

Задача 1. В классе 15 учеников.
Докажите что найдутся как минимум
два ученика, отмечающие дни
рождения в один месяц

1 год состоит из 12 месяцев.
 $15 > 12$ Значит найдётся месяц в
котором будут отмечать дни
рождения не менее двух
учеников.



МБОУ Гатчинская СОШ №11

Принцип Дирихле

Работу выполнил: ученик Гатчинской школы №11 Иренков Даниил (10 Кадетский класс)

Консультант – Гонина Светлана Ивановна

Учитель математики

Крутенчук Марина Александровна

Иоганн Петер Густав Лежён Дирихле



Биография

- ▶ Немецкий математик, иностранный член Лондонского королевского общества (1855), Парижской АН (1854), Берлинской АН.

В 1831-1855 профессор Берлинского, с 1855 Гёттингенского университетов.

- ▶ Основные труды по теории чисел и математическому анализу.

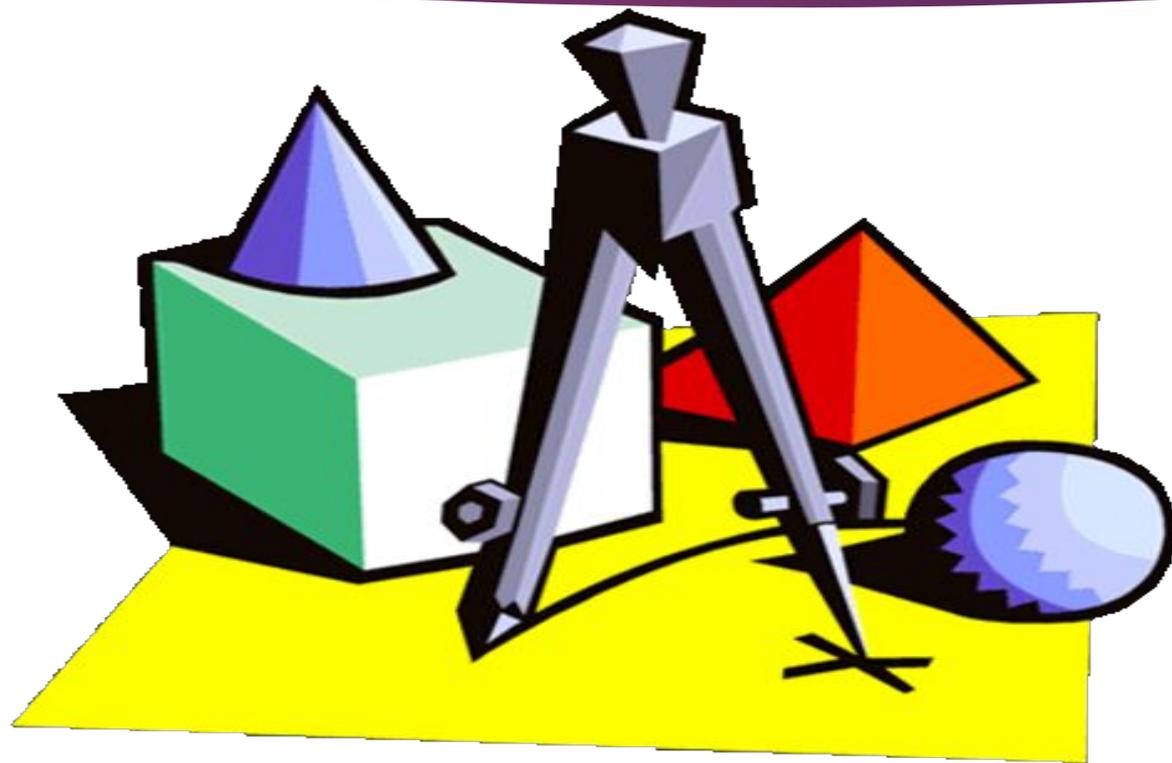
Дирихле доказал теорему о существовании бесконечно большого числа простых чисел во всякой арифметической прогрессии из целых чисел, первый член и разность которой - числа взаимно простые и изучал (1837) закон распределения простых чисел в арифметических прогрессиях, в связи с чем ввел функциональные ряды особого вида

Принцип Дирихле

ФОРМУЛИРОВКА . "Если в n клетках сидит $n+1$ или больше зайцев, то найдётся клетка, в которой сидят по крайней мере два зайца".



Принцип Дирихле в Геометрии

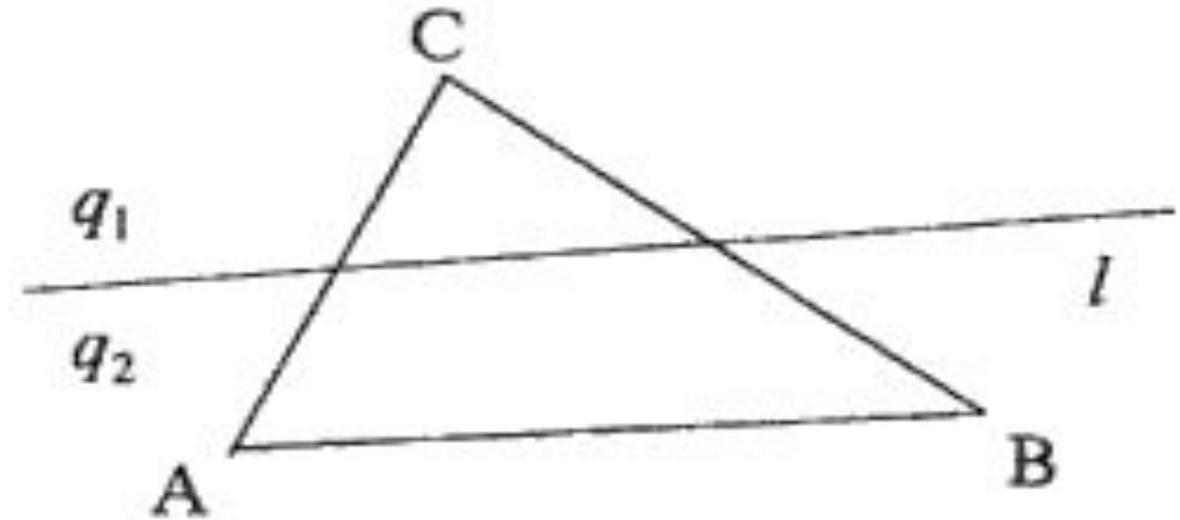


Задача 2. Доказать, что если

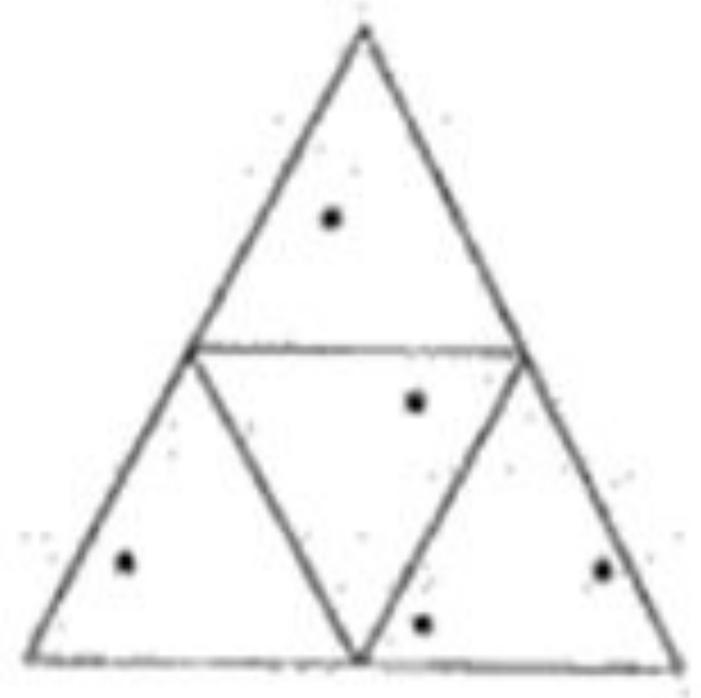
прямая l , расположенная в плоскости треугольника ABC , не проходит ни через одну из его вершин, то она не может пересечь все три стороны треугольника.

Полуплоскости, на которые прямая l разбивает плоскость, будем считать открытыми (то есть не содержащими точек прямой l). Вершины рассматриваемого треугольника (точки A, B, C) будут "зайцами", а полуплоскости q_1 и q_2 - "клетками". Каждый "заяц" попадает в какую-нибудь "клетку" (ведь прямая l не проходит ни через одну из точек A, B, C). Так как "зайцев" три, а "клеток" только две, то найдутся два "зайца", попавшие в одну "клетку"; иначе говоря, найдутся такие две вершины треугольника ABC , которые принадлежат одной полуплоскости.

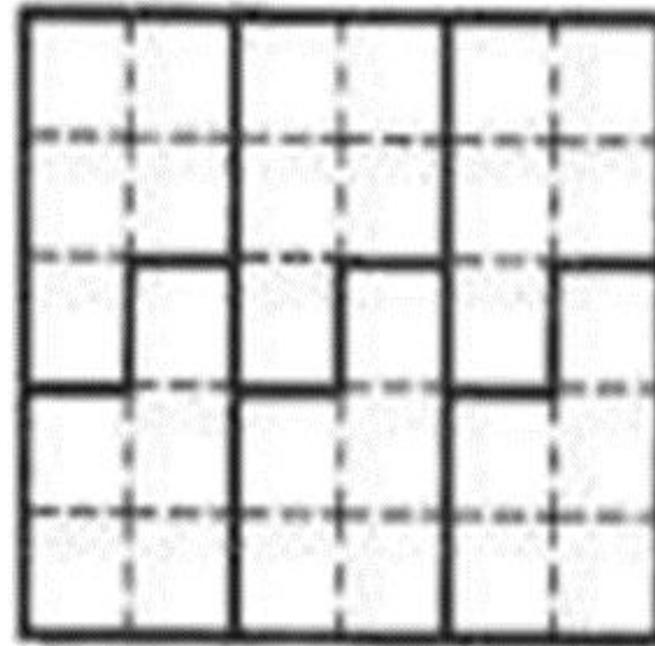
Пусть, скажем, точки A и B находятся в одной полуплоскости, то есть лежат по одну сторону от прямой l . Тогда отрезок AB не пересекается с l . Итак, в треугольнике ABC нашлась сторона, которая не пересекается с прямой l .



Задача 3. Внутри
равностороннего
треугольника со стороной 1
расположено 5 точек.
Доказать, что расстояние
между некоторыми двумя из
них меньше 0,5.



Задача 4. В прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нём можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трёх клеток



Арифметические задачи по принципу Дирихле

Задача 5. Докажите , что в любой футбольной команде есть два игрока , которые родились в один и тот же день недели

Рассуждение :

Кролики – игроки команды;

Клетки – дни недели ;

Сколько игроков в команде ? 11

Дней в недели – 7

Если рассадить кроликов в клетки ,то 4 кролика будут сидеть не одиночестве.



Задача 6 . В классе 40 учащихся . Найдётся ли такой месяц в году , в котором свой день рождения отмечают не менее 4х учащихся этого класса.

Рассуждение :

От противного. Если бы такого месяца не нашлось , то в каждом из 12 месяцев день рождения отмечали бы не более трёх учеников значит , всего было бы не более $36 (12 \cdot 3)$. Но в классе 40 учеников! $40 > 36$ Противоречие!



Комбинаторные задачи по Принципу Дирихле

Задача 7. Принесли 5 чемоданов и 5 ключей от этих чемоданов, но неизвестно, какой от какого чемодана. Сколько проб придётся сделать в самом худшем случае подобрать к каждому чемодану свой ключ?

Решение :

1 ключ находит свой чемодан в худшем случае за 4 пробы

2 ключ находит за 3

3 за 2

4 за 1

5 подходит к оставшемуся чемодану



Спасибо за внимание!