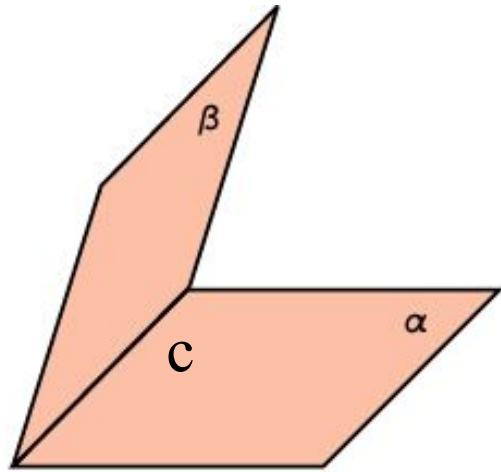


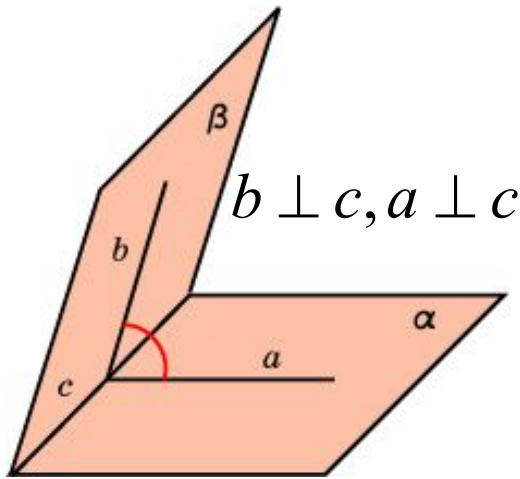
ДВУГРАННЫЙ УГОЛ.

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ



Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.



Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

№46.2

Какой угол образует ребро двугранного угла с любой прямой, лежащей в плоскости его линейного угла?

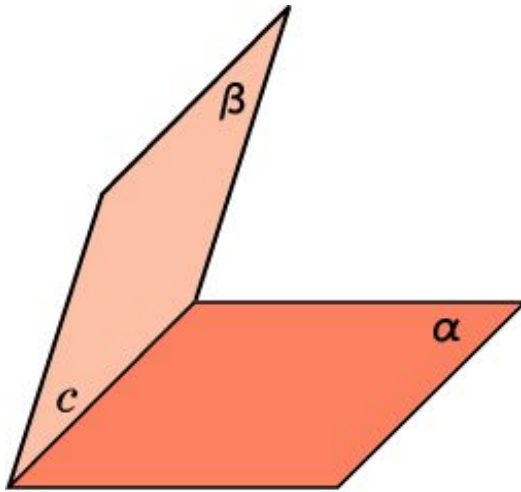


Рис. 1

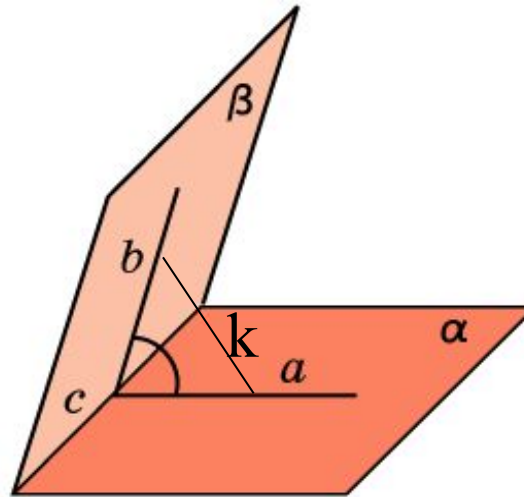
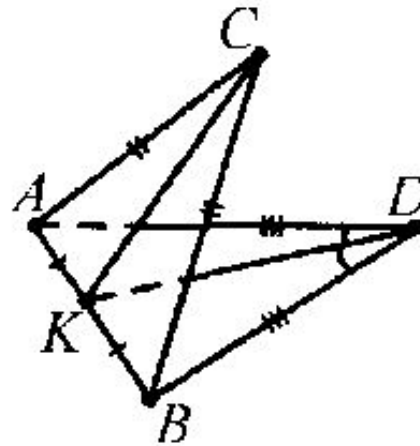


Рис. 2

Ответ: 90° .

№46.3

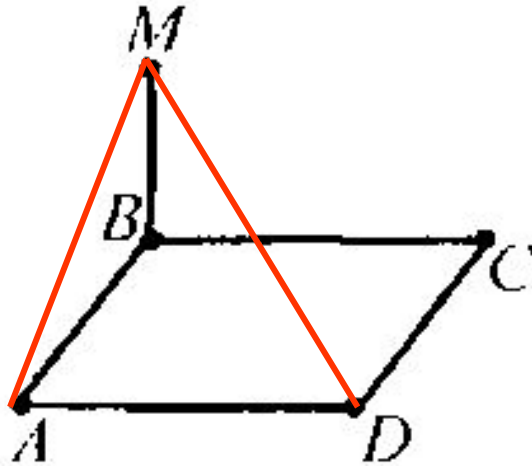
Плоскости двух равнобедренных треугольников с общим основанием образуют двугранный угол. Верно ли утверждение о том, что высоты, проведенные к общему основанию треугольников, образуют линейный угол двугранного угла?



Ответ: Да.

№46.4

Треугольник MAV и квадрат $ABCD$ заданы таким образом, что MB - перпендикуляр к плоскости квадрата. Какой угол можно считать углом между плоскостями AMD и ABC ?

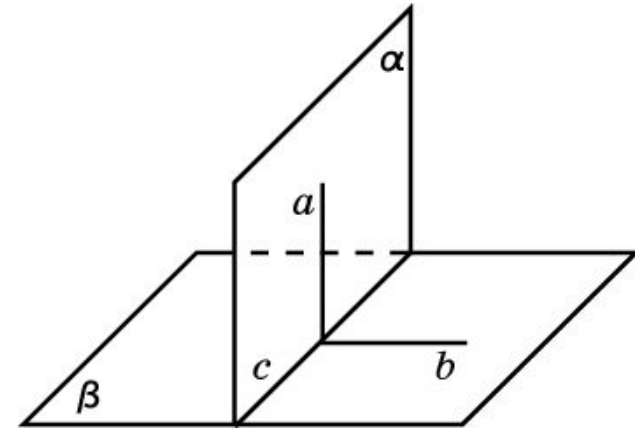


Ответ: MAV .

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости называются **перпендикулярными**, если угол между ними прямой.

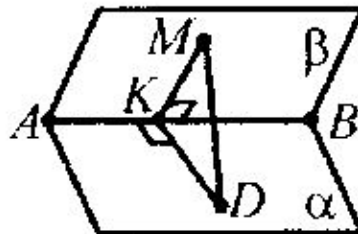
Теорема. (Признак перпендикулярности двух плоскостей.) Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.



Дано : $a \perp \beta, a \in \alpha$

Д – ть : $\alpha \perp \beta$

Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.



Дано : $KMD \perp AB$

Д – ть : $KMD \perp \alpha, KMD \perp \beta$.

№46.6

Верно ли, что две плоскости, перпендикулярные третьей, параллельны?

Ответ: Нет.

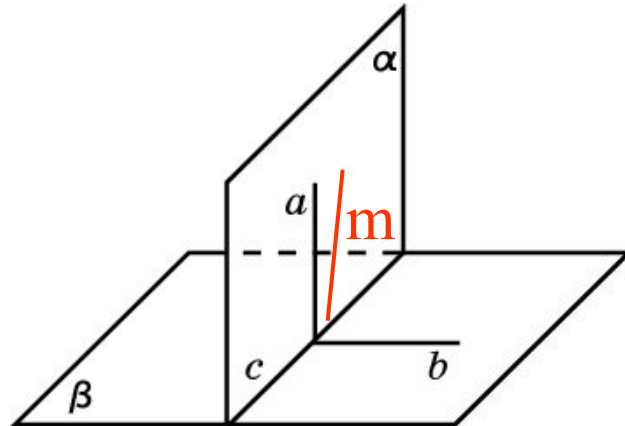
№46.8

Сколько плоскостей, перпендикулярных данной плоскости, можно провести через данную прямую?

Ответ: Бесконечно много, если прямая перпендикулярна плоскости, и одну в противном случае.

№46.9

Плоскость α перпендикулярна плоскости β . Будет ли всякая прямая плоскости α перпендикулярна плоскости β ?



Ответ: Нет.

№46.11(д/з)

Плоскость и прямая параллельны. Верно ли утверждение о том, что плоскость, перпендикулярная данной плоскости, перпендикулярна и данной прямой?

Ответ: Нет.

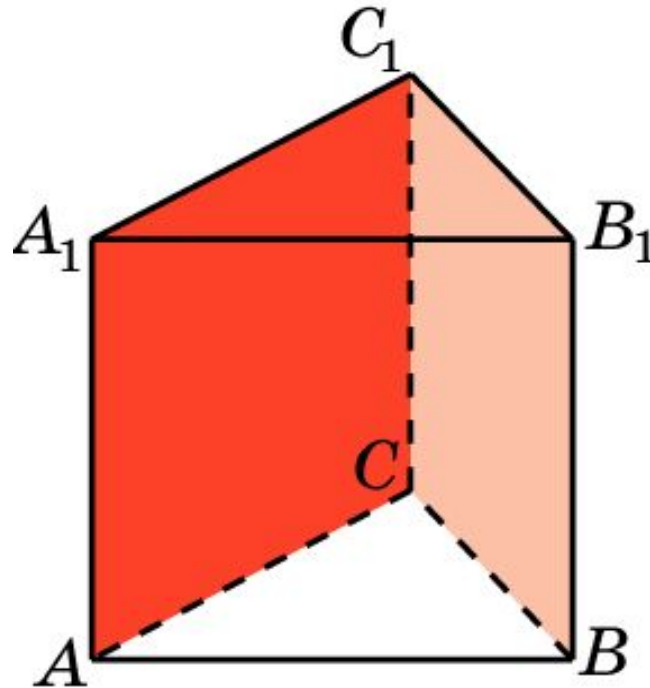
№46.12 (д/з)

Плоскость и прямая параллельны. Будет ли верно утверждение о том, что плоскость, перпендикулярная прямой, перпендикулярна и данной плоскости?

Ответ: Да.

№46.15

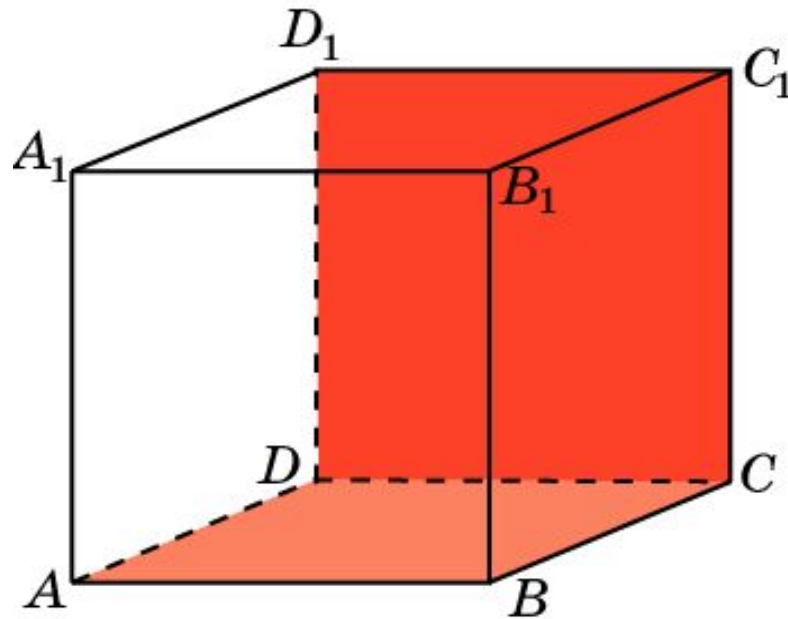
В правильной треугольной призме найдите угол между боковыми гранями.



Ответ: 60° .

Упражнение 1

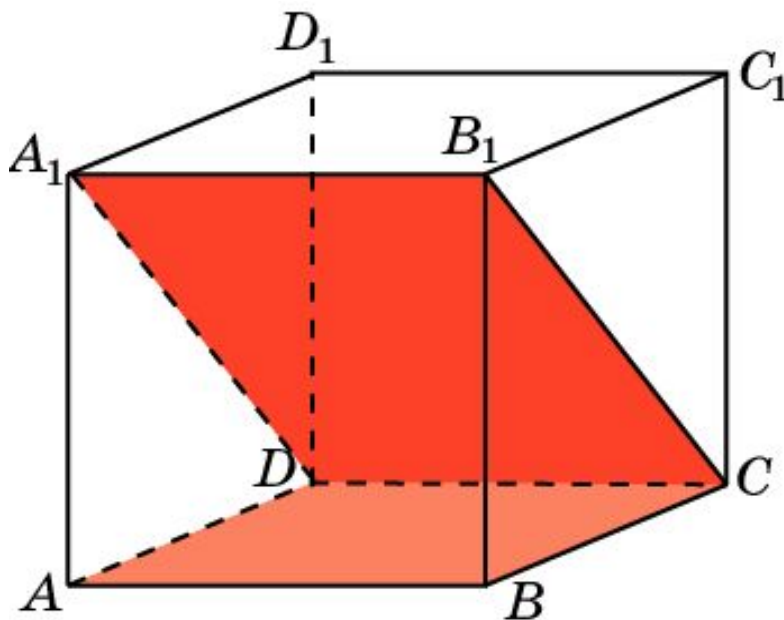
В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1 .



Ответ: 90° .

Упражнение 2

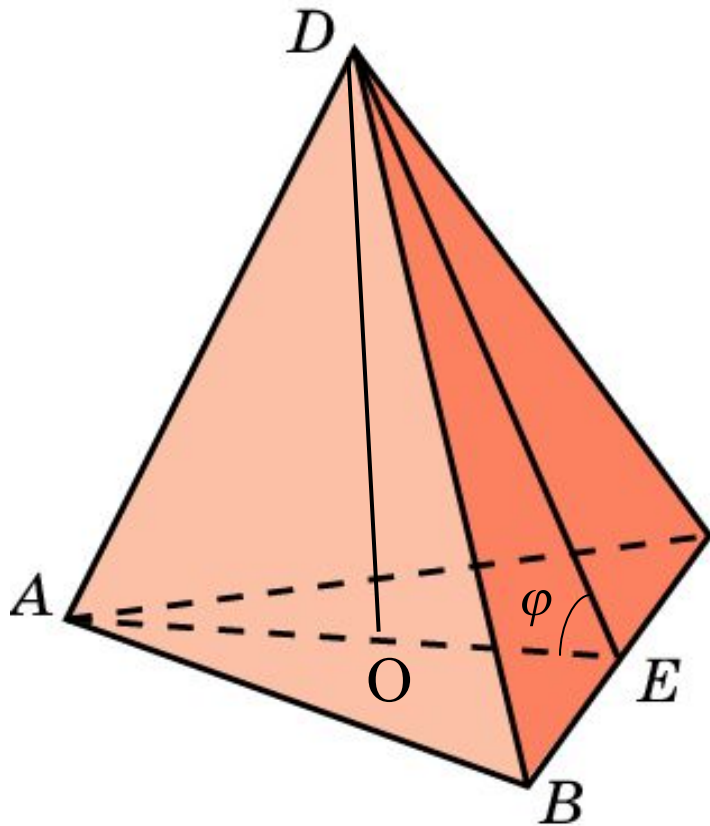
В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1 .



Ответ: 45° .

№46.16

Найдите двугранные углы правильного тетраэдра.



Решение: Пусть $ABCD$ – правильный тетраэдр с ребром 1. Из вершин A и D опустим перпендикуляры AE и DE на ребро BC . Угол AED будет линейным углом φ искомого двугранного угла. В треугольнике ADE имеем:

$$AD = 1, AE = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

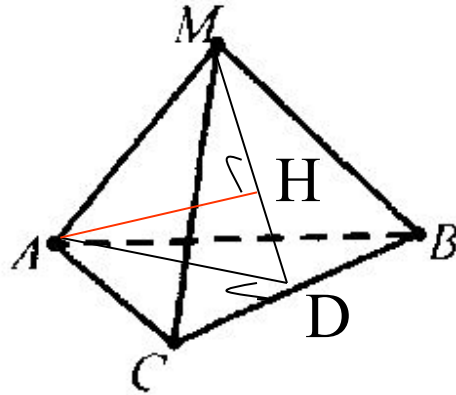
Используя теорему косинусов, находим

$$\cos \varphi = \frac{1}{3}. \text{ Откуда } \varphi \approx 70^\circ 30'. \text{ Или } OE = \frac{1}{3} AE.$$

Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{3}$, $\varphi \approx 70^\circ 30'$.

Упражнение 3

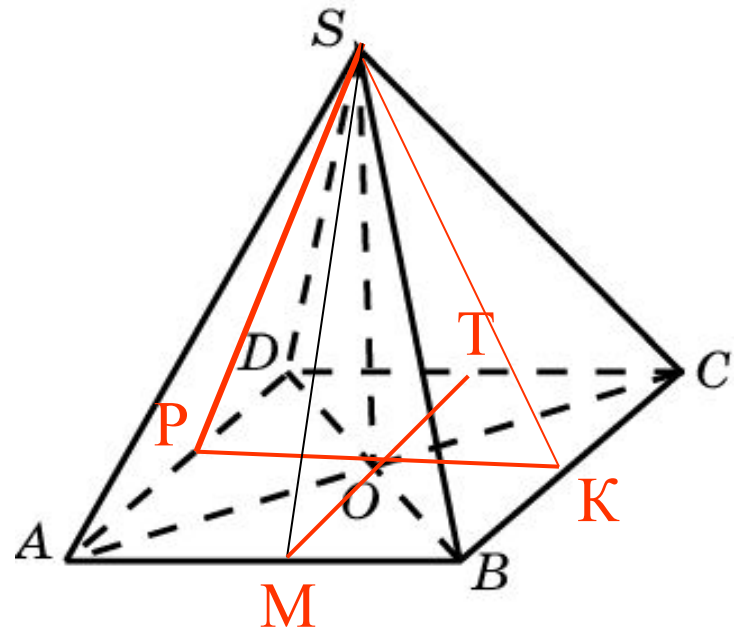
Через сторону BC треугольника ABC проведена плоскость α под углом 30° к плоскости треугольника. Высота AD треугольника ABC равна a . Найдите расстояние от вершины A треугольника до плоскости α .



Ответ: $\frac{a}{2}$.

№46.18

Основанием высоты четырехугольной пирамиды является точка пересечения диагоналей основания пирамиды. Верно ли, что двугранные углы, образованные боковыми гранями пирамиды с плоскостью основания, равны, если основанием пирамиды является: а) квадрат; б) параллелограмм; в) ромб; г) равнобедренная трапеция?



Ответ: а) Да; б) нет; в) да; г) нет.

№46.20

В основании прямой призмы параллелограмм со сторонами 4 дм и 5 дм. Угол между ними 30° . Найдите площадь сечения призмы плоскостью, если известно, что она пересекает все боковые ребра и образует с плоскостью основания угол 45° .

Ответ: $10\sqrt{2}$ дм².

№46.21

Боковое ребро прямой призмы равно 6 см. Ее основание – прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 2 см. Найдите площади сечений призмы плоскостями, проходящими через каждый из данных катетов и образующими углы 60° с плоскостью основания.

Ответ: 6 см^2 .

№46.22

Сторона основания правильной треугольной призмы равна 4 см. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины двух сторон основания и образующей угол 45° с его плоскостью, если известно, что плоскость пересекает: а) только одно боковое ребро призмы; б) два ее боковых ребра.

Ответ: а) $\sqrt{6}$; б) $3\sqrt{6}$.

№46.23

Ребро куба равно a . Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через сторону основания, если угол между этой плоскостью и плоскостью основания равен: а) 30° ; б) φ .

Ответ: а) $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{a^2}{\cos \varphi}$.

№46.24

Через середины двух смежных сторон основания правильной четырехугольной призмы проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол φ и пересекающая три боковых ребра призмы. Найдите сторону основания, если площадь сечения равна Q .

Ответ: $\sqrt{\frac{2Q \cdot \cos \varphi}{7}}.$