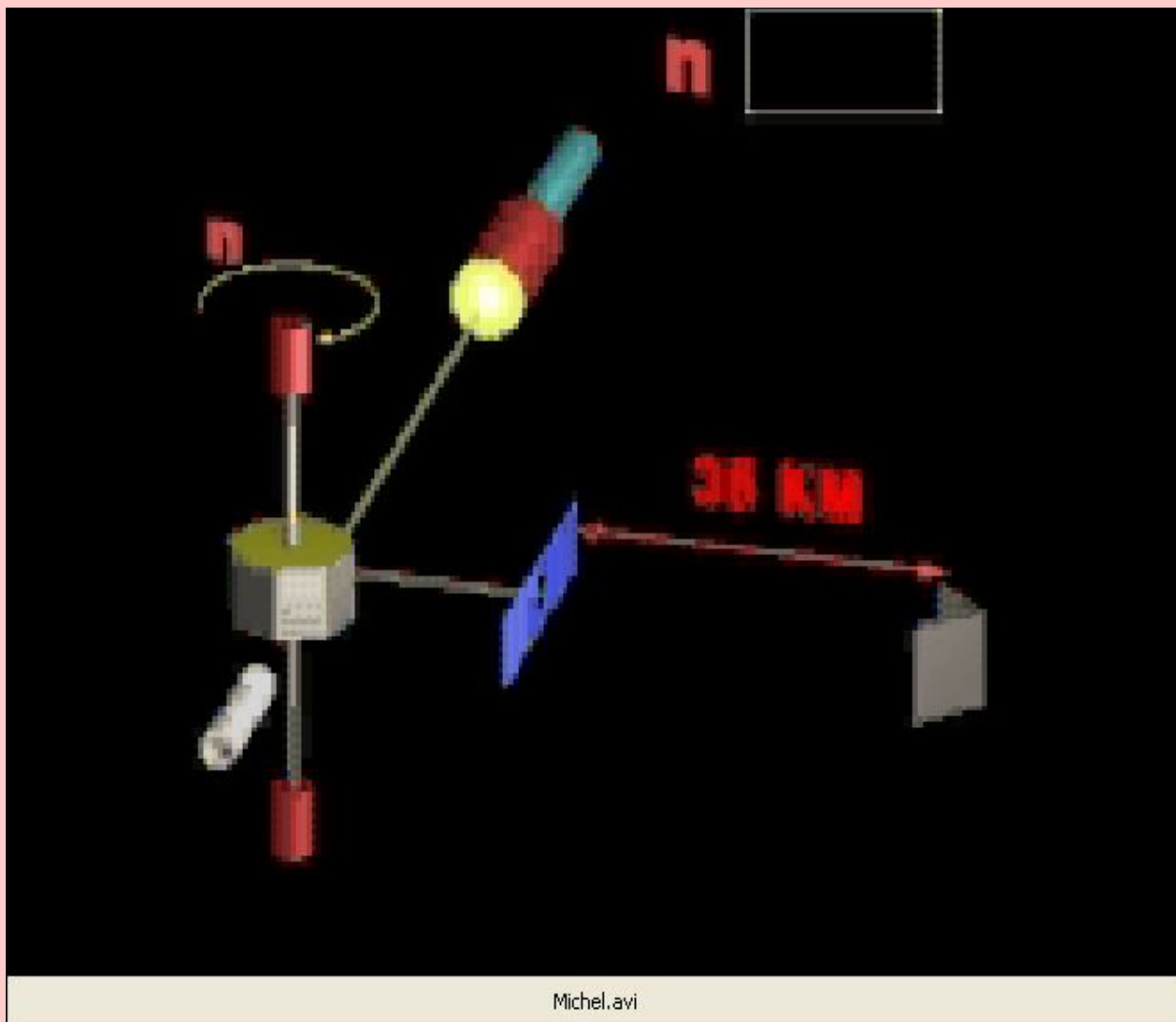


Лекція 6. Релятивістська кінематика

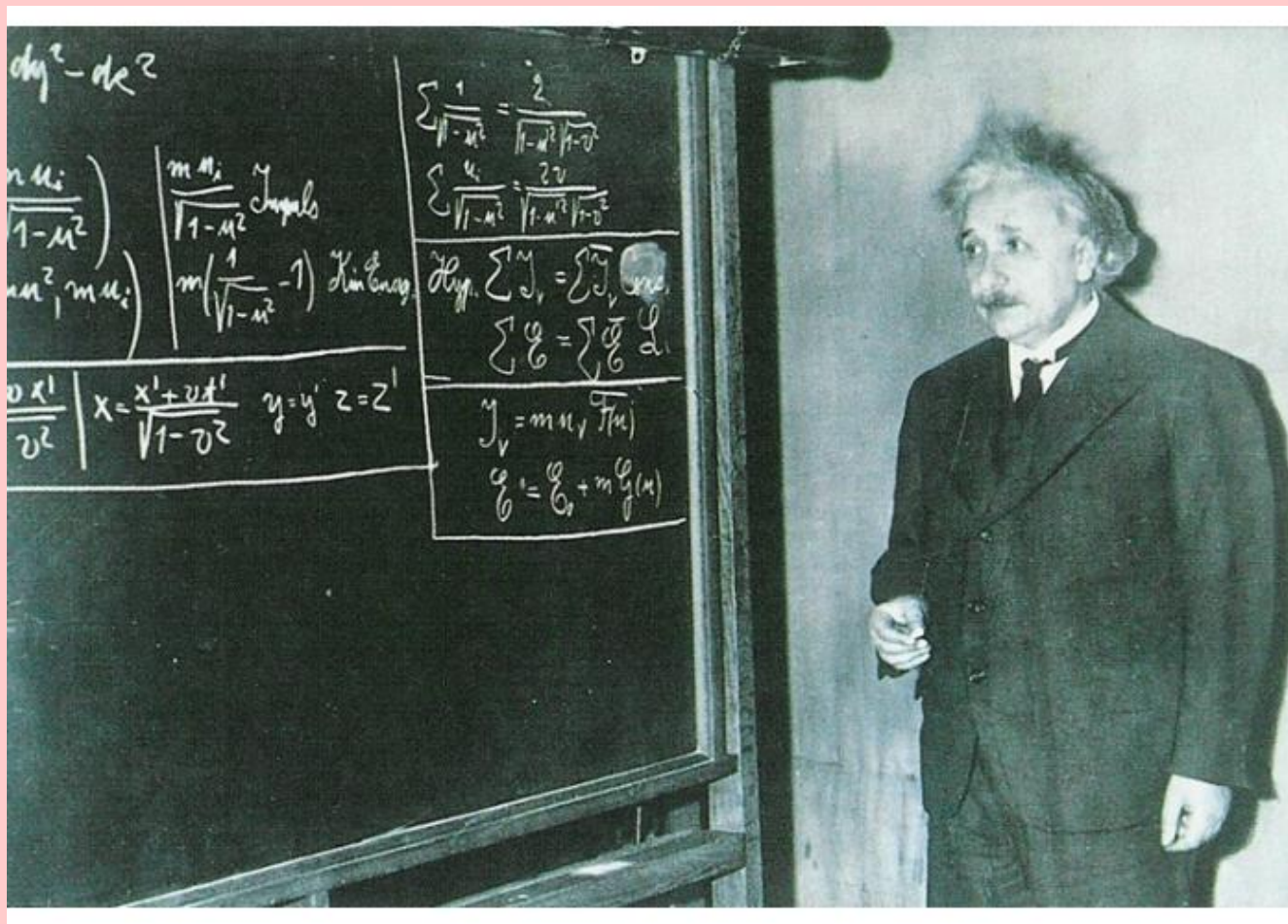
1. Постулати спеціальної теорії відносності.
2. Перетворення Лоренца.
3. Відносність проміжків часу і довжини в різних інерціальних системах.
4. Релятивістський закон додавання швидкостей.
5. Інваріант релятивістської кінематики.

Дослід Майкельсона з визначення швидкості світла



Альберт Ейнштейн (1879-1955).

Нобелівська премія 1921 р.

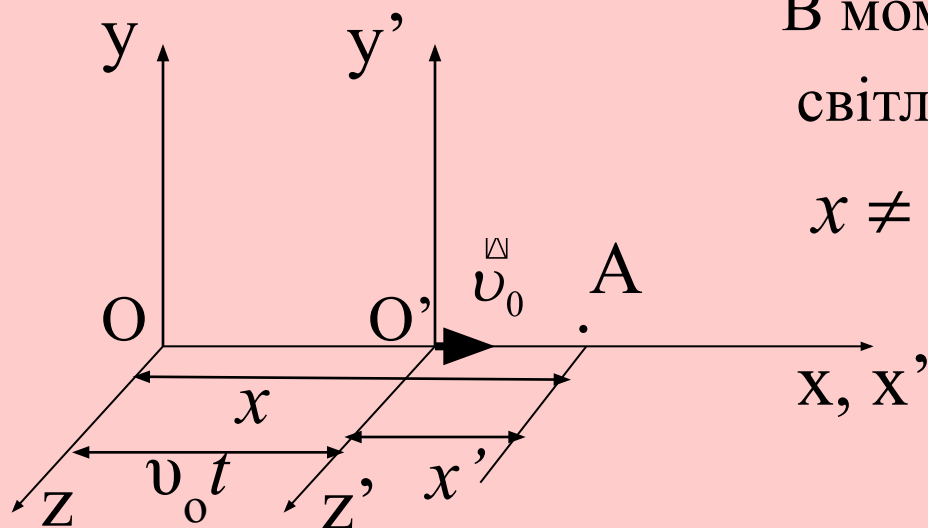


Постулати спеціальної теорії відносності

- 1. Принцип відносності: ніякі досліди, проведені в середині інерціальної системи відліку, не дають можливості виявити, чи знаходиться ця система в стані спокою, чи рухається рівномірно і прямолінійно; всі закони природи інваріантні відносно переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої.
- 2. Принцип інваріантності швидкості світла: швидкість світла у вакуумі не залежить від швидкості руху джерела світла або спостерігача і однакова у всіх інерціальних системах відліку.

Постулати спеціальної теорії відносності

- Розглянемо дві інерціальні системи K і K' . В початковий час $t=t'$, коли точки O і O' збігаються, випромінюється імпульс світла.



В момент $x = ct$, $x' = ct'$
світло досягне точки A .

$$x \neq x', \quad x' - x = c(t' - t).$$

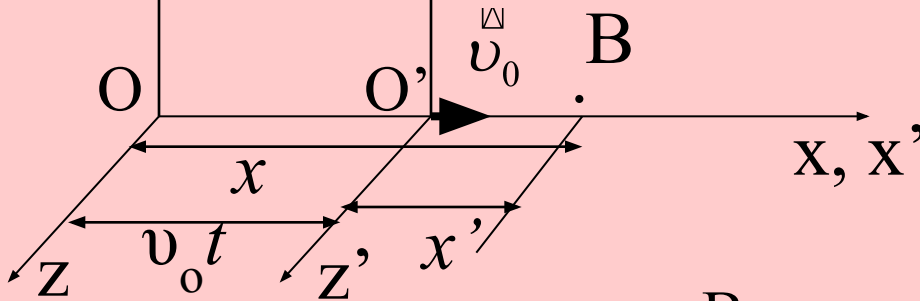
Отже, $t' \neq t$.

Перетворення Лоренца.

- Розглянемо дві інерціальні системи K і K' . Система K' рухається зі швидкістю $\vec{v}_0$ вздовж осі x .

$$y \parallel y', \quad z \parallel z'$$

В системі K $x_{O'} = v_0 t$,
а в системі K' $x'_O = -v_0 t'$.



В перетворенні Галілея $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$,
що суперечить принципу $c = \text{const}$.

Перетворення Лоренца.

$$y = \varepsilon y', \quad y' = \varepsilon y, \quad \varepsilon^2 = 1, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

$$x = ct, \quad x' = ct'$$

$$x = \gamma(x' + v_0 t') \quad x' = \gamma(x - v_0 t)$$

$$ct = \gamma(ct' + v_0 t') \quad ct' = \gamma(ct - v_0 t) \quad - \text{перемножимо}$$

$$c^2 = \gamma^2(c^2 - v_0^2) \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

Перетворення Лоренца.

$$x = \frac{x' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x' = \frac{x - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v_0}{c}$$

$$t = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t' + \frac{\beta}{c} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t - \frac{\beta}{c} x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x = \frac{x' + \beta(ct')}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (ct) = \frac{(ct') + \beta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Відносність проміжків часу і довжини і різних системах

Нехай в системі K в точках x_1 і x_2 одночасно відбулись дві події в момент часу $t_1 = t_2 = t_0$.

$$t'_1 = \frac{t_0 - \frac{\beta}{c} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_0 - \frac{\beta}{c} x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{\frac{\beta}{c} (x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad t'_2 \neq t'_1$$

Відносність проміжків часу і довжини в різних системах

- Якщо $x_1 \neq x_2$

$$x'_1 = \frac{x_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \text{то і} \quad x'_1 \neq x'_2$$

Нехай в деякій точці, нерухомій в системі K , відбувається подія з тривалістю $\tau = t_2 - t_1$

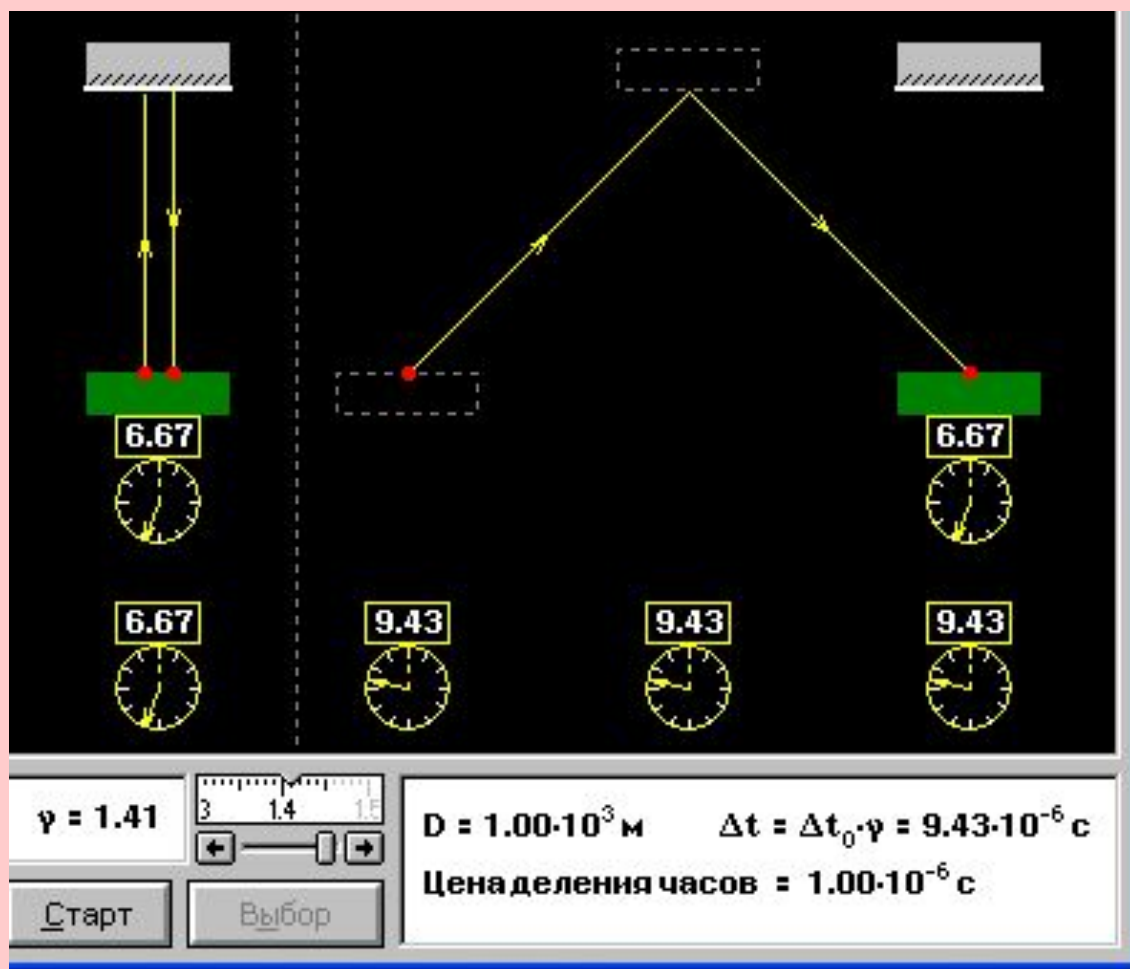
Тоді в системі K'

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - \frac{v_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - \frac{v_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Отже, $\tau < \tau'$.

Тривалість мінімальна в системі, зв'язаній з тілом.

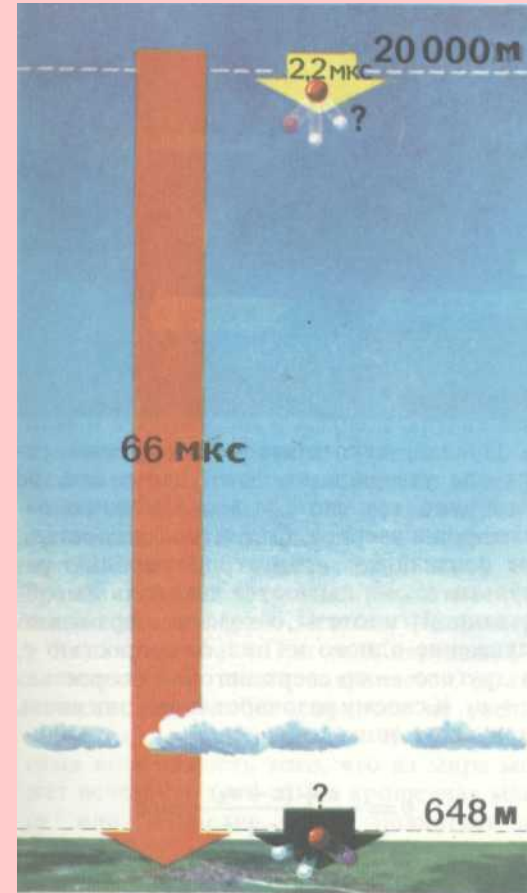
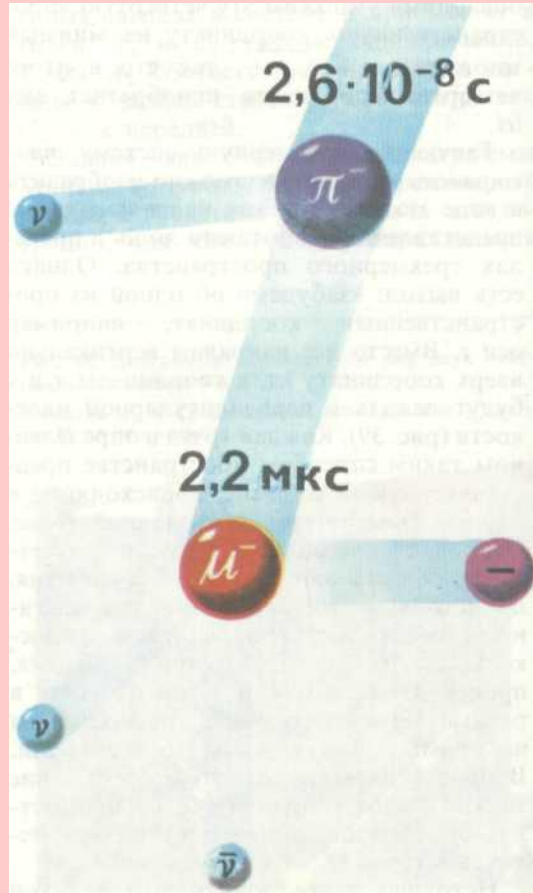
Відносність проміжків часу



Задача

- Апаратура, яка знаходиться на Землі, зареєструвала удари блискавки на висоті $7 \cdot 10^3$ м і $2 \cdot 10^3$ м як одночасну подію. Який інтервал між блискавками зареєструвала апаратура на космічному кораблі, який віддаляється від Землі зі швидкістю, що дорівнює 0,8 від швидкості світла?

Відносність проміжків часу і довжини в різних системах



Відносність проміжків часу і довжини і різних системах

- Нехай лінійка довжиною $\Delta_0 = x'_2 - x'_1$ рухається разом з системою K' . Довжина в системі K :

$$\Delta_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\Delta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta = \Delta_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Отже, довжина лінійки максимальна в системі, в якій вона знаходиться в стані спокою.

Поперечні розміри однакові у всіх інерціальних системах.

Задача

- Яку частину швидкості світла складає швидкість тіла, що рухається, якщо його релятивістське зменшення лінійних розмірів складає 70% ?

Релятивістський закон додавання швидкостей

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v_0 dt'}{dt' + \frac{v_0}{c^2} dx'} = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{dy' \sqrt{1 - \beta^2}}{dt' + \frac{v_0 dx'}{c^2}} = \frac{v'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}, \quad v_z = \frac{dz' \sqrt{1 - \beta^2}}{dt' + \frac{v_0 dx'}{c^2}} = \frac{v'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

$$\text{При } v' = c \quad v_x = \frac{c + v_0}{1 + \frac{c v_0}{c^2}} = c$$

$$\text{При } v_0 = v' = c \quad v_x = \frac{c + c}{1 + \frac{cc}{c^2}} = c$$

Інваріант релятивістської кінематики

- Нехай відбулися дві події в точках ct_1, x_1, y_1, z_1 та ct_2, x_2, y_2, z_2 . Введемо позначення $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta z = z_2 - z_1$. Точки, які характеризуються 4 координатами, називаються світовими точками.
- Введемо інтервал: $\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$
- Виявилось, що **величина ΔS^2 є інваріантом відносно перетворення координат**, тобто $\Delta S^2 = \Delta S'^2$.
- Величина власного інтервалу часу

$$\begin{aligned}\Delta \tau &= \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(c\Delta t)^2 - (v\Delta t)^2} = \\ &= \frac{1}{c} \sqrt{(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2} = \frac{\Delta S}{c}\end{aligned}$$