

Мастер – класс

**Геометрия на клетчатой бумаге
Формула Пика**

**учитель математики Сиволапова Елена
Михайловна**



«Первое условие, которое надлежит
выполнять в математике, - это быть
точным, второе – быть ясным и
насколько можно, простым.»

Годфрид Вильгельм Лейбниц

Тема:

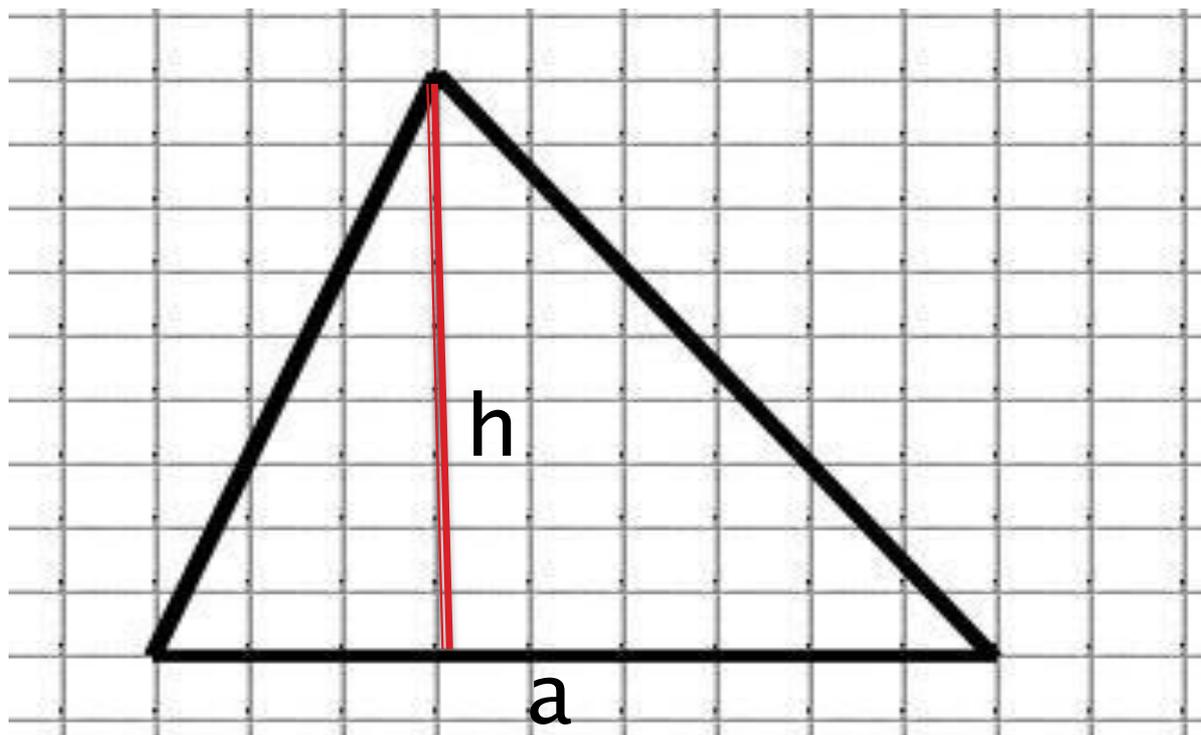
Геометрия на клетчатой бумаге Формула Пика

Цели :

1. Расширить знания о многообразии задач на клетчатой бумаге, о приёмах и методах решения этих задач.
2. Изучить формулу Пика.
3. Отработать навыки использования формулы Пика при вычислении площади произвольных многоугольников.

Задание №1

Вычислите площадь треугольника



$$S = \frac{1}{2}ah$$

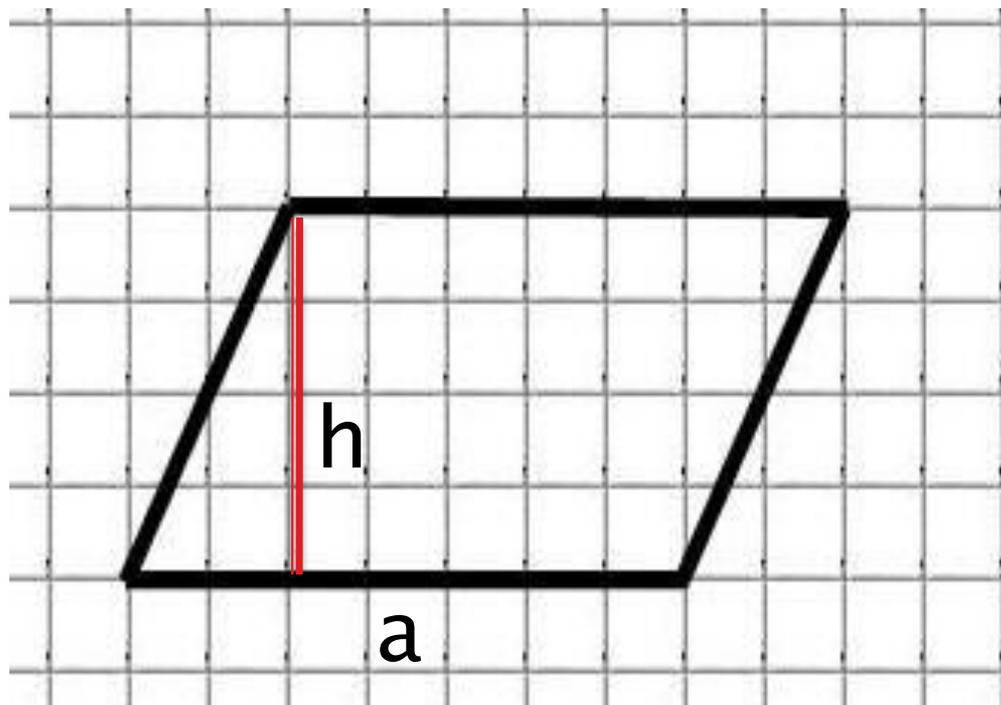
$$a = 9$$

$$h = 9$$

$$S = \frac{1}{2}9 \cdot 9 = 40.5$$

Задание №2

Вычислите площадь параллелограмма



$$S = a \cdot h$$

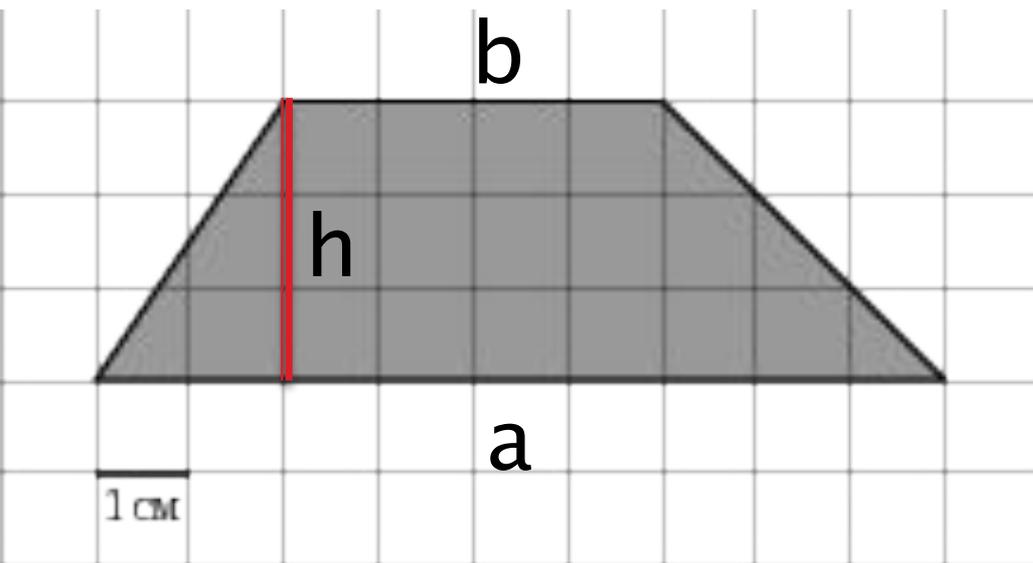
$$a = 7$$

$$h = 4$$

$$S = 7 \cdot 4 = 28$$

Задание №3

Вычислите площадь трапеции



$$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

$$a = 9$$

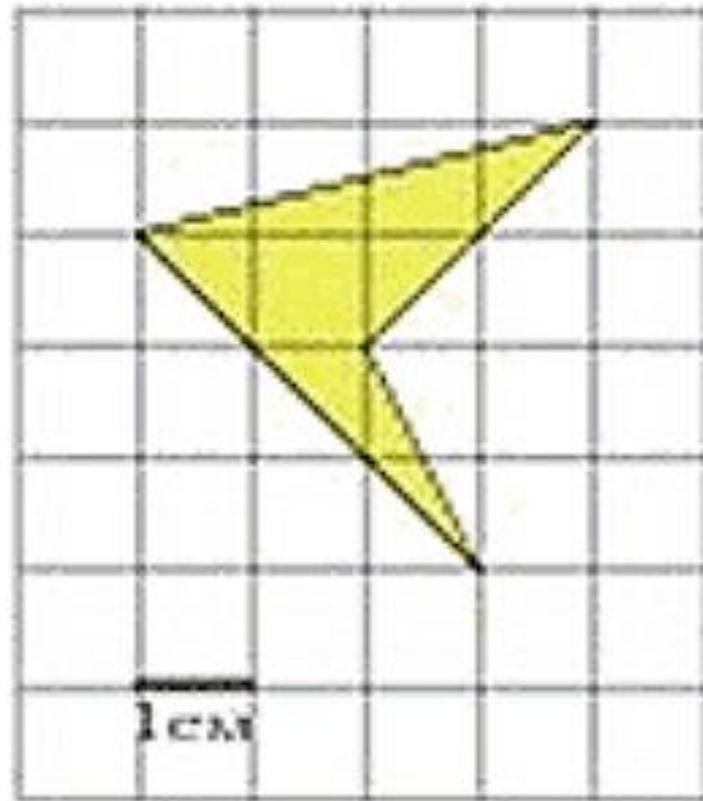
$$b = 4$$

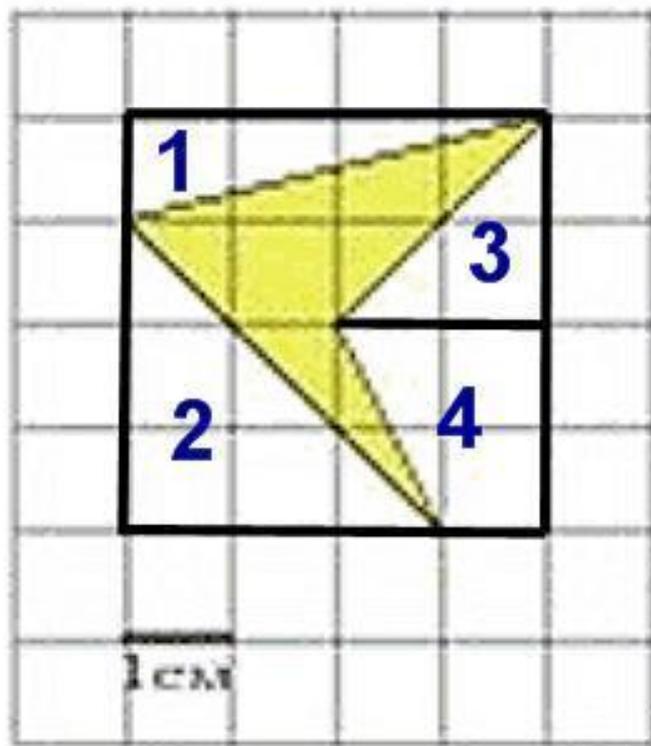
$$h = 3$$

$$S = \frac{1}{2}(9 + 4) \cdot 3 = 19.5$$

Задание №4

Вычислите площадь фигуры, где каждая клетка имеет размер 1 X 1

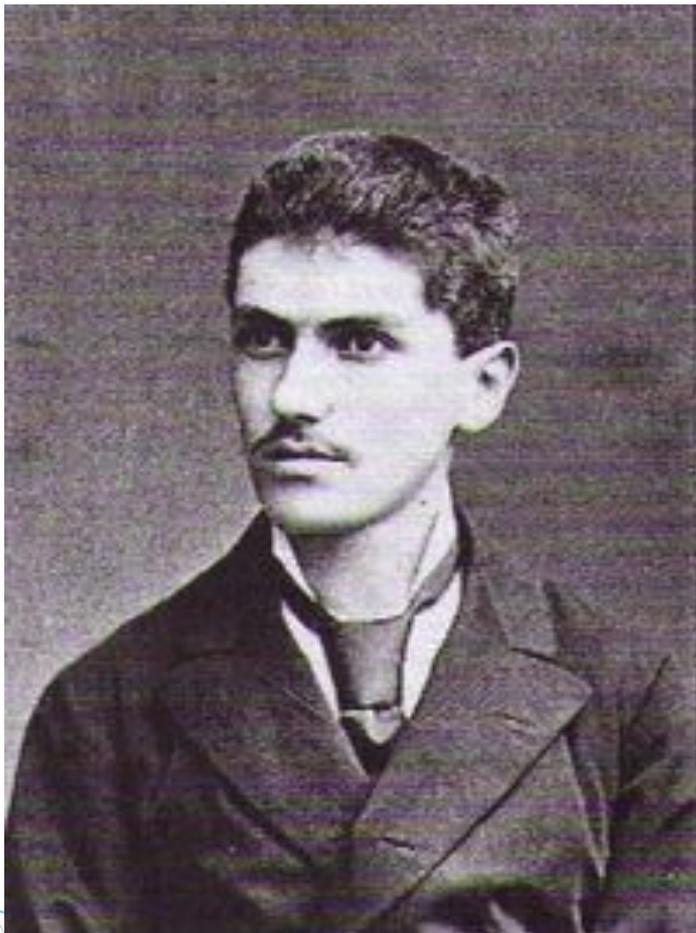




$$\begin{aligned}
 S &= S_{\text{квадрата}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4 = \\
 &= 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1+2}{2} \cdot 2 = 4,5 \text{ см}^2
 \end{aligned}$$

Георг Александр Пик

10.08.1859 –
13.07.1942



В 16 лет закончил школу и поступил в Венский университет. В 20 лет получил право преподавать физику и математику.

Свою первую работу опубликовал в **возрасте 17 лет.**

Круг его математических интересов был чрезвычайно широк.

67 его работ

посвящены многим разделам математики, таким как:

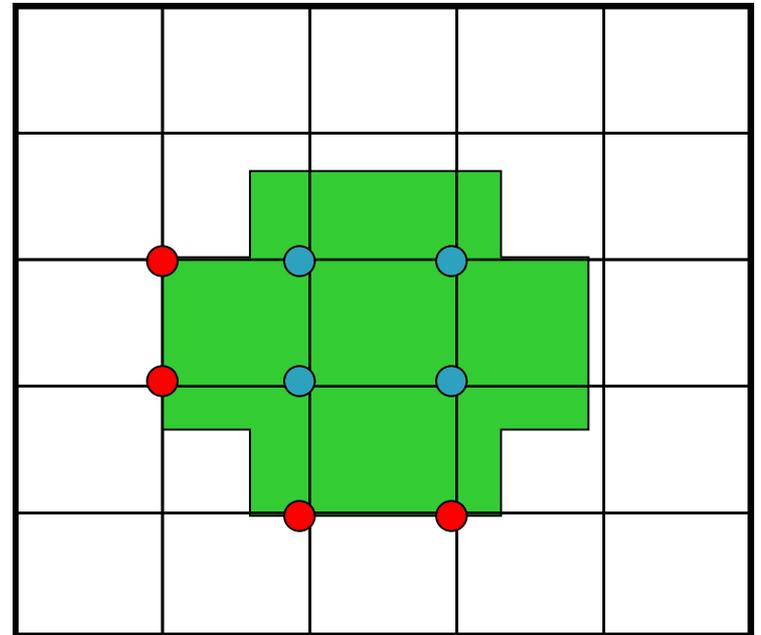
линейная алгебра, интегральное исчисление, геометрия, функциональный анализ, теория потенциала.

В 1899 году предложил свою теорему для вычисления площади многоугольника.

Теорема Пика

Узел – точка пересечение двух
прямых.

- – внутренние узлы.
- – узлы на границе.

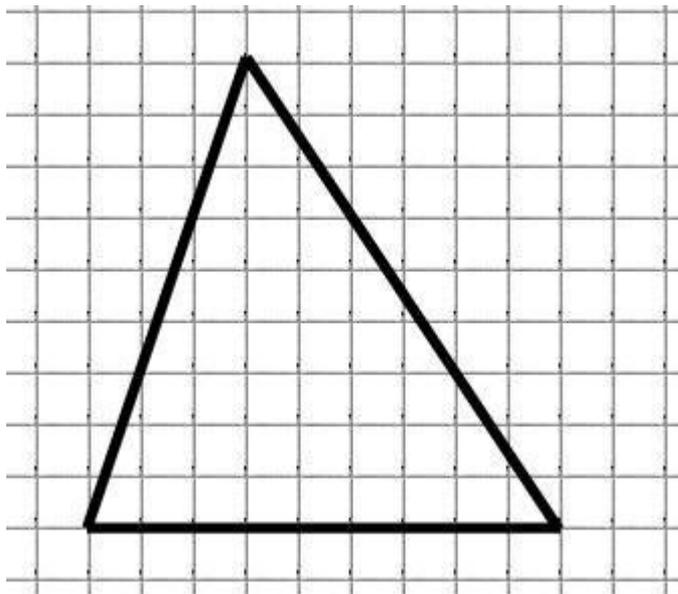


Теорема Пика

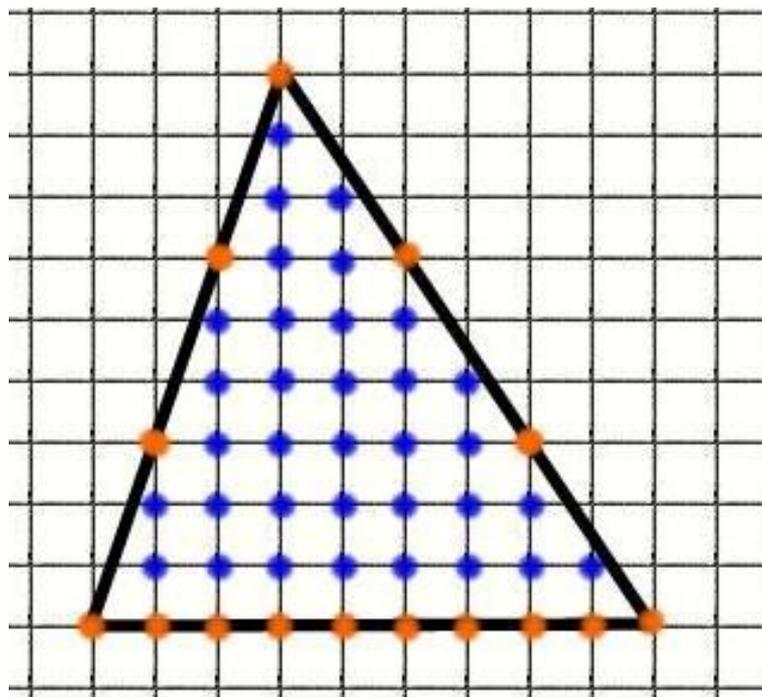
Пусть V – число целочисленных точек внутри многоугольника, Γ – количество целочисленных точек на его границе, S – его площадь. Тогда справедлива формула:

$$S = \Gamma : 2 + V - 1$$

Проверка справедливости теоремы Пика



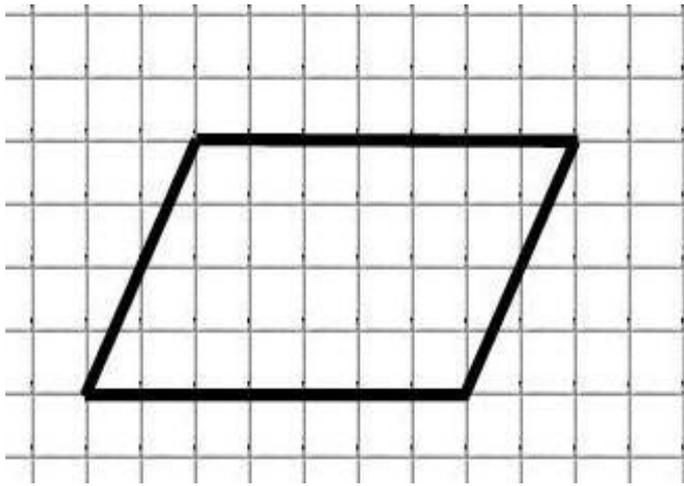
$$S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 = 40.5$$



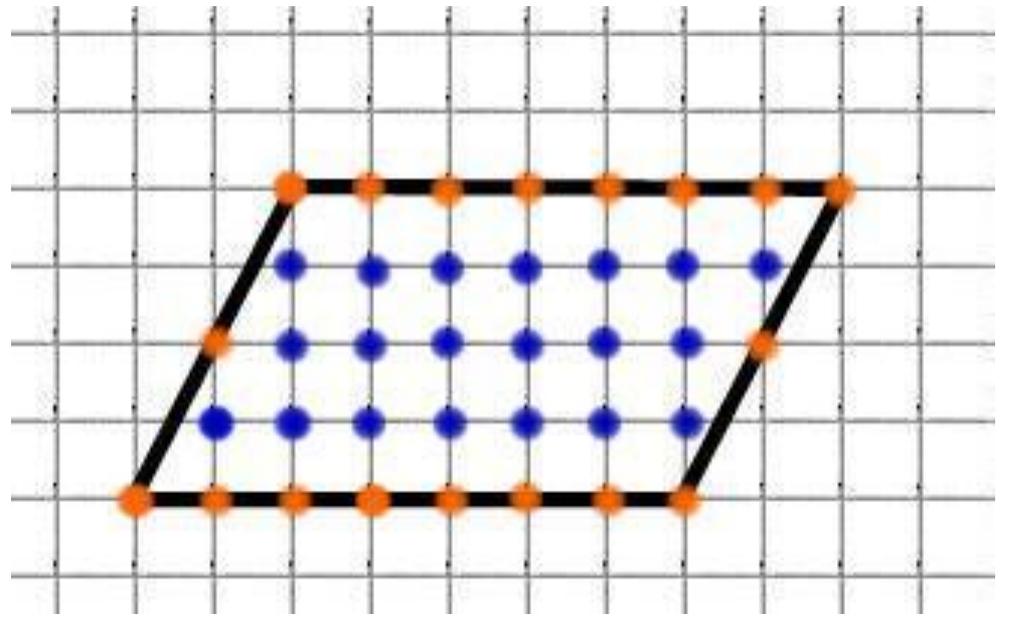
$$\Gamma = 15$$

$$B = 34$$

$$S = \frac{15}{2} + 34 - 1 = 40,5 \text{ см}^2$$



$$S = 7 \cdot 4 = 28$$

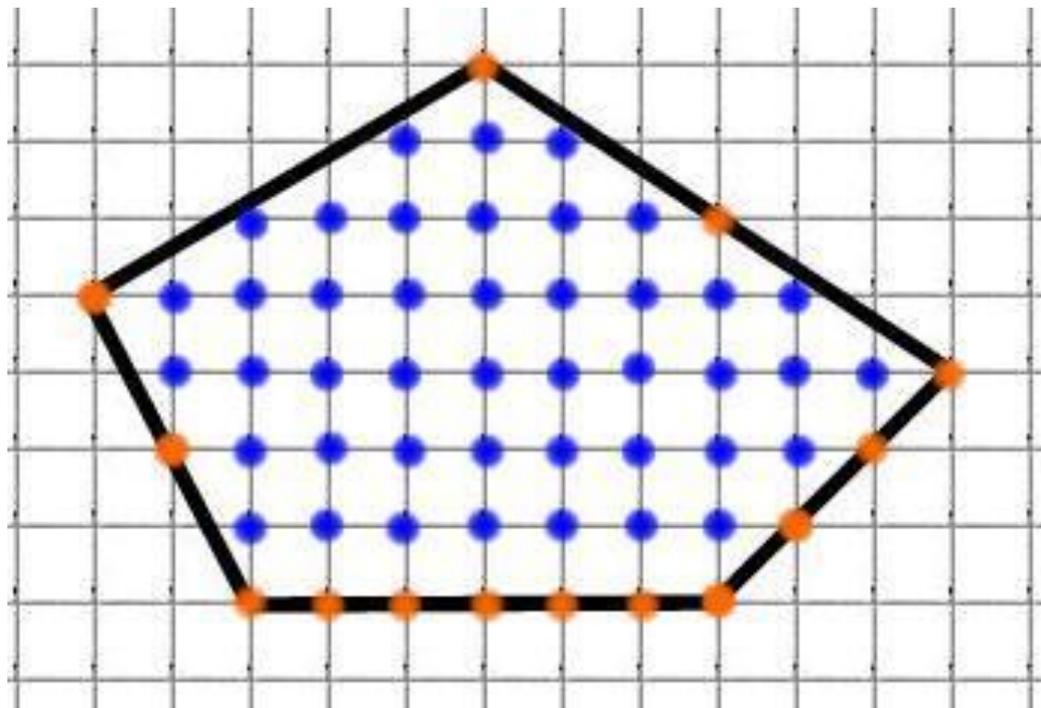


$$\Gamma = 18$$
$$B = 20$$

$$S = \frac{18}{2} + 20 - 1 = 28 \text{ cm}^2$$

Задание №5

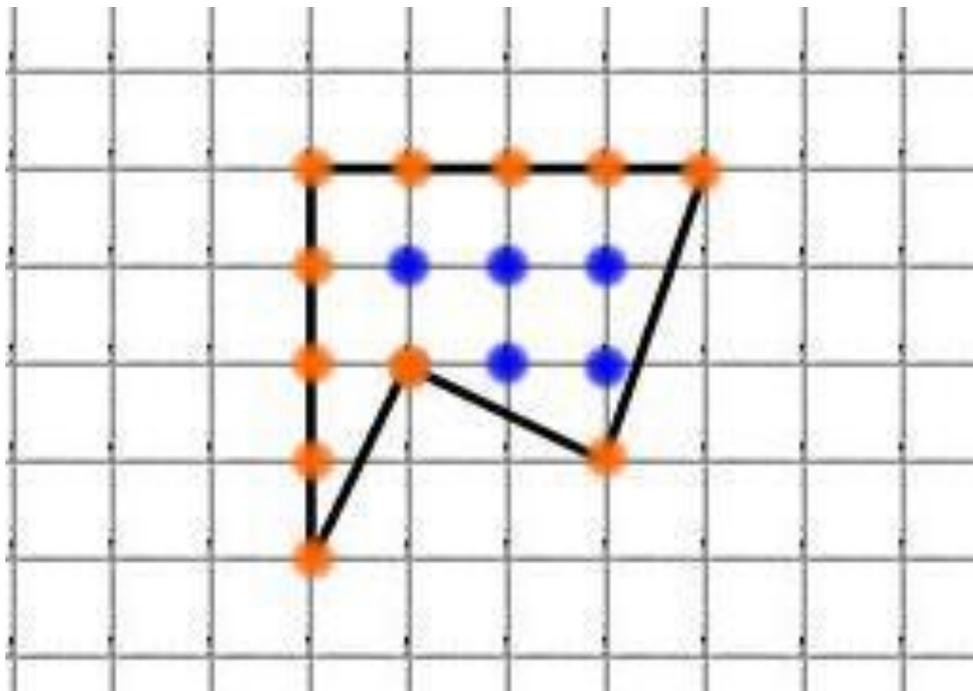
Вычислите площадь фигуры



$$\Gamma = 14$$

$$B = 43$$

$$S = \frac{14}{2} + 43 - 1 = 49 \text{ см}^2$$

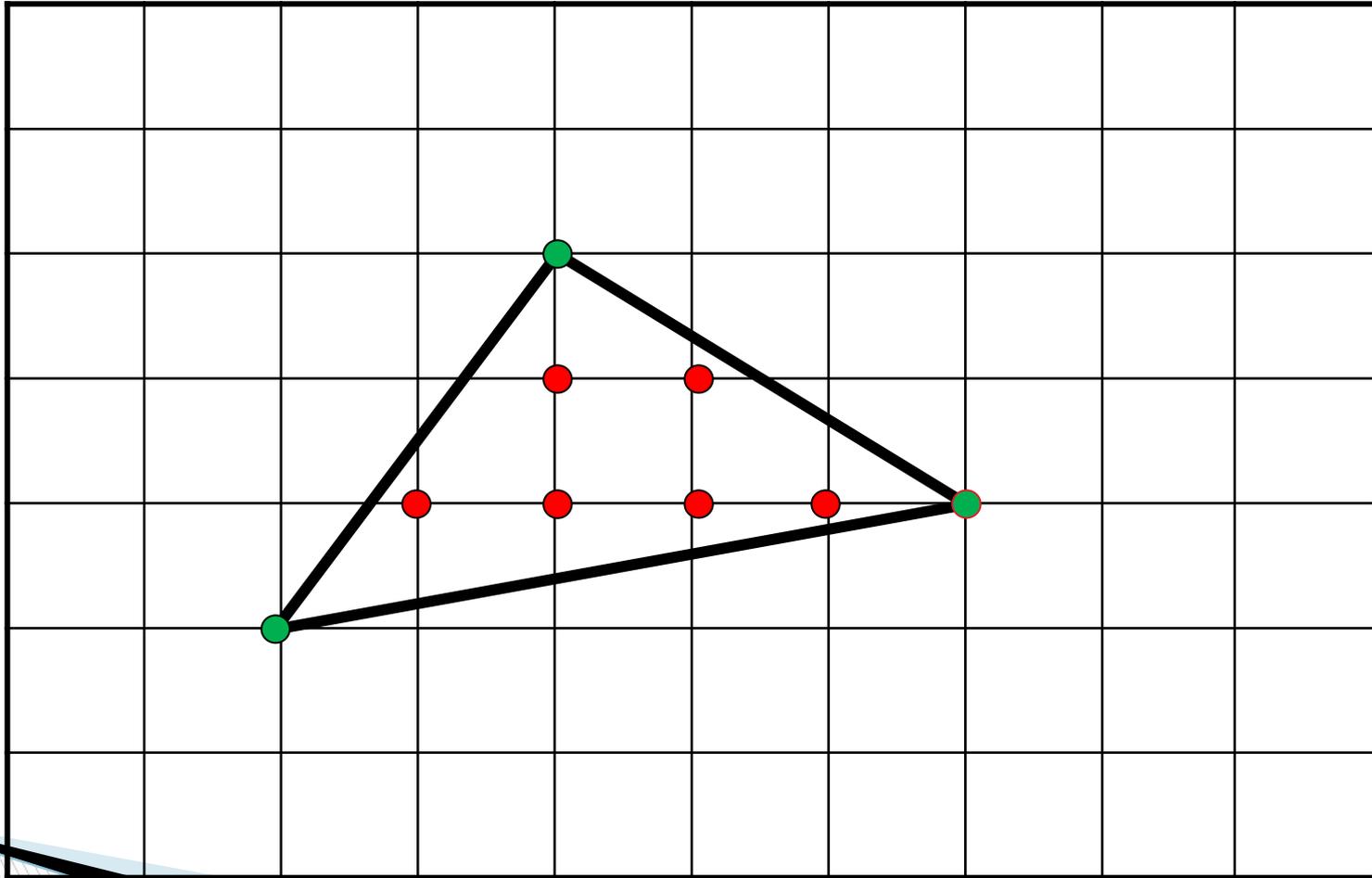


$$\Gamma = 11$$
$$B = 5$$

$$S = \frac{11}{2} + 5 - 1 = 9,5 \text{ cm}^2$$

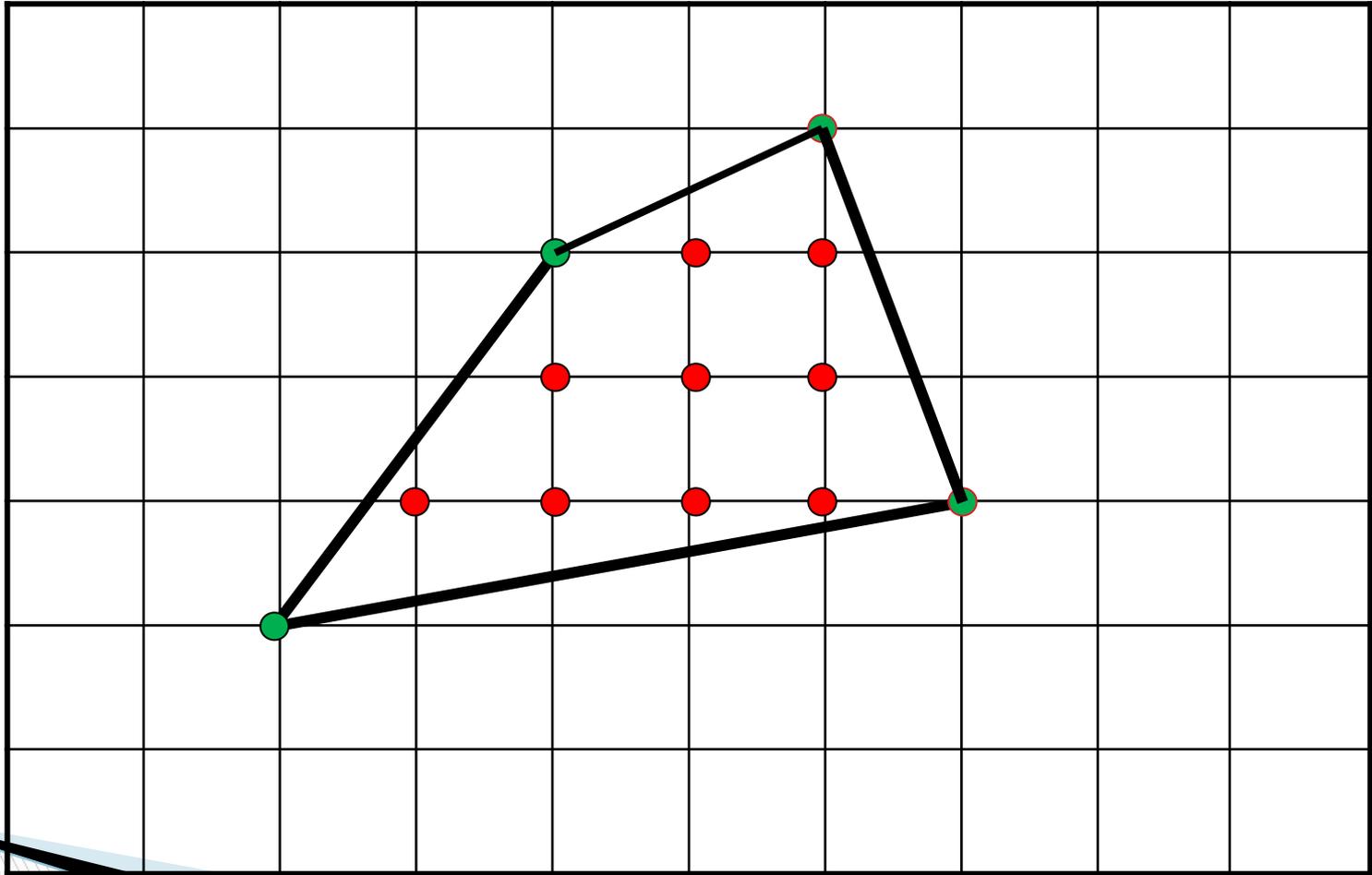
$$S = \Gamma: 2 + B - 1 \quad \Gamma = 3, B = 6$$

$$S = 3:2 + 6 - 1 = 6,5$$



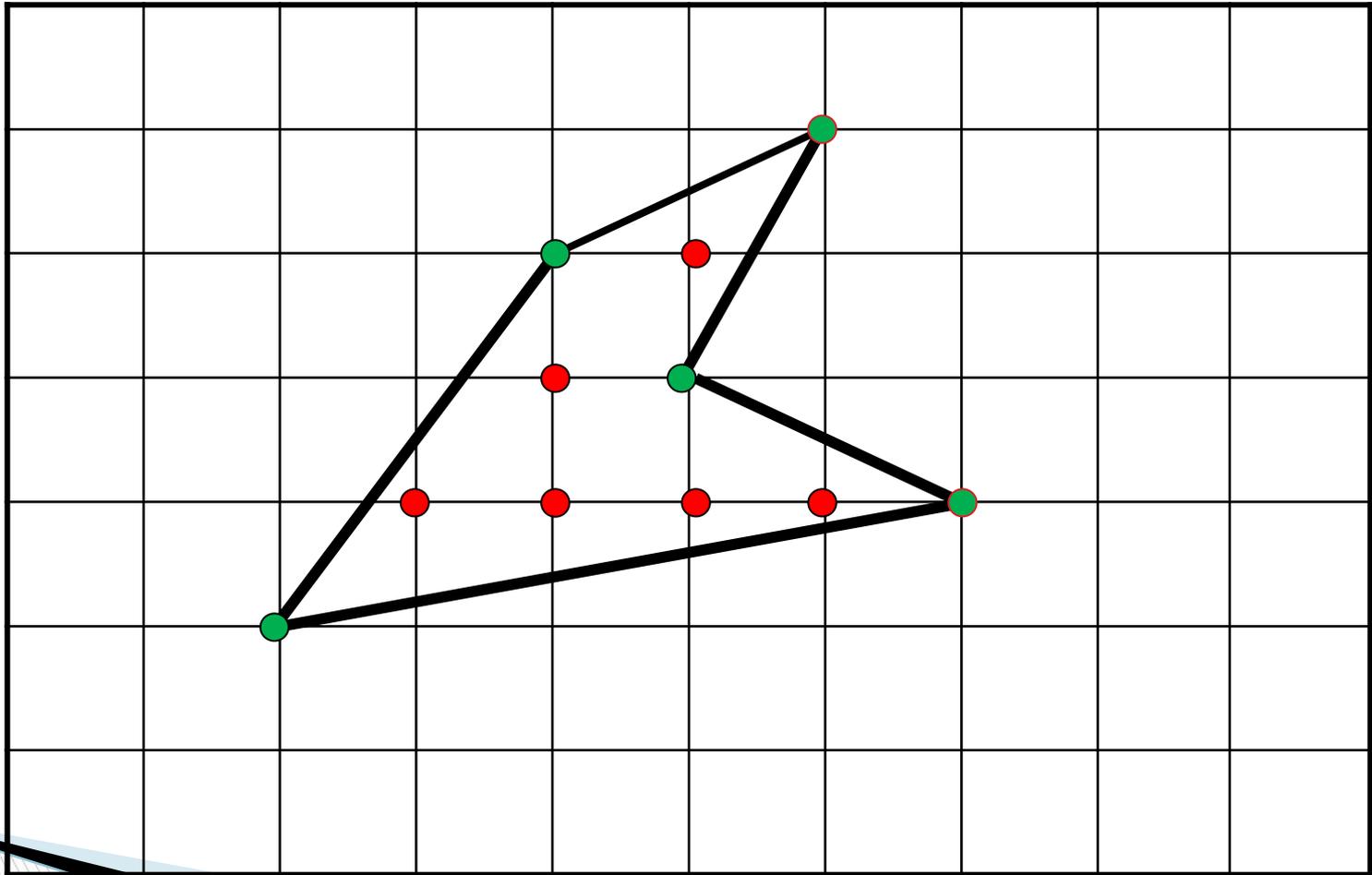
$$\Gamma = 4, B = 9 \quad S = \Gamma : 2 + B - 1$$

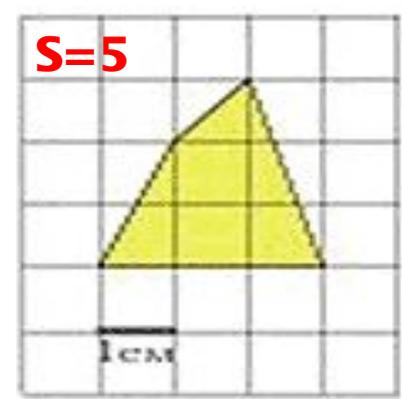
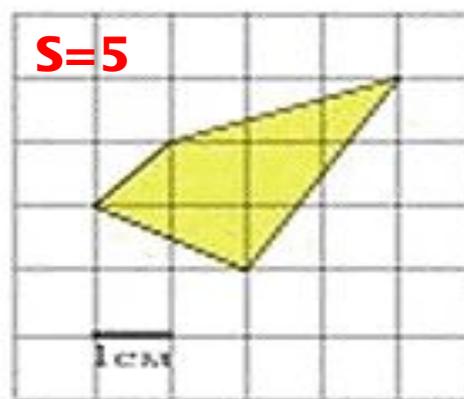
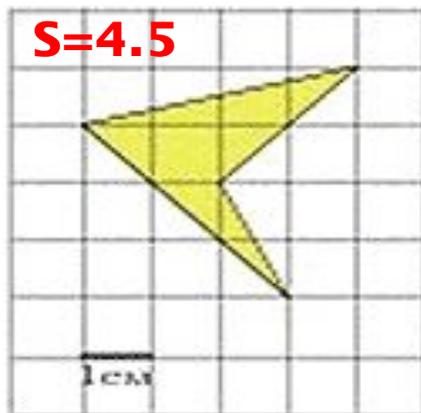
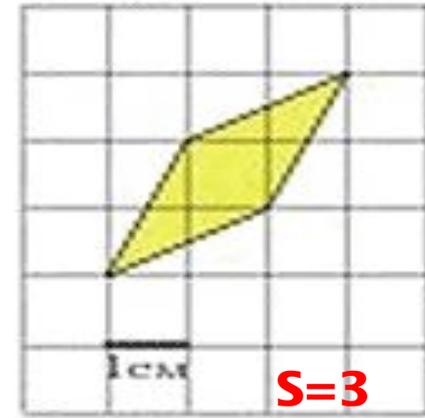
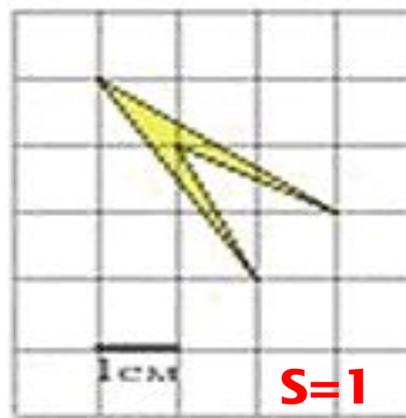
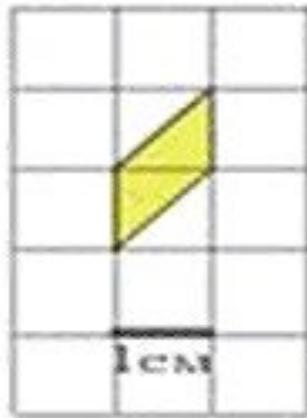
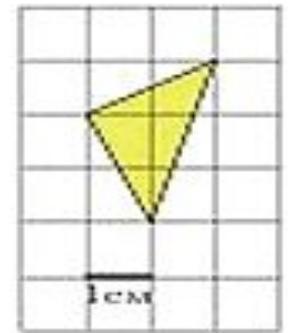
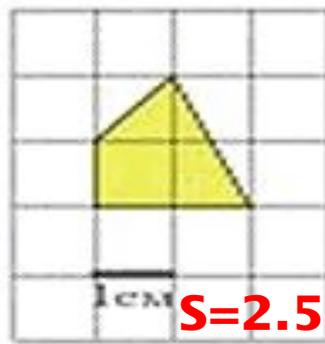
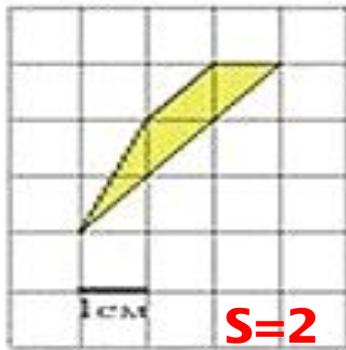
$$S = 4 : 2 + 9 - 1 = 10$$



$$\Gamma = 5, B = 6 \quad S = \Gamma : 2 + B - 1$$

$$S = 5 : 2 + 6 - 1 = 7,5$$





Теорема Пика

Пусть V – число целочисленных точек внутри многоугольника, Γ – количество целочисленных точек на его границе, S – его площадь. Тогда справедлива формула:

$$S = \Gamma : 2 + V - 1$$

**Желаю успехов
в сдаче
экзаменов!**