

Тема 3.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Компоненты математического обеспечения



Математическое обеспечение САПР

Специальная часть

- отражает специфику объекта проектирования, физические и информационные особенности его функционирования и тесно привязанную к конкретным иерархическим уровням (эта часть охватывает математические модели, методы и алгоритмы их получения, методы и алгоритмы одновариантного анализа, а также большую часть используемых алгоритмов синтеза)

Инвариантная часть

- методы и алгоритмы, слабо связанные с особенностями математических моделей и используемые на многих иерархических уровнях (это методы и алгоритмы многовариантного анализа и параметрической оптимизации).

Требования к математическому обеспечению

Универсальность

- применимость к широкому классу проектируемых объектов.

Алгоритмическая надежность

- Количественной оценкой алгоритмической надежности служит вероятность получения правильных результатов при соблюдении оговоренных ограничений на применение метода. Если эта вероятность равна единице или близка к ней, то говорят, что метод алгоритмически надежен.

Точность

- степень соответствия оценок одноименных свойств объекта и модели.

Затраты машинного времени

- являются главным ограничивающим фактором при попытках повысить сложность проектируемых на ЭВМ объектов и тщательность их исследования

Используемая память

- Затраты памяти являются вторым после затрат машинного времени показателем экономичности МО.

Требования к математическим моделям (ММ)

Математические модели (ММ) служат для описания свойств объектов в процедурах АП. Если проектная процедура включает создание ММ и оперирование ею с целью получения полезной информации об объекте, то говорят, что процедура выполняется на основе математического моделирования.

Степень универсальности ММ

- характеризует полноту отображения в модели свойств реального объекта.

Точность ММ

- оценивается степенью совпадения значений параметров реального объекта и значений тех же параметров, рассчитанных с помощью оцениваемой ММ.

Адекватность ММ

- способность отражать заданные свойства объекта с погрешностью не выше заданной.

Экономичность ММ

- характеризуется затратами вычислительных ресурсов. Чем они меньше, тем модель экономичнее

Классификация математических моделей

Структурные ММ - предназначены для отображения структурных свойств объекта. Различают структурные ММ топологические и геометрические.

Топологические ММ - отображаются состав и взаимосвязи элементов.

Геометрические ММ - отображаются свойства объектов, в них дополнительно к сведениям о взаимном расположении элементов содержатся сведения о форме деталей.

Функциональные ММ - предназначены для отображения физических или информационных процессов, протекающих в объекте при его функционировании или изготовлении.

Полная модель - эта модель, в которой фигурируют фазовые переменные, характеризующие состояния всех имеющихся межэлементных связей.

Макромодель - ММ, в которой отображаются состояния значительно меньшего числа межэлементных связей, что соответствует описанию объекта при укрупненном выделении элементов.

Аналитические ММ представляют собой явные выражения выходных параметров как функций входных и внутренних параметров.

Алгоритмические ММ выражают связи выходных параметров с параметрами внутренними и внешними в форме алгоритма.

Имитационная ММ - это алгоритмическая модель, отражающая поведение исследуемого объекта во времени при задании внешних воздействий на объект.



Компонентными уравнениями называют уравнения, описывающие свойства элементов (компонентов), другими словами, это уравнения математических моделей элементов (ММЭ).

Топологические уравнения описывают взаимосвязи в составе моделируемой системы.

В совокупности компонентные и топологические уравнения конкретной физической системы представляют собой исходную **математическую модель системы (ММС)**.

Компонентные и топологические уравнения в системах различной физической природы отражают разные физические свойства, но могут иметь одинаковый формальный вид.

Одинаковая форма записи математических соотношений позволяет говорить о формальных аналогиях компонентных и топологических уравнений. Такие аналогии существуют для механических поступательных, механических вращательных, электрических, гидравлических (пневматических), тепловых объектов.

Компонентные уравнения имеют вид

$$F_K(dV/dt, V, t) = 0, \quad (3.1)$$

Топологические уравнения —

$$F_T(V) = 0, \quad (3.2)$$

где $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ — вектор фазовых переменных; t — время.

Различают фазовые переменные двух типов, их обобщенные наименования — **фазовые переменные** типа потенциала (например, электрическое напряжение) и типа потока (например, электрический ток). Каждое компонентное уравнение характеризует связи между разнотипными фазовыми переменными, относящимися к одному компоненту (например, закон Ома описывает связь между напряжением и током в резисторе), а топологическое уравнение — связи между однотипными фазовыми переменными в разных компонентах.

Модели можно представлять в виде систем уравнений или в графической форме, если между этими формами установлено взаимно однозначное соответствие. В качестве графической формы часто используют эквивалентные схемы.

Примеры компонентных и топологических Электрические системы.

В электрических системах с переменными параметрами переменными являются электрические напряжения и токи. Компонентами систем могут быть простые двухполюсные элементы и более сложные двух- и многополюсные компоненты. К простым двухполюсникам относятся следующие элементы: сопротивление, емкость и индуктивность, характеризуемые одноименными параметрами R , C , L . В эквивалентных схемах эти элементы обозначают в соответствии с рисунком.

Компонентные уравнения простых двухполюсников:

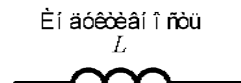
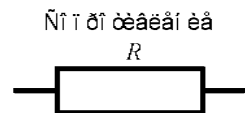
для сопротивления $u = iR$ (закон Ома); (3.3)

для емкости $i = Cdu/dt$; (3.4)

для индуктивности $u = Ldi/dt$, (3.5)

Где u — напряжение (точнее, падение напряжения на двухполюснике);

i — ток.



Топологические уравнения выражают законы Кирхгофа для напряжений (ЗНК) и токов (ЗТК). Согласно ЗНК, сумма напряжений на компонентах вдоль любого замкнутого контура в эквивалентной схеме равна нулю, а в соответствии с ЗТК сумма токов в любом замкнутом сечении эквивалентной схемы равна нулю:

$$\sum_{k \in K_p} u_k = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \in J_q} i_j = 0 \quad (3.7)$$

где K_p — множество номеров элементов p -го контура; J_q — множество номеров элементов, входящих в q -е сечение.

Механические системы.

Фазовыми переменными в механических поступательных системах являются силы и скорости. Компонентное уравнение, характеризующее инерционные свойства тел, в силу второго закона Ньютона имеет вид

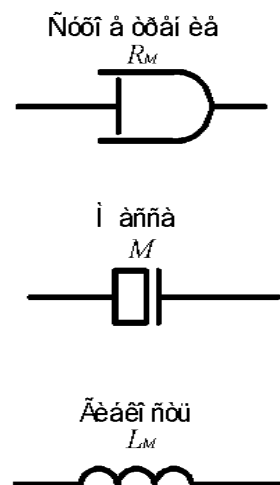
$$F = M du/dt, \quad (3.8)$$

где F — сила; M — масса; u — поступательная скорость.

Топологические уравнения характеризуют, во-первых, закон равновесия сил: сумма сил, приложенных к телу, включая силу инерции, равна нулю (принцип Даламбера); во-вторых, закон скоростей, согласно которому сумма относительной, переносной и абсолютной скоростей равна нулю.

В механических вращательных системах справедливы компонентные и топологические уравнения поступательных систем с заменой поступательных скоростей на угловые, сил — на вращательные моменты, масс — на моменты инерции, жесткостей — на вращательные жесткости.

Условные обозначения простых элементов механической системы показаны на рисунке.



Гидравлические системы.

Фазовыми переменными в гидравлических системах являются расходы и давления. Как и в предыдущем случае, компонентные уравнения описывают свойства жидкости рассеивать или накапливать энергию.

Рассмотрим компонентные уравнения для жидкости на линейном участке трубопровода длиной Δl и воспользуемся уравнением Навье-Стокса в следующей его форме (для ламинарного течения жидкости):

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} - 2\alpha U,$$

где ρ — плотность жидкости; U — скорость; P — давление; α — коэффициент линеаризованного вязкого трения. Так как $U = Q/S$, где Q — объемный расход, S — площадь поперечного сечения трубопровода, то, заменяя пространственную производную отношением конечных разностей, имеем

$$dQ/dt = S /(\Delta l/\rho) - 2\alpha Q/\rho,$$

или

$$\Delta P = L_r dQ/dt + R_r Q \quad (3.9)$$

Здесь ΔP — падение давления на рассматриваемом участке трубопровода;

$L_r = \Delta l/\rho S$ — гидравлическая индуктивность, отражающая инерционные свойства жидкости;

$R_r = 2\alpha \Delta l/S$ — гидравлическое сопротивление, отражающее вязкое трение.

Одновариантный и многовариантный анализы

Одновариантный анализ позволяет получить информацию о состоянии и поведении проектируемого объекта в одной точке пространства внутренних X и внешних Q параметров.

Многовариантный анализ исследование поведения объекта, в ряде точек упомянутого пространства.

Многовариантный анализ позволяет оценить **области работоспособности**, степень выполнения условий работоспособности, а следовательно, степень выполнения ТЗ на проектирование, разумность принимаемых промежуточных решений по изменению проекта и т. п.

Методы логического моделирования

Пошаговый метод

время дискретизируется и вычисления по выражениям модели выполняются в дискретные моменты времени t_0, t_1, t_2, \dots и т. д. Шаг дискретизации ограничен сверху значением допустимой погрешности определения задержек и потому оказывается довольно малым, а время анализа — значительным.

Событийный метод

В этом методе событием называют изменение любой переменной модели. Событийное моделирование основано на следующем правиле: обращение к модели логического элемента происходит только в том случае, если на входах этого элемента произошло событие.

Статистический анализ — оценка законов распределения выходных параметров и (или) числовых характеристик этих распределений. Случайный характер величин y_j обусловлен случайным характером параметров элементов x_j , поэтому исходными данными для статистического анализа являются сведения о законах распределения x_j . В соответствии с результатами статистического анализа прогнозируют такой важный производственный показатель, как процент бракованных изделий в готовой продукции.

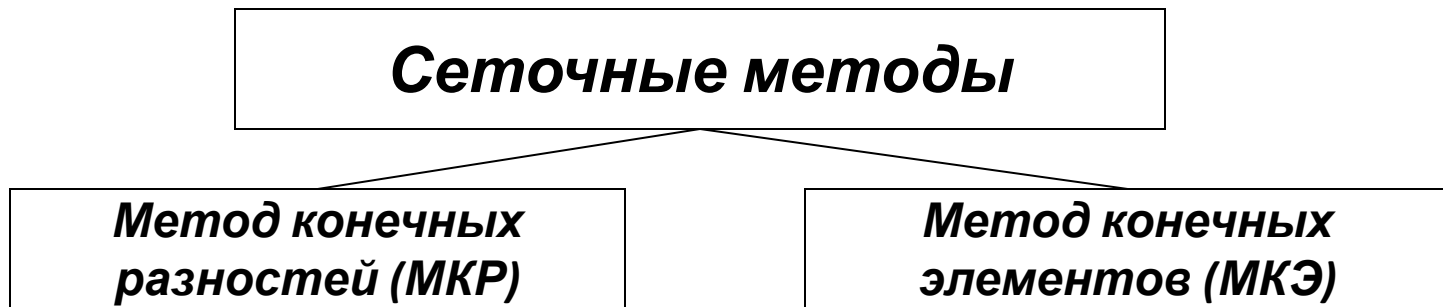
В САПР статистический анализ проводится численным методом — **методом Монте-Карло** (статистических испытаний). В соответствии с этим методом осуществляется N статистических испытаний, каждое статистическое испытание представляет собой одновариантный анализ, выполняемый при случайных значениях параметров-аргументов. Эти случайные значения выбирают в соответствии с заданными законами распределения аргументов x_j . Полученные в каждом испытании значения выходных параметров накапливают, после N испытаний обрабатывают, что дает следующие результаты:

- гистограммы выходных параметров;
- оценки математических ожиданий и дисперсий выходных параметров;
- оценки коэффициентов корреляции и регрессии между избранными выходными и внутренними параметрами, которые, в частности, можно использовать для оценки коэффициентов чувствительности.

Математическое обеспечение анализа на микроуровне

Математическими моделями на микроуровне являются дифференциальные уравнения в частных производных или интегральные уравнения, описывающие поля физических величин.

В САПР решение дифференциальных или интегродифференциальных уравнений с частными производными выполняется численными методами. Эти методы основаны на дискретизации независимых переменных — их представлении конечным множеством значений в выбранных узловых точках исследуемого пространства. Эти точки рассматриваются как узлы некоторой сетки, поэтому используемые в САПР методы — это **сеточные** методы.



Метод конечных разностей

- В данном методе алгебраизация производных по пространственным координатам базируется на аппроксимации производных конечно-разностными выражениями. При использовании метода нужно выбрать шаги сетки по каждой координате и вид шаблона. Под шаблоном понимают множество узловых точек, значения переменных в которых используются для аппроксимации производной в одной конкретной точке

Метод конечных элементов

- Данный метод основан на аппроксимации не производных, а самого решения $V(z)$. Но поскольку оно неизвестно, то аппроксимация выполняется выражениями с неопределенными коэффициентами q_i

- $$U(z) = Q^T \varphi(z),$$

- где $Q^T = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ — вектор-строка неопределенных коэффициентов, $\varphi(z)$ — вектор-столбец **координатных** (иначе **опорных**) **функций**, заданных так, что удовлетворяются граничные условия.

Компоненты математического обеспечения машинной графики и геометрического моделирования

В подсистемах МГиГМ маршрут обработки данных включает в себя получение проектного решения в прикладной программе, его представление в виде геометрической модели (геометрическое моделирование), подготовку проектного решения к визуализации, собственно визуализацию в аппаратуре рабочей станции и при необходимости корректировку решения в интерактивном режиме.

Различают МО двумерного (**2D**) и трехмерного (**3D**) моделирования. Основные применения 2D-графики - подготовка чертежной документации в машиностроительных САПР, топологическое проектирование печатных плат и кристаллов БИС в САПР электронной промышленности. 3D-моделирование используется для синтеза конструкций, представления траекторий рабочих органов станков при обработке заготовок, генерации сетки конечных элементов при анализе прочности и т. п.

Каркасная модель представляет собой форму детали в виде конечного множества линий, лежащих на поверхностях детали. Для каждой линии известны координаты концевых точек и указана их инцидентность ребрам или поверхностям.

Поверхностная модель отображает форму детали с помощью задания ограничивающих ее поверхностей, например, в виде совокупности данных о гранях, ребрах и вершинах.

Объемные модели отличаются тем, что в них в явной форме содержатся сведения о принадлежности элементов внутреннему или внешнему по отношению к детали пространству.

В настоящее время применяют следующие подходы к построению геометрических моделей.

1. Задание граничных элементов — граней, ребер, вершин.
2. Кинематический метод, согласно которому задают двумерный контур и траекторию его перемещения; след от перемещения контура принимают в качестве поверхности детали.

3. Позиционный подход, в соответствии с которым рассматриваемое пространство разбивают на ячейки (позиции) и деталь задают указанием ячеек, принадлежащих детали; очевидна громоздкость этого подхода.

4. Представление сложной детали в виде совокупностей **базовых элементов формы (БЭФ)** и выполняемых над ними теоретико-множественных операций. К БЭФ относятся заранее разработанные модели простых тел, это в первую очередь модели параллелепипеда, цилиндра, сферы, призмы. Типичными теоретико-множественными операциями являются объединение, пересечение, разность. Например, модель плиты с отверстием в ней может быть получена вычитанием цилиндра из параллелепипеда.

Метод на основе БЭФ называют **методом конструктивной геометрии**. Это основной способ конструирования сборочных узлов в современных САПР-К.

Поверхностную модель можно задать одной из следующих форм:

- 1) модель есть список граней, каждая грань представлена упорядоченным списком вершин (циклом вершин);
- 2) модель есть список ребер, для каждого ребра заданы инцидентные вершины и грани.

Команды редактирования в AutoCAD

Кнопки команд общего редактирования объектов (копирование, перенос, масштаб, удлинение и т. п.) расположены в панели Редактирование (рис. 4.9). Или в ВМ-Редактировать



СТЕРЕТЬ. Для удаления объекта нужно выбрать объект и нажать на команду Стереть. Также для удаления используется клавиша Del. Для восстановления последнего стертого объекта в командной строке введите **ОЙ**. Восстанавливаются объекты, стертые последним выполнением одной из команд СТЕРЕТЬ, БЛОК или ПБЛОК.



ПЕРЕНЕСТИ. Перемещает объекты на заданное расстояние в указанном направлении. Два метода перемещения.. 1. Метод Базовой точки/вторая точка. Нужно выбрать объекты, задать базовую точку, относительно которой будет перемещение и задать вторую точку в виде относительных координат или мышью. 2. Метод перемещение. Для перемещения необходимо выбрать объекты и задать координаты точки, куда необходимо переместить объект



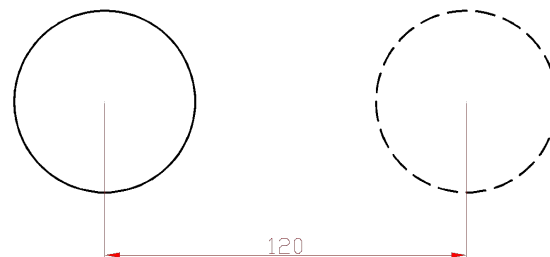
КОПИРОВАТЬ. Копирование объектов на заданное расстояние в указанном направлении. Команда аналогична команде Перенести

Задача 3.1.

Перенести окружность радиусом 20 мм по оси X на 120 мм. Пунктирной линией показана окружность после перемещения.

Алгоритм построения.

1. Выбираем команду переместить.
2. Выбираем объект (круг).
3. Задать базовую точку – центр окружности.
4. Задать направление и задать расстояние по оси X, равное 120 мм.

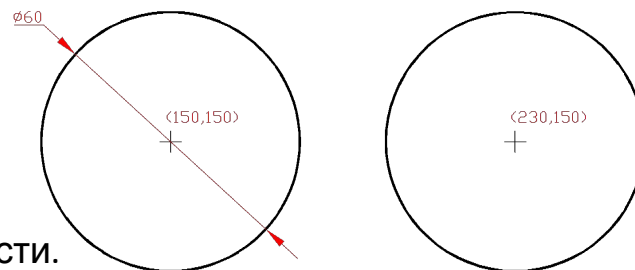


Задача 3.2.

Копировать объект из одной точки в другую, как показано на рисунке

Алгоритм построения.

1. Строим круг диаметром 60 мм, с координатами в центре 150,150.
2. Выбираем команду переместить.
3. Выбираем объект (круг).
4. Задать базовую точку – центр окружности.
5. Задать расстояние в виде относительных координат: @80,0.

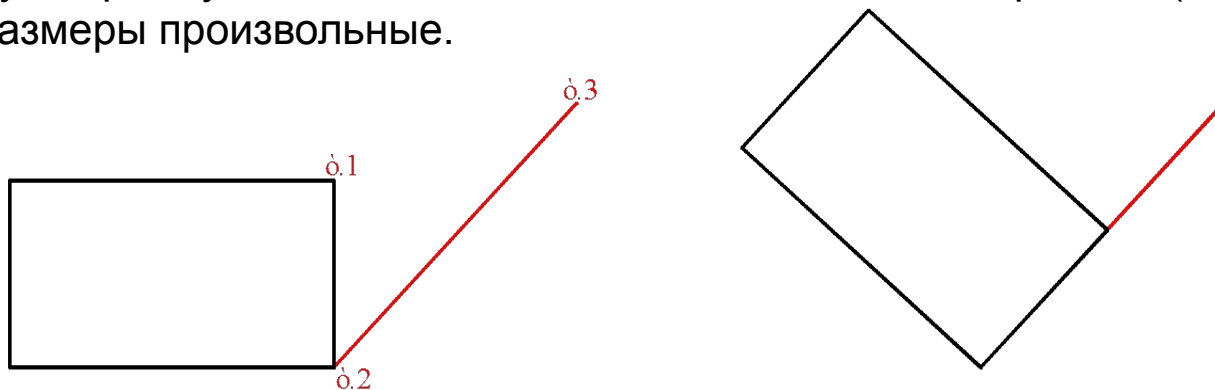




ПОВЕРНУТЬ. Поворачивает объект вокруг базовой точки. Выбирается объект, указывается базовая точка, относительно которой будет поворот и задается угол поворота. Угол задается относительно чертежа, поворачивается против часовой стрелки.

Задача 3.3.

Повернуть прямоугольник так, чтобы он соединился с отрезком (см. рис.). Размеры произвольные.



Алгоритм построения:

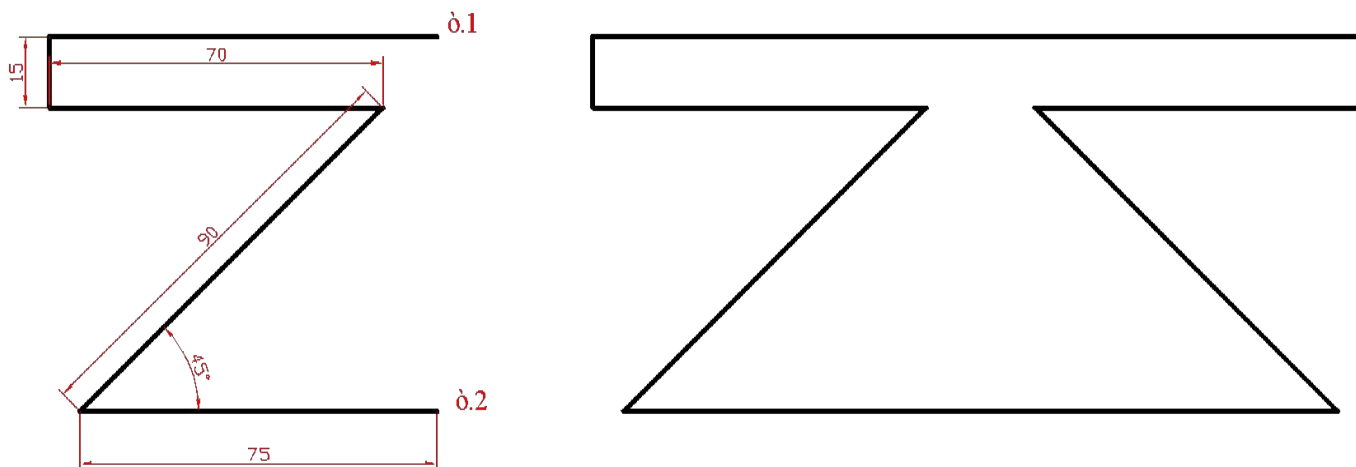
- Построить прямоугольник и отрезок под углом, как показано на исходном рисунке.
- Выбрать команду поворот
- Выбрать прямоугольник – т.1.
- Задать базовую точку – т.2. Она является одновременно вершиной и конечной точкой отрезка.
- Затем выбрать опцию Опорный угол и задать угол в виде двух точек на стороне прямоугольника, которую поворачиваем к отрезку – т.1 и т.2.
- Задаем новый угол в виде конечной точки на отрезке – т.3.



ЗЕРКАЛО. Позволяет создавать зеркальные копии объектов относительно заданной оси. Функция зеркального отражения помогает быстро создавать симметричные объекты, так как достаточно построение лишь половины объекта с последующим зеркальным отражением вместо построения целого объекта. Для зеркального отражения необходимо выбрать объекты, задать ось двумя точками, выбрать удалять или не удалять исходные объекты.

Задача 3.4.

Построить фигуру (см. рис.) и выполнить ее зеркальное отображение



Алгоритм построения:

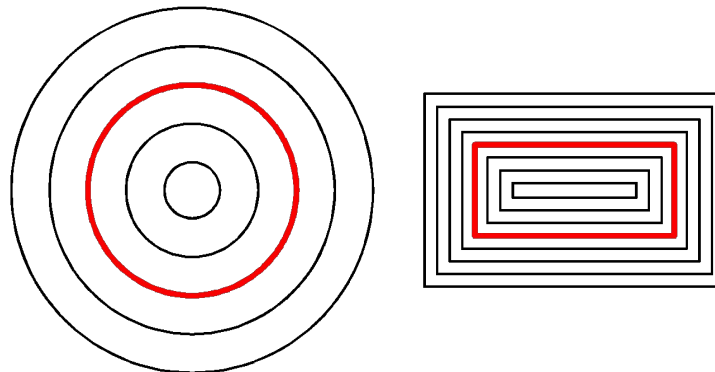
1. Построить самостоятельно фигуру см. рисунок.
2. Выбрать команду Зеркало.
3. Выбрать объект
4. Задать ось отражения с помощью двух конечных точек фигуры – т.1, т.2.
5. Затем, на вопрос удалить исходные объекты выбрать Нет.



ПОДОБИЕ. Создания нового объекта, подобного имеющемуся и расположенному на заданном расстоянии от него. Для выполнения команды необходимо задать смещение, выбрать объекты и указать сторону смещения. Если необходимо, чтобы новый объект проходил через определенную точку, используется опция **Через**. После выбора опции указывается объект, а затем точка, через которую будет проходить новый объект.

Задача 3.5.

Построить подобие окружности и прямоугольника. Начальные объекты выделены жирным красным цветом (см .рис.). Размеры произвольные.



Алгоритм построения:

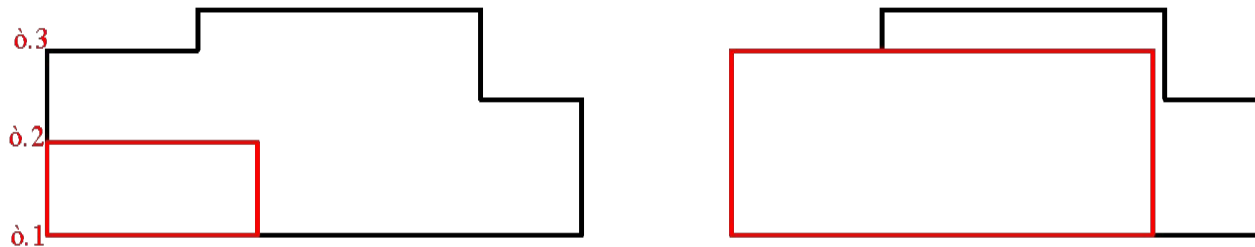
1. Построить самостоятельно начальный круг и прямоугольник (изображен жирным красным цветом).
2. Выбрать команду Подобие.
3. Задать размер смещения, возможно мышью.
4. Выбрать объект для подобия.
5. Указать точку, определяющую сторону смещения. Указывать как внутрь объекта, так и наружу (см. рис.)



МАСШТАБ. Пропорциональное увеличение/уменьшение размеров выбранных объектов в направлениях X, Y и Z. Выбрав объекты, указать базовую точку и масштабный коэффициент. Если масштабный коэффициент больше единицы, объект увеличивается, значения в пределах от 0 до 1 уменьшают объект. Опции: **Копировать** – копирует и масштабирует объект, **опорный отрезок** - Масштабирует объект относительно существующей и новой длины опорного отрезка.

Задача 3.6.

Увеличить размеры красного прямоугольника до размеров одной из сторон черной фигуры.



Алгоритм построения:

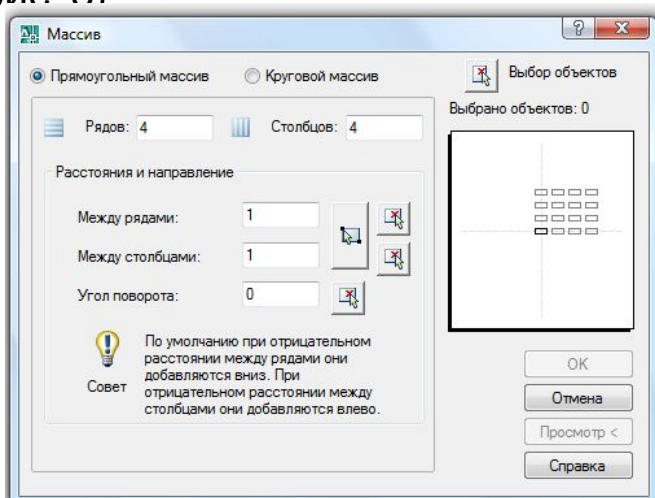
1. Построить самостоятельно произвольного размера фигуру и в ней прямоугольник
2. Выбрать команду Масштаб.
3. Выбрать объект (прямоугольник).
4. Задать базовую точку – т.1.
5. Затем выбрать опцию Опорный отрезок и указать длину опорного отрезка – т1. и т.2.
6. Новую длину указать одной точкой – т.3.



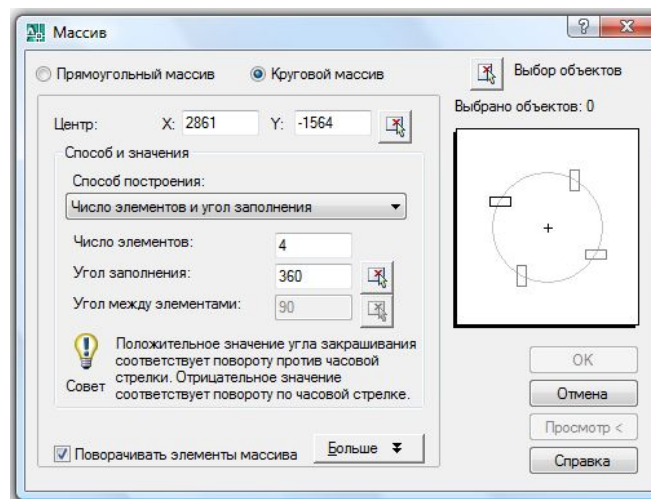
РАСТЯНУТЬ. Перемещение или растяжение объекта. Перемещаются только вершины и конечные точки, находящиеся внутри текущей рамки; вершины и конечные точки за рамкой остаются неизменными. Для выполнения команды необходимо выбрать рамкой те точки (вершины) объекта, стороны которого нужно растянуть, затем задать базовую точку и вторую точку для растяжения. Опция Перемещение аналогична опции в команде Перенести.



МАССИВ. Объекты можно копировать, упорядоченно располагая копии по окружности (круговой массив) или в узлах прямоугольного массива. Для прямоугольных массивов задается количество рядов и столбцов, а также расстояние между ними. (рис. а) Для круговых массивов задается количество копий объекта и режим их поворота. (рис. б)



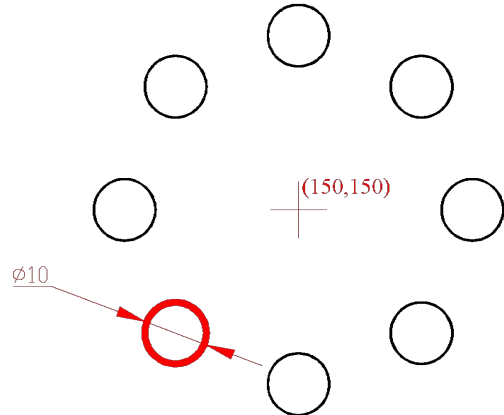
а) прямоугольный массив



б) круговой массив.

Задача 3.7.

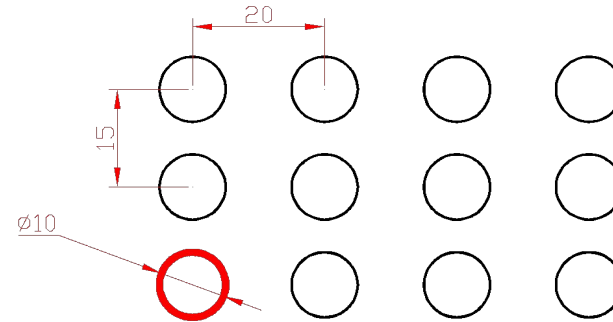
Построить круговой массив из 8 окружностей (рис. а), и прямоугольный, состоящий из 3 рядов и 4 столбцов (рис. б.) Жирным красным цветом выделен исходный объект.



а) круговой массив

Алгоритм построения кругового массива:

1. Построить самостоятельно круг диаметром 10 мм.
2. Выбрать команду Массив.
3. Выбрать объект.
4. Указать в диалоговом окне массив Круговой и ввести центр массива – 150,150.
5. Задать количество элементов – 8, задать угол заполнения – 360.
6. Нажать Ok.



б) прямоугольный массив.

Алгоритм построения прямоугольного массива:

1. Построить самостоятельно круг диаметром 10 мм.
2. Выбрать команду Массив.
3. Выбрать объект.
4. Указать в диалоговом окне массив Прямоугольный и ввести количество рядов – 3 и столбцов – 4.
5. Указать расстояние между рядами – 15 мм и между столбцами 20 мм.
6. Нажать Ok.



ОБРЕЗАТЬ. Обрезка объекта по режущей кромке, заданной другими объектами. Для обрезки сначала выбираются объекты, кромкой которых будем обрезать, а затем уже часть объектов, которые нужно обрезать. Для выбора сразу всех объектов для обрезки нужно нажать Enter.



УДЛИНИТЬ. Удлинение объектов до пересечения с другими объектами. Необходимо выбрать сначала объекты, до которых нужно удлинить удлиняемые объекты, а затем выбрать удлиняемые объекты.



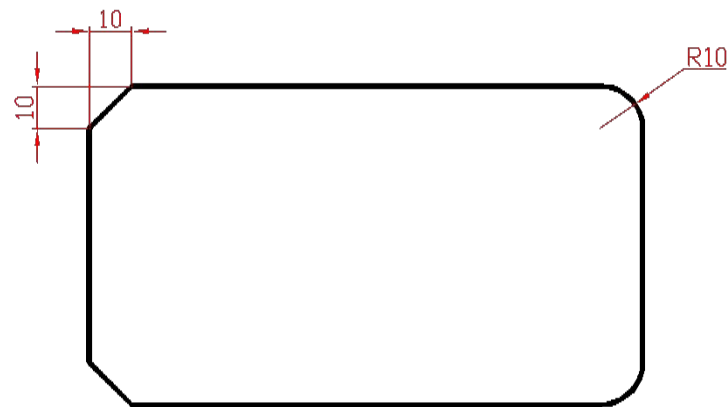
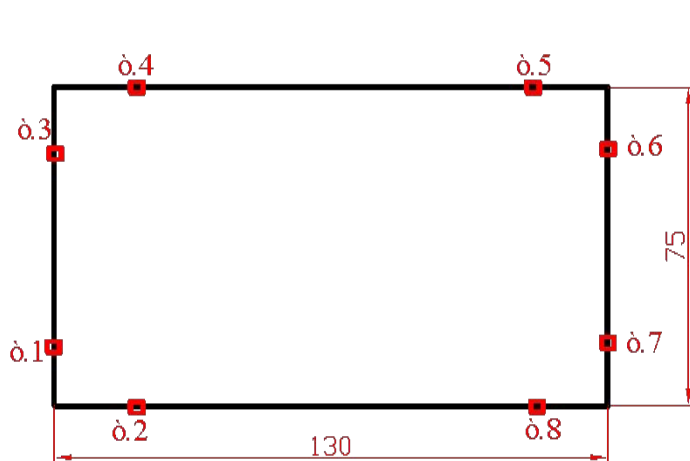
СОПРЯЖЕНИЕ. Скругление углов и сопряжение объектов. С помощью сопряжения можно соединить два объекта, используя дугу, касательную к объектам, и которая имеет определенный радиус. Для создания сопряжения сначала нужно задать радиус (опция Радиус) и только потом выбирать объекты для сопряжения.



ФАСКА. Создание фасок на углах, образованных двумя непараллельными отрезками. При создании фаски, она определяется либо двумя катетами, либо одним катетом и углом фаски по отношению к одной из кромок. Сначала нужно задать параметры фаски и только потом выбирать объекты. Если две длины в фасках различны, то при выборе отрезков первый отрезок будет выполняться с первой вводимой длиной (в начале выполнения команды Фаска).

Задача 3.8.

Построить прямоугольник размером 130x75 мм. С одной стороны построить фаски с длинами 10 мм, с другой сопряжения радиусом 10 мм.



Алгоритм построения:

1. Построить самостоятельно прямоугольник размером 130x75 мм .
2. Выбрать команду Фаска.
3. Выбрать опцию длина и задать две длины 10 мм.
4. Выбрать первый отрезок в т.1.
5. Выбрать второй отрезок в т.2.
6. Аналогично задаем фаску для верхней вершины, выбрав две точки – т.3 и т.4.
7. Выбрать команду Сопряжение.
8. Выбрать опцию Радиус и задать радиус 10 мм.
9. Затем выбрать первый объект т.5.
10. Выбрать второй объект т.6.
11. Аналогично строим сопряжение для нижней вершины, выбрав две точки – т. 7.и т. 8.



РАЗОРВАТЬ. Создается зазор в объекте для образования двух объектов с зазором. Команда РАЗОРВАТЬ часто используется для создания пространства для вставки блока или текста. Для выполнения команды выбирается объект и указываются на этом объекте точки разрыва.



РАСЧЛЕНИТЬ. Разбиение составного объекта на составляющие его объекты. Для расчленения выбрать объекты. Например полилиния превращается в отрезки.

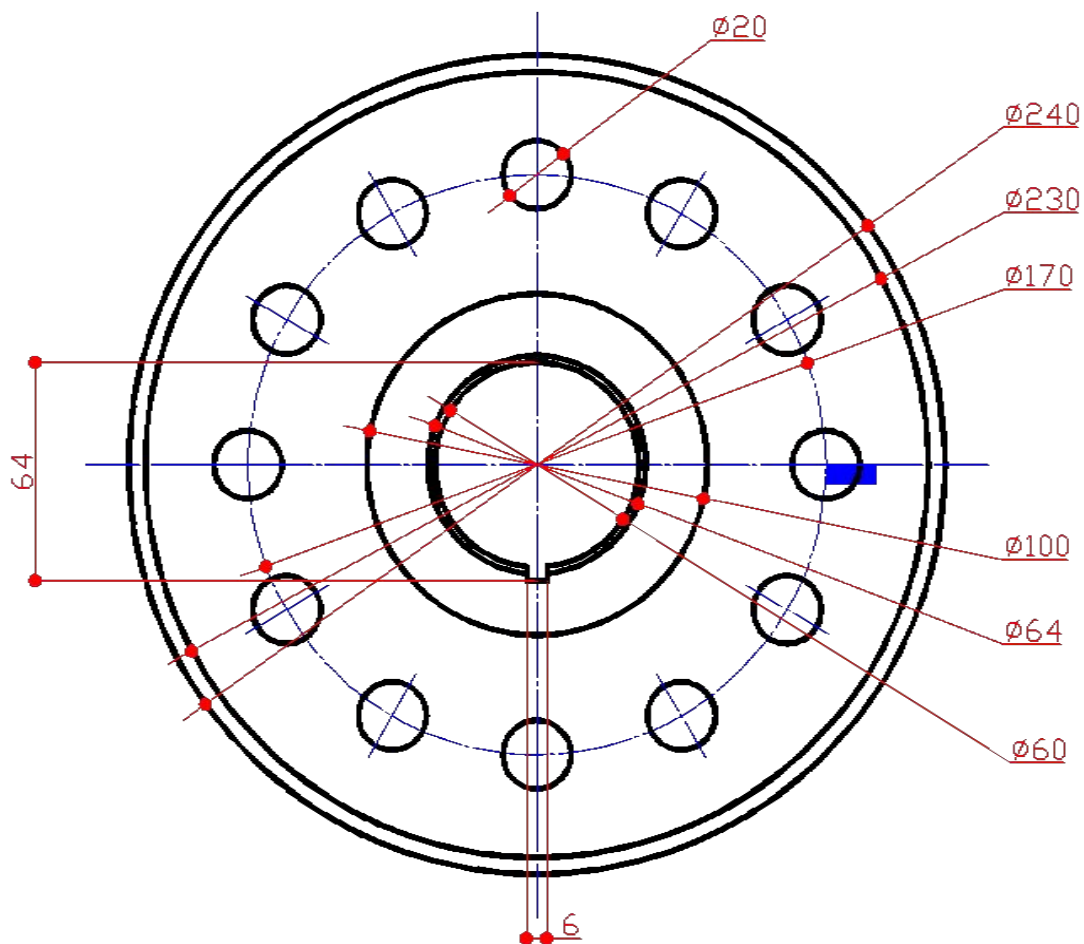
Редактировать объекты также можно с помощью **ручек**. Это синие квадратики, появляющиеся при выборе объекта. При нажатии на синий квадратик он становится красным - активным, с помощью которого можно растягивать, переносить, поворачивать, масштабировать и отражать объект. Для выбора одновременно несколько квадратиков необходимо при выборе нажимать клавишу Shift.



Редактирование полилинии. Для ввода команды нажать на ПИ Редактирование 2 или можно также зайти: ВМ – Редактировать – Объект – Полилиния . Одна из часто используемых опций – это добавление сегментов в полилинию – Добавить.

Задача Б:

Построить фигуру по размерам (см. рис.), используя методы рисования и редактирования



Задача В:

Построить фигуру по размерам, изображенную на рисунке

