

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму

Контрольные вопросы

1. Что такое мнемоника и мнемотехника? Для чего она применяется в тригонометрии?
2. Выпишите тригонометрические функции алгебраической суммы двух аргументов (формулы сложения).
3. Запишите мнемоническое правило запоминания формул сложения
4. Разберите и запишите в тетрадь решения примеров 1,2,3.
5. Выпишите формулы преобразования тригонометрических функций в алгебраическую сумму.
6. Разберите и запишите в тетрадь решение примера 4.
7. Выпишите формулы преобразования алгебраической суммы тригонометрических функций в произведение.
8. Разберите и запишите в тетрадь решения примеров 5,6.

Как вы , наверное, успели заметить: тригонометрия сложна обилием формул, которые трудно запомнить.

Быстрее запоминать тригонометрические понятия и формулы могут помочь **мнемонические правила**.

Мнемони́ка (др.-греч. *μνημονικόν* *искусство запоминания*), **мнемоте́хника** совокупность специальных приёмов и способов, облегчающих запоминание нужной информации и увеличивающих объём памяти объём памяти путём образования ассоциаций (связей).

Тригонометрические функции алгебраической суммы двух аргументов (формулы сложения)

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Мнемоническое правило запоминания формул сложения

Формулы сложения – это та, группа формул которую нужно знать наизусть. Но для их запоминания можно тоже воспользоваться ассоциативным приемом. У **косинуса** функции **одноименные**:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

а у синуса **разноименные**:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

Не все в нашей жизни бывает «гладко» за белой полосой идет черная, и наоборот. Так и у наших функций, если функции идут одноименные, то знаки не совпадают, а если разноименные, то совпадают.

Пример 1

Вычислить: $\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$

Решение:

$$\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ = \sin(20^\circ + 40^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 2

Вычислить: $\cos 47^\circ \cos 17^\circ + \sin 47^\circ \sin 17^\circ$

Решение:

$$\cos 47^\circ \cos 17^\circ + \sin 47^\circ \sin 17^\circ = \cos(47^\circ - 17^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 3

Упростить:

$$\frac{tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - tg\alpha}{1 + tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)tg\alpha}$$

Решение:

$$\frac{tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - tg\alpha}{1 + tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)tg\alpha} = tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \alpha\right) = tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

Формулы преобразования тригонометрических функций в алгебраическую сумму

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

Пример 4

Преобразовать в алгебраическую сумму:

$$\sin 5x \sin 3x$$

Решение:

$$\sin 5x \sin 3x = \frac{1}{2} (\cos(5x - 3x) - \cos(5x + 3x)) = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \cos 8x$$

суммы тригонометрических функций в произведение

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

Пример 5

Преобразовать в произведение: $\sin 40^{\circ} + \sin 20^{\circ}$

Решение:

$$\sin 40^{\circ} + \sin 20^{\circ} = 2 \sin \frac{40^{\circ} + 20^{\circ}}{2} \cos \frac{40^{\circ} - 20^{\circ}}{2} =$$

$$= 2 \sin 30^{\circ} \cos 10^{\circ} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 10^{\circ} = \cos 10^{\circ}$$

Пример 6

Преобразовать в произведение: $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{7\pi}{10}$

Решение:

$$\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{7\pi}{10} = 2 \sin \frac{9\pi}{20} \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \sin \frac{9\pi}{20}$$