Билгеләнү өлкәсе:

$\begin{cases} 9 - 2^x > 0, \\ 3 - x > 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2^x < 9, \\ x < 3. \end{cases}$ Моннан $x < 3.$

Тигезләмәнең уң кисәге өчен логарифмик бердәйлекне кулланабыз:

$\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$, $9 - 2^x = 2^{3-x}$,

$2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$, моннан $2^x = 1, x_1 = 0$ һәм

$2^x = 8, x_2 = 3.$ $x < 3$булганга, $x_2 = 3$ – чит тамыр.

Җавап: $x = 0.$

# 4. Логарифмлау

$$x^{\lg x} = 10$$

Билгеләнү өлкәсе: $x > 0,\ x \neq 1.$

Тигезләмәнең ике кисәген дә нигезе 10 буенча логарифмлыйбыз :

$x^{\lg x} = 10$ , $\lg x^{\lg x} = \lg 10,\quad \lg^2 x = 1,\quad \lg x = \pm 1,$

димәк $\lg x = 1,\ x_1 = 10;\quad \lg x = -1,\ x_2 = 0{,}1.$

Ике тамыр да билгеләнү өлкәсенә керә.

Җавап: $x_1 = 10,\ x_2 = 0{,}1.$

# 5. Яңа үзгәрешле кертү юлы белән.

$$2\log_4{}^2 x - 5\log_4 x + 3 = 0$$

Билгеләнү өлкәсе: $x > 0.$

Яңа үзгәрешле кертик: $\log_4 x = t.$

$2t^2 - 5t + 3 = 0,$ моннан $t_1 = 1, t_2 = 1{,}5.$

$\log_4 x = 1, \quad x = 4;$

$\log_4 x = 1{,}5, \quad x = 4^{1{,}5} = (2^2)^{1{,}5} = 2^3 = 8.$

Тигезләмәнең ике тамыры да билгеләнү өлкәсенә керә.

Җавап: 4; 8.

# 6. Яңа нигезгә күчү юлы белән.

$$\log_5(x-12)-\log_{0,2}(x+12)=2.$$

Билгеләнү өлкәсе $\begin{cases} x-12>0, \\ x+12>0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>12, \\ x>-12. \end{cases} \Rightarrow x>12.$

Яңа нигезгә күчү формуласын кулланып язабыз:

$$\log_5(x-12)-\frac{\log_5(x+12)}{\log_5 0{,}2}=2,$$

$$\log_5(x-12)+\log_5(x+12)=2,$$

$$\log_5((x-12)(x+12))=2,$$

$$(x-12)(x+12)=25,$$

$$x^2-144=25,$$

$$x^2=144+25=169,$$

$$x_1=13, x_2=-13.$$

-13 саны билгеләнү өлкәсенә керми.

Җавап: x=13

# Логарифмик тигезсезлекләр:

$$\begin{cases} \log_a f(x) < \log_a g(x), \\ a > 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ a > 1, \\ f(x) < g(x). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a f(x) < \log_a g(x), \\ 0 < a < 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ 0 < a < 1, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$$

$$\log_{h(x)} f(x) < b$$

$$\log_{h(x)} f(x) < b \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{f(x) - h^b(x)}{h(x) - 1} < 0, \\ f(x) > 0, \\ h(x) > 0. \end{cases}$$

$$\log_{h(x)} f(x) < \log_{h(x)} g(x)$$

$$\begin{cases} \dfrac{f(x)-g(x)}{h(x)-1} < 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0. \end{cases}$$

$$\log_{f(x)} h(x) < \log_{g(x)} h(x)$$

$$\begin{cases} \dfrac{(h(x)-1)*(g(x)-f(x))}{(f(x)-1)*(g(x)-1)} < 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0. \end{cases}$$

# Имтиханда логарифмнар

# B7,B11,B12,B15,C1,C3.

В 7

Иң гади логарифмик тигезләмәләр.

$$\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$$

$$\log_2(4-x) = 7$$

$$\log_{x-5} 49 = 2$$

$$\log_5(5-x) = 2\log_5 3$$

$$\log_2 2^{8x-4} = 4$$

$$3^{\log_9(5x-5)} = 5$$

B

1

1

# Санлы , хәрефле логарифмик аңлатмаларның рәвешен үзгәртү.

$\log_4 8$

$\log_{0,25} 2$

$5^{\log_{25} 49}$

$64^{\log_8 \sqrt{3}}$

$8^{2\log_8 3}$

$5^{3+\log_5 2}$

$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$

$7 * 5^{\log_5 2}$

$\frac{24}{3^{\log_3 2}}$

$6\log_7 \sqrt[3]{7}$

$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$

$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$

$\log^2{}_7 \sqrt{49}$

$\log_5 9 * \log_3 25$

$\log_{0,8} 3 * \log_3 1{,}25$

$\log_4 \log_5 25$

$(1-\log_2 12) * (1-\log_6 12)$

$(\log_2 16) * (\log_6 36)$

$\log_5 60 - \log_5 12$

$\log_{0,3} 3 - \log_{0,3} 10$

$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$

$\frac{\log_3 18}{2+\log_3 2}$

$\log_3 8{,}1 + \log_3 10$

$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$

B12

# Мәсьәләләр чишү

Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 4\cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения $U$ (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log\left(\frac{U_0}{U}\right)$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 28 с?

Бирелә:

$R = 4 \cdot 10^6 \, Ом$

$U_0 = 12 Кб$

$C = 5 \cdot 10^{-6} Ф$

$\alpha = 1{,}4$

Табарга:

$t \geq 28$с булганда,

Umax =?

Чишү:

$$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$$

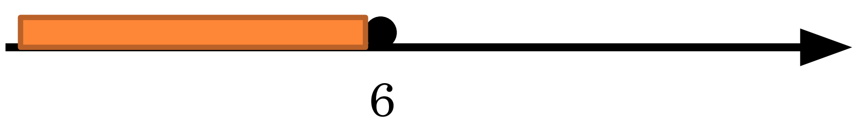
$$t = 1{,}4 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \log_2 \frac{12}{U}$$

$$\log_2 \frac{12}{U} \bullet 28 \geq 28,$$

$$\log_2 \frac{12}{U} \geq 1,$$

$$\frac{12}{U} \geq 2$$

$$U \leq 6.$$




Жавап : 6

В 15. Бирелгән аралыкта функциянең иң зур (иң кечкенә) кыйммәтен табарга.

$$y = \ln(x^2 - 7x) \qquad x \in [7;14]$$

$$y = x^2 \ln x \qquad x \in [1;2]$$

# С1. Логарифмик тигезләмәләр.

$$\log_{3-4x^2}(9-16x^4)=2+\frac{1}{\log_2(3-4x^2)}$$

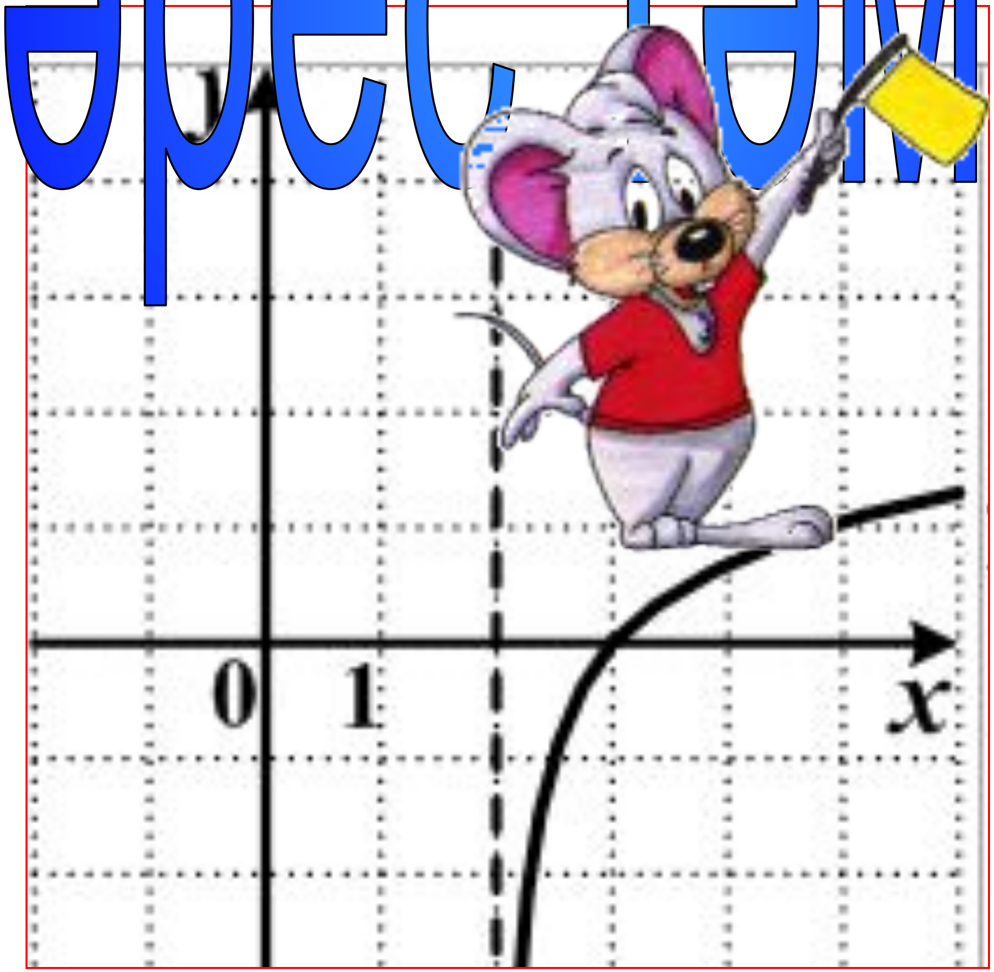
$$\log_{\sin x}(\sqrt{3}\sin 2x+2\sin^2 x+1)=0$$

# С3. Логарифмик тигезсезлекләр, логарифмик тигезсезлекләр кергән системалар.

$$\begin{cases} 25^{x^2-x} - 30 * 5^{x^2} + 5^{2x+3} \geq 0 \\ \log_{4x} 2x + \log_{2x^2} 4x^2 \leq 2,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}\log_2(x-2) - \frac{1}{2} \leq \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{x-5} \\ \frac{|x-5|-1}{2|x-6|-4} \leq 1 \end{cases}$$

# Дәрес тәмам.




$y = \log_3(x-2)$