

ПРИНЦИП ПАУЛИ

- Описание состояния электрона

Состояние электрона в атоме однозначно описывается любым набором четырех независимых квантовых чисел.

Квантовое число	Принимаемые значения
Главное	$n = 1, 2, 3, \dots$
Орбитальное	$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$
Магнитное	$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
Магнитное спиновое	

Формулировки принципа Паули

	Формулировка, запись	Пояснение
Принцип Паули в простейшей формулировке	В одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m_l и m_s , т. е. $Z(n, l, m_l, m_s) = 0$ или 1	Согласно принципу Паули, два электрона в одном и том же атоме различаются значениями по крайней мере одного квантового числа
Квантово-механическая формулировка принципа Паули	Системы фермионов встречаются в природе в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями	Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Для фермионов (например, электронов) волновая функция должна быть антисимметрична, поэтому два одинаковых фермиона, входящих в одну и ту же систему, не могут находиться в одинаковых состояниях

$Z(n, l, m_l, m_s)$ — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел: n, l, m_l, m_s]

РЕНТГЕНОВСКИЕ СПЕКТРЫ

- **Рентгеновские спектры** — спектры испускания и поглощения рентгеновского излучения (электромагнитного излучения с длиной волны в пределах от 10^{-12} до 10^{-9} м).
- Самым распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка.
- Спектр излучения рентгеновской трубки представляет собой наложение тормозного и характеристического рентгеновских спектров.

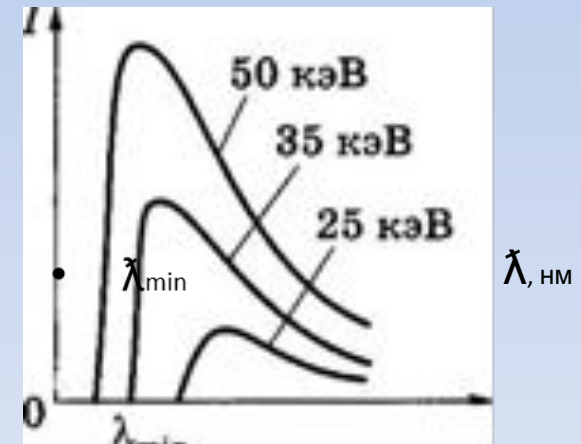
Сплошной (тормозной) рентгеновский спектр

- Природа сплошного рентгеновского спектра

Возникает при *торможении* бомбардирующих анод рентгеновской трубки быстрых электронов. Определяется только энергией бомбардирующих анод электронов и не зависит от материала анода.

- Особенности сплошного спектра

1. Существование максимума интенсивности, смещающегося с повышением напряжения в сторону коротких длин волн.
2. Существование минимальной длины волны $\lambda_{\min}$ — коротковолновой границы сплошного спектра (зависит лишь от кинетической энергии электронов, вызывающих тормозное излучение, и не зависит от вещества анода).



- Коротковолновая граница сплошного спектра

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}$$

Согласно квантовым представлениям, энергия рентгеновских фотонов $h\nu$, возникающих при торможении электронов, не может быть больше кинетической энергии eU этих электронов: $h\nu < eU$.

[$\nu_{\max} = eU/h$; $\lambda_{\min}$ — коротковолновая граница сплошного спектра (чем больше энергия, тем меньше $\lambda_{\min}$); eU — энергия бомбардирующих анод электронов; c — скорость света в вакууме; h — постоянная Планка; $\nu_{\max}$ — максимальная частота излучения рентгеновских фотонов]

Характеристический рентгеновский спектр

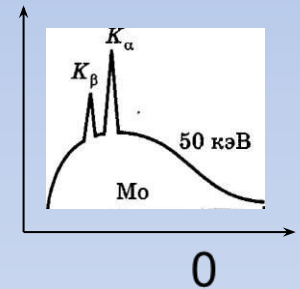
• Природа характеристического рентгеновского спектра

Возникает, когда энергия бомбардирующих анод электронов достаточна для выбивания электронов с внутренних оболочек атомов вещества. На фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии — линейчатый спектр, определяемый материалом анода.

- ♦ Они просты и однотипны — состоят из нескольких серий, обозначаемых K , L , M , N и O .
- ♦ Каждая серия содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами λ , нм

α , β , γ , ... ($K\alpha$, $K\beta$, $K\gamma$..., $L\alpha$, $L\beta$, $L\gamma$, ...).

- ♦ При переходе от легких элементов к тяжелым весь спектр, без изменения его структуры, монотонно смещается в сторону коротких волн.
- ♦ Атомы каждого химического элемента (даже в химических соединениях) обладают определенным, присущим только данному элементу, характеристическим спектром.



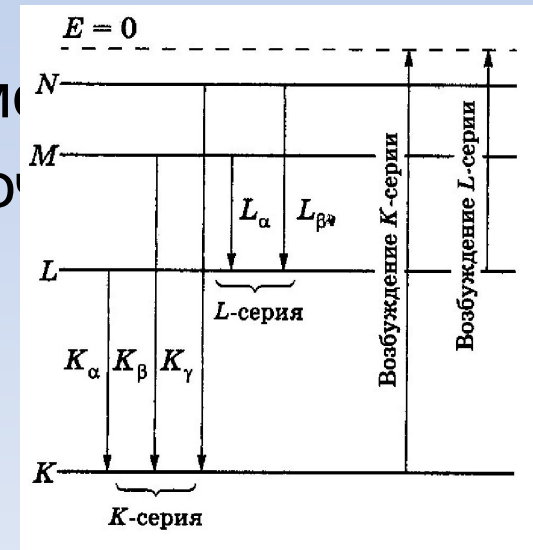
Возбуждение характеристических рентгеновских серий

- Возбуждение характеристических рентгеновских серий обусловлено процессами, происходящими во внутренних, застроенных оболочках атомов (они имеют сходное строение).

Если, например, вырывается один из внутренних К-электронов металла (под действием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона), то на его место

переходит электрон с более удаленных от ядра оболочек L, M, N... Такие переходы сопровождаются испусканием рентгеновских квантов и возникновением спектральных линий К-серии.:

K_α ($L \rightarrow K$), K_β ($M \rightarrow K$), K_γ ($N \rightarrow K$) и т.д.



- **Длины волн в ряду $K\alpha \rightarrow K\beta \rightarrow K\gamma$**

Самая длинноволновая линия — $K\alpha$, так как частоты линий возрастают в ряду $K\alpha \rightarrow K\beta \rightarrow K\gamma$ (энергия, высвобождаемая при переходе электрона на K -оболочку с более удаленных оболочек, увеличивается).

- **Интенсивности линий в ряду $K\alpha \rightarrow K\beta \rightarrow K\gamma$**

Интенсивности линий в ряду $K\alpha \rightarrow K\beta \rightarrow K\gamma$ убывают, поскольку вероятность переходов электронов с L -оболочки на K -оболочку больше, чем с более удаленных оболочек M и N .

K -серия сопровождается L , M , ... сериями, так как при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках L , M , Возникновение L , M , ... серий объясняется аналогично (они наблюдаются только для тяжелых элементов).

Типы химической связи молекул

Молекула - наименьшая частица вещества, состоящая из одинаковых или различных атомов, соединенных химическими связями, и являющаяся носителем его основных химических и физических свойств.

Двухатомные молекулы - число атомов, составляющих молекулу, равно двум (H_2 , CO, KCl).

Многоатомные молекулы - число атомов, составляющих молекулу, более двух, а для некоторых молекул составляет от сотен до тысяч (белки, гормоны, ...).

Ионная (гетерополярная) химическая связь

Осуществляется благодаря кулоновскому притяжению между разноименно заряженными ионами (например, молекулы NaCl, KBr).

Ковалентная (гомеополярная) химическая связь

Осуществляется в результате *обменного взаимодействия*, носящего чисто квантовый характер и не имеющего аналога в классической физике (например, молекулы H_2 , CO).

Описание молекулы как квантовой системы

Состояние молекулы описывается уравнением Шредингера, учитывающим взаимодействие электронов с ядрами, электронов друг с другом, а также кинетическую энергию электронов и ядер (задача очень сложная!).

Адиабатическое приближение

Для приближенного решения задачи квантово-механическая система разделяется на тяжелые и легкие частицы — ядра и электроны. Массы и скорости этих частиц сильно различаются, поэтому считается, что *электроны движутся в поле неподвижных ядер, а медленно движущиеся ядра находятся в усредненном поле электронов.*

Энергия молекулы

Полная энергия без учета энергии поступательного движения и энергии ядер

$$E = E_{эл} + E_{кол} + E_{вр}$$

Энергия поступательного движения не квантуется, поэтому ее изменения не приводят к возникновению дискретного спектра, а энергия ядер обуславливает только сверхтонкую структуру спектральных линий. Все записанные энергии квантуются.

Отношения энергий

$$E_{\text{эл}} : E_{\text{кол}} : E_{\text{вр}} = 1 : \sqrt{\frac{m}{M}} : \frac{m}{M}$$

- $m/M \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$, поэтому $E_{\text{эл}} \gg E_{\text{кол}} \gg E_{\text{вр}}$. Различие в энергии между основным и первым возбужденным состояниями составляет 1—10 эВ для «электронных» энергий, 10^{-2} — 10^{-1} эВ для «колебательных» энергий и примерно равна 10^5 — 10^3 эВ для «вращательных» энергий.
- $E_{\text{эл}}$ — энергия, обусловленная движением электронов относительно ядер, $E_{\text{кол}}$ — энергия, обусловленная колебанием ядер (учитывает периодически изменяющееся относительное положение ядер); $E_{\text{вр}}$ — энергия, обусловленная вращением ядер (учитывает периодически изменяющуюся ориентацию молекулы в пространстве)]

Спектры молекул

Молекулярные спектры - спектры излучения (поглощения), возникающие при квантовых переходах между уровнями энергии молекул. Определяются структурой энергетических уровней молекулы и *правилами отбора*.

Электронные спектры - соответствуют переходам с одного электронного уровня на другой.

Колебательные спектры - соответствуют переходам с одного колебательного уровня на другой.

Вращательные спектры -

соответствуют переходам с одного вращательного уровня на другой.

Электронно-колебательные спектры -

соответствуют переходам между электронным и колебательным уровнями.

Колебательно-вращательные

спектры - соответствуют переходам между колебательными и вращательным уровнями.

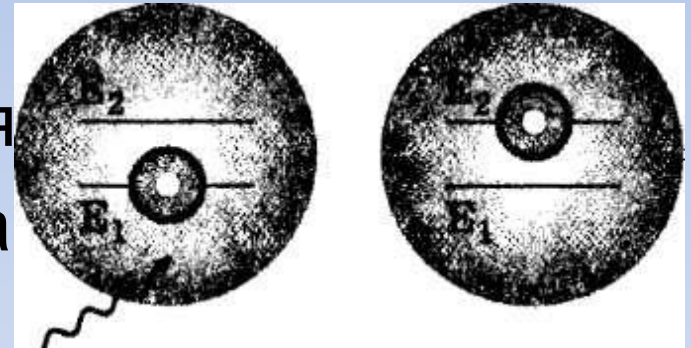
Полосатые спектры - такое название получили молекулярные спектры за их характерный вид (совокупность более или менее узких полос в различных областях спектра).

- Полосы имеют различную интенсивность в зависимости от относительных вероятностей переходов. С помощью спектральных приборов высокой разрешающей способности обнаружено, что полосы представляют собой тесно расположенные (с трудом различимые) линии.
- Структура молекулярных спектров для разных молекул различна; с увеличением числа атомов в молекуле она усложняется (наблюдаются только сплошные широкие полосы).

Три типа переходов атомов из одного состояния в другое

Поглощение излучения

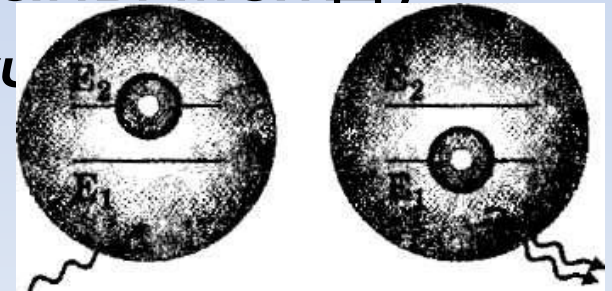
Атом, находясь в основном состоянии, может осуществить вынужденный ДО ПОСЛЕ переход в возбужденное состояние путем поглощения фотона, когда (и только когда) энергия фотона совпадает с разностью энергий между возбужденным и основным уровнями ($h\nu = E_2 - E_1$).



Спонтанное (самопроизвольное) излучение

Атом, находясь в возбужденном состоянии, может осуществить спонтанные переходы в основное состояние без каких-либо внешних воздействий, испуская при этом фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Так как спонтанные акты

излучения взаимно не связаны между собой, то спонтанное излучение некогерентно.



Вынужденное (индуцированное) излучение

Атом, находясь в возбужденном состоянии, может осуществить вынужденный (индуцированный) переход в основное состояние под действием внешнего излучения с частотой, удовлетворяющей условию $h\nu = E_2 - E_1$ с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$. При данном переходе происходит излучение атомом фотона *дополнительно* к фотону, под действием которого произошел переход.



Вынужденное излучение

Тождественность вынужденного излучения вынуждающему излучению

Вторичный фотон, испускаемый атомом, неотличим от первичного фотона, стимулирующего переход. Вынужденное излучение имеет такую же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, как и вынуждающее излучение, т. е. вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим.

Условия, необходимые для усиления вынужденного излучения

Вторичный и первичный фотоны, двигаясь в направлении первичного фотона и встречая на своем пути другие возбужденные атомы, стимулируют дальнейшие индуцированные переходы, в результате чего должна возникнуть лавина фотонов. Однако наряду с вынужденным излучением идет и *конкурирующий процесс — поглощение.*

- Для усиления вынужденного излучения необходимо, чтобы число актов индуцированного излучения фотонов (оно пропорционально заселенности возбужденных состояний) превышало число актов поглощения фотонов (оно пропорционально заселенности основных состояний). В системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение преобладает над излучением и падающее излучение при прохождении через вещество ослабляется.

Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Предпосылки для создания когерентного излучения

Для получения когерентного излучения в результате вынужденного излучения необходимо:

- **наличие инверсии заселенностей**

Число атомов в более высоком состоянии должно превышать число атомов в более низком состоянии.

- **наличие метастабильного состояния**

Возбужденное энергетическое состояние атомной системы, в котором она может существовать длительное время, в результате чего переход в более низкое состояние происходит

Лазеры и их типы

Лазеры - приборы, генерирующие очень узкий пучок монохроматического когерентного излучения высокой интенсивности в оптическом диапазоне.

Тип активной среды	Метод накачки	Режим генерации
Твердотельные	Оптические	Непрерывный
Газовые	Тепловые	Импульсный
Полупроводниковые	Химические	
Жидкостные	Электроионизационные и др.	

Элементы лазеров

Активная среда

Среда, в которой создаются состояния с инверсией заселенностей.

Система накачки

Устройство для создания инверсии в активной среде.

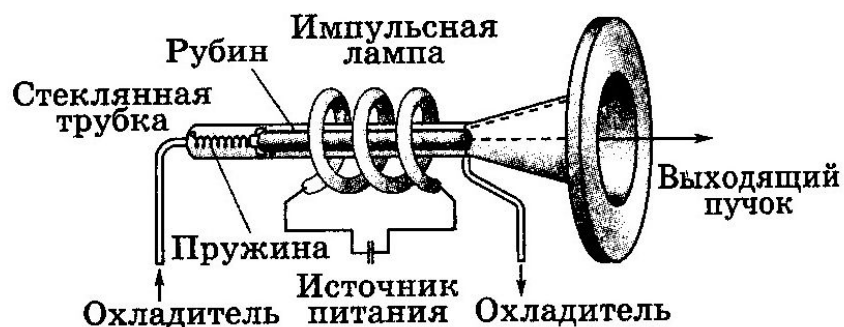
Оптический резонатор

Устройство, выделяющее в пространстве избирательное направление пучка фотонов и формирующее выходящий световой пучок.

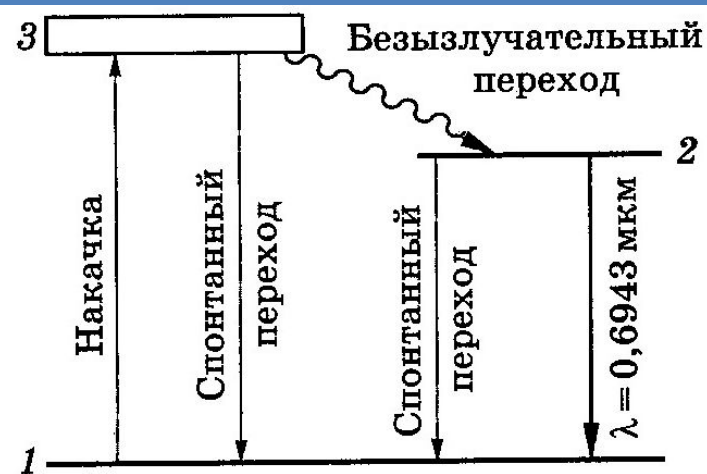
Принцип действия твердотельного лазера

Принципиальная рубинового лазера

схема



Трехуровневая схема энергетических уровней иона Cr^{3+}



Активная среда

Кристалл рубина (оксид алюминия Al_2O_3). В кристаллической решетке оксида алюминия часть атомов Al заменена ионами Cr^{3+} , которые и участвуют в лазерной генерации.

- Оптическая накачка
- При интенсивном облучении светом мощной импульсной лампы атомы хрома переходят с нижнего уровня 1 на уровни широкой полосы 3. Из состояния 3 атомы либо возвращаются в состояние 1 (переходы $3 \rightarrow 1$ не значительны), либо переходят в метастабильное состояние 2. При безизлучательном переходе $3 \rightarrow 2$ избыток энергии передается непосредственно кристаллической решетке, в результате чего кристалл рубина нагревается. Переход $2 \rightarrow 1$ запрещен правилами отбора, поэтому время жизни метастабильного состояния $\sim 10^3$ с.

- При мощной накачке в состоянии 2 может оказаться больше атомов, чем в состоянии 1, т. е. создается инверсная заселенность уровней, необходимая для генерации лазерного излучения. Каждый фотон, случайно родившийся при спонтанных переходах $2 \rightarrow 1$, может инициировать множество вынужденных переходов $2 \rightarrow 1$, в результате чего зарождается лазерная генерация (лазерное излучение на длине волны 0,6943 мкм).

- Излучение, состоящее из подобных лавин, не может обладать высокими когерентными свойствами (спонтанные переходы носят случайный характер и испускаются в разных направлениях).
- Оптический резонатор
- Используется для выделения направления лазерной генерации.

Принцип действия газового лазера

Трехуровневая схема

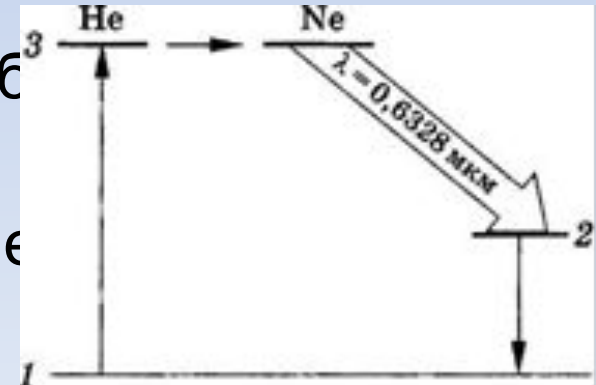
Первый газовый лазер (лазер с газообразной активной средой)

непрерывного действия — лазер на смеси гелия (~ 15%) и неона

(~ 85%). В He-Ne-лазере инверсия заселенностей уровней осуществляется электрическим разрядом в газе. В процессе разряда часть атомов гелия возбуждается и переходит в возбужденное состояние 3. При столкновениях возбужденных

атомов He с атомами Ne происходит возбуждение последних и

они переходят на один из верхних уровней расположенных к соответствующему уровню He. Переход атомов неона на



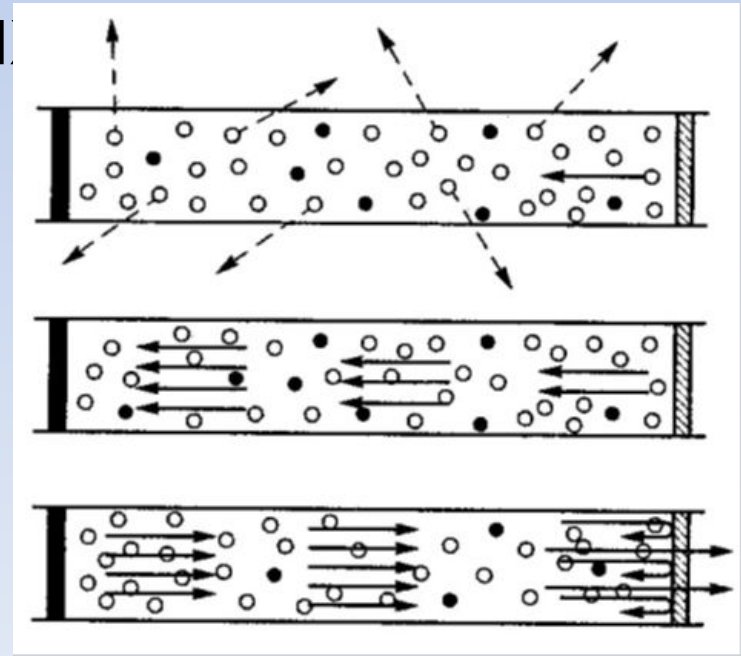
Оптический резонатор

- Оптическим резонатором обычно служит пара параллельных зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом).
- Как правило, зеркала изготавливаются так, что от одного из них излучение полностью отражается, а второе — полупрозрачно.
- Фотоны, движущиеся под углами к оси кристалла или кюветы, выходят из активной среды через ее боковую поверхность.

- Те же из фотонов, которые движутся вдоль оси, многократно отразятся от противоположных торцов, каждый раз вызывая вынужденное испускание вторичных фотонов, которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение, и т. д.
- Так как фотоны, возникшие при вынужденном излучении, движутся в том же направлении, что и первичные, то поток фотонов, параллельный оси кристалла или кюветы, нарастает лавинообразно.
- Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок с высокими когерентными свойствами.

На рисунке:

белые кружки — возбужденные состояния атомов; черные — атомы в основном состоянии; пунктирные стрелки — спонтанное излучение в разных направлениях; сплошная стрелка — квант, движущийся вдоль оси лазера и вызывающий вынужденное излучение возбужденными



Свойства лазерного излучения

- ♦ временная и пространственная когерентность (из-за пространственной когерентности излучение может быть сфокусировано в объеме -
- ♦ строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10 \text{ лм}$);
- ♦ большая плотность потока энергии;
- ♦ очень малое угловое расхождение в пучке.

Основные физические единицы

- В результате обобщения экспериментальных фактов, а также результатов деятельности людей устанавливаются физические законы — устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе.
- Наиболее важные законы устанавливают связь между физическими величинами, для чего необходимо эти величины измерять. Измерение физической величины есть действие, выполняемое с помощью средств измерений для нахождения значения физической величины в принятых единицах.

- Единицы физических величин можно выбрать произвольно, но тогда возникнут трудности при их сравнении. Поэтому целесообразно ввести систему единиц, охватывающую единицы всех физических величин.
- Для построения системы единиц произвольно выбирают единицы для нескольких не зависящих друг от друга физических величин. Эти единицы называются основными. Остальные же величины и их единицы выводятся из законов, связывающих эти величины и их единицы с основными. Они называются производными.

- В настоящее время обязательна к применению в научной, а также в учебной литературе **Система Интернациональная (СИ)**, которая строится на семи основных единицах — метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела — и двух дополнительных — радиан и стерадиан.

Метр (м) — длина пути, проходимого светом в вакууме за $1/299\,792\,458$ с.

Килограмм (кг) — масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).

Секунда (с) — время, равное $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Ампер (А) — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Кельвин (К) — $1/273,16$ часть термодинамической температуры тройной точки воды.

Моль (моль) — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде ^{12}C массой $0,012$ кг.

Кандела (кд) — сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср.

РадIAN (рад) — угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу.

Стерaдиан (ср) — телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Основные законы механики

Средняя и мгновенная скорости

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Среднее и мгновенное ускорения

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}; \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

Полное ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Кинематические уравнения равнопеременного поступательного движения

$$\begin{cases} v = v_0 \pm at, \\ s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

Закон сохранения импульса
(для замкнутой системы)

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

Работа переменной силы на участке
траектории 1—2

$$A = \int_1^2 F \cos \alpha \, ds$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

Кинетическая энергия

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

Потенциальная энергия тела, поднятого
над поверхностью Земли,

$$\Pi = mgh$$

Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Кинематические уравнения равнопеременного вращательного движения

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \\ \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{cases}$$

Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega;$$

$$a_{\tau} = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R$$

Импульс (количество движения)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = fN$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

Полная механическая энергия системы

$$E = T + \Pi$$

Закон сохранения механической энергии
(для консервативной системы)

$$T + \Pi = E = \text{const}$$

Скорость шаров массами m_1 и m_2 после абсолютно упругого центрального удара

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Скорость шаров после абсолютно неупругого удара

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Моменты инерции полого и сплошного цилиндров (или диска) относительно оси симметрии

$$J = mR^2; \quad J = \frac{1}{2} mR^2$$

Момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр шара,

$$J = \frac{2}{5} mR^2$$

Момент инерции тонкого стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину,

$$J = \frac{1}{12} ml^2$$

Момент инерции тонкого стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец,

$$J = \frac{1}{3} ml^2$$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + ma^2$$

Кинетическая энергия вращающегося тела относительно неподвижной оси

$$T_{\text{вр}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{\Pi}{m} = -G \frac{M}{R}$$

Взаимосвязь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью

$$\vec{g} = -\text{grad } \varphi$$

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$Sv = \text{const}$$

Уравнение Бернулли

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$$

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Релятивистское (Лоренцово) сокращение длины стержня

$$l'_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

Момент силы относительно неподвижной оси

$$\vec{M}_z = [\vec{r}\vec{F}]_z$$

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = J_z \omega$$

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

$$M_z = J_z \varepsilon; \quad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Релятивистский закон сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + v(u'/c^2)} ; \quad u' = \frac{u - v}{1 - v(u'/c^2)}$$

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Закон взаимосвязи массы и энергии

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Связь между полной энергией и импульсом
релятивистской частицы

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Кинетическая энергия в релятивистской
динамике

$$T = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right)$$

Энергия покоя

$$E_0 = mc^2$$

Основы молекулярной физики и термодинамики

Закон Бойля—Мариотта

$$pV = \text{const} \text{ при } T, m = \text{const}$$

Законы Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t) \text{ при } p, m = \text{const},$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) \text{ при } V, m = \text{const}$$

Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$$

**Уравнение Клапейрона—Менделеева
для произвольной массы газа**

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

Средняя квадратичная скорость молекулы

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Средняя арифметическая скорость молекулы

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

Теплопроводность (коэффициент)

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

Закон диффузии Фика

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$$

Диффузия (коэффициент)

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$$

**Закон Ньютона для внутреннего трения
(вязкости)**

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$$

Динамическая вязкость

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

Средняя энергия молекулы

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

Внутренняя энергия произвольной массы газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT$$

Наиболее вероятная скорость молекулы

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

Закон Максвелла о распределении молекул по скоростям

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}$$

Функция распределения молекул по энергиям теплового движения

$$f(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon / (kT)}$$

Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-Mgh/(RT)}$$

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

Среднее число столкновений молекулы за 1 с

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle$$

Закон теплопроводности Фурье

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

Первое начало термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_P = \frac{i + 2}{2} R$$

Уравнение Майера

$$C_P = C_V + R$$

Работа газа при изменении его объема

$$\delta A = p dV$$

Работа газа при изобарном расширении

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

Работа газа при изотермическом расширении

$$A = Q = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} R T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Уравнения адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}$$

Работа газа при адиабатном расширении

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

Неравенство Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0$$

Изменение энтропии системы при ее равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

Формула Больцмана

$$S = k \ln W$$

Термический КПД для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Внутренняя энергия 1 моль реального газа

$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m}$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса для 1 моль реального газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

Электричество и электромагнетизм

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

Напряженность электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

Напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |Q| \vec{l}$$

Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь замкнутую поверхность S

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n \, dS$$

Принцип суперпозиции

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\oint_S \vec{E} \, d\vec{S} = \oint_S E_n \, dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i$$

Объемная, поверхностная и линейная плотности заряда

$$\rho = \frac{dQ}{dV}; \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}; \quad \tau = \frac{dQ}{dl}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r > R), \quad E = 0 \quad (r < R)$$

Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r > R), \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r' \quad (r' < R)$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром,

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (r > R), \quad E = 0 \quad (r < R)$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура L

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_t dl = 0$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{U}{Q_0} = \frac{A_\infty}{Q_0}$$

Связь между потенциалом электростатического поля и его напряженностью

$$\vec{E} = - \text{grad } \varphi;$$

$$\vec{E} = - \nabla \varphi$$

Поляризованность

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V}$$

Связь между векторами $\vec{P}$ и $\vec{E}$

$$\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

Связь между ϵ и ϵ

$$\epsilon = 1 + \epsilon$$

Связь между векторами $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{P}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}; \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\oint_S \vec{D} \, d\vec{S} = \oint_S D_n \, dS = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Электрическая емкость уединенного проводника

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

Электрическая емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$$

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$$

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Плотность тока

$$j = \frac{dI}{dS}$$

Электродвижущая сила, действующая в цепи

$$\mathcal{E} = \frac{A}{Q_0}; \mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$$

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}$$

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Закон Джоуля—Ленца

$$dQ = IU \, dt = I^2 R \, dt = \frac{U^2}{R} \, dt$$

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)}$$

Электрическая емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1}$$

Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

Электрическая емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}$$

Правила Кирхгофа

$$\sum_k I_k = 0; \quad \sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k$$

Магнитный момент рамки с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Вращательный момент, действующий на рамку с током в магнитном поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$$

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

Принцип суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$

Закон Био—Савара—Лапласа для элемента проводника с током

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$$

Закон Ампера

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$

Магнитное поле свободно движущегося заряда

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}$$

Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q [\vec{v}\vec{B}]$$

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$)

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков,

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида, имеющего N витков,

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}$$

Ток при размыкании цепи

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

Ток при замыкании цепи

$$I = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\vec{p}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V}$$

Связь между векторами $\vec{J}$ и $\vec{H}$

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d}$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) сквозь произвольную поверхность

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \, d\vec{S} = \oint_S B_n \, dS$$

Теорема Гаусса для поля с магнитной индукцией $\vec{B}$

$$\oint_S \vec{B} \, d\vec{S} = \oint_S B_n \, dS = 0$$

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I \, d\Phi$$

Работа по перемещению замкнутого контура
с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi'$$

Индуктивность контура

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$$

Связь между μ и χ

$$\mu = 1 + \chi$$

Связь между μ и χ

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$)

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_t dl = \mu_0(I + I')$$

Закон полного тока

Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

Теорема о циркуляции

Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

**Полная система уравнений Максвелла:
в интегральной форме**

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0;$$

в дифференциальной форме

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \text{div } \vec{D} = \rho;$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

Колебания и волны

Уравнение гармонического колебания

$$s = A \cos (\omega_0 t + \varphi);$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний величины s

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0$$

Приведенная длина физического маятника

$$L = \frac{J}{ml}$$

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Формула Томсона

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

Длина волны

$$\lambda = vT$$

Вектор Умова

$$\vec{U} = w\vec{v}$$

Уравнение плоской волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Уравнение сферической волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

Фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Волновое уравнение

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Групповая скорость

$$u = \frac{d\omega}{dk}$$

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний величины s

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний величины s

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t$$

Реактивное индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L$$

Реактивное емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Связь групповой и фазовой скоростей

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

Уравнение стоячей волны

$$\xi = 2 A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$$

Амплитуда стоячей волны

$$A_{\text{ст}} = \left| 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$$

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\nu \pm \nu_{\text{пр}})\nu_0}{\nu \mp \nu_{\text{ист}}}$$

Вектор Умова—Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$$

Скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Оптика. Квантовая природа излучения

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

Оптическая разность хода в эффекте Керра

$$\Delta = l (n_o - n_e) = k_2 l E^2$$

Угол вращения плоскости поляризации
в кристаллах

$$\varphi = \alpha d$$

Угол вращения плоскости поляризации
в растворах

$$\varphi = [\alpha] C d$$

Закон Кирхгофа для теплового излучения

$$r_{\nu, T} = \frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}}$$

Энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu$$

Закон Стефана—Больцмана

$$R_e = \sigma T^4$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}$$

Формула Рэлея—Джинса

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

Формула Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

Энергия фотона

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

Давление света при нормальном падении
на поверхность

$$p = \frac{E_{\epsilon}}{c} (1 + \rho) = w (1 + \rho)$$

Изменение длины волны при эффекте
Комптона

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}$$

Закон Мозли

$$\nu = R (Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц

Радиус ядра

$$R = R_0 A^{1/3}$$

Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2$$

Дефект массы ядра

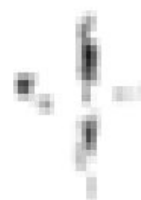
$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

Магнетон Бора

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Ядерный магнетон

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$$



Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$



Период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



Среднее время жизни радиоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Активность нуклида

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$$

Правило смещения для α -распада



Правило смещения для β^- -распада



Правило смещения для β^+ -распада



Символическая запись ядерной реакции

