

Моделирование и формализация

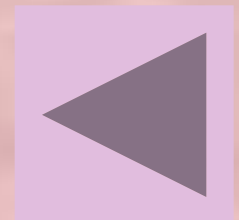
Разработка и исследование
математических моделей на компьютере

г. Жуковский, МОУ школа № 10

Моделирование – это метод познания, состоящий в создании и исследовании моделей.

Модель – это некий новый объект, который отражает существенные особенности изучаемого объекта, явления или процесса.

Один и тот же объект может иметь **множество моделей**, а разные объекты могут описываться **одной моделью**.



Формализация – замена натурального объекта его моделью

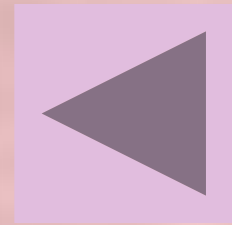


Модели – упрощенное подобие реального объекта

Натуральные модели

Информационные модели

Натуральные или материальные модели



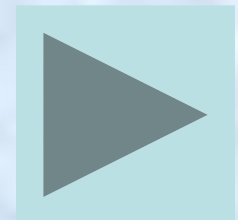
Информационные модели

```
graph TD; A[Информационные модели] --> B[Табличная информационная модель]; A --> C[Иерархическая информационная модель]; A --> D[Сетевая информационная модель];
```

Табличная
информационная
модель

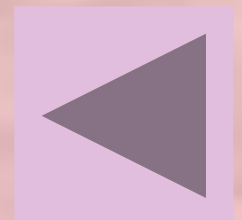
Иерархическая
информационная
модель

Сетевая
информационная
модель

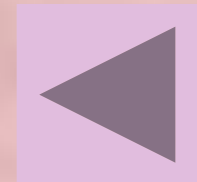
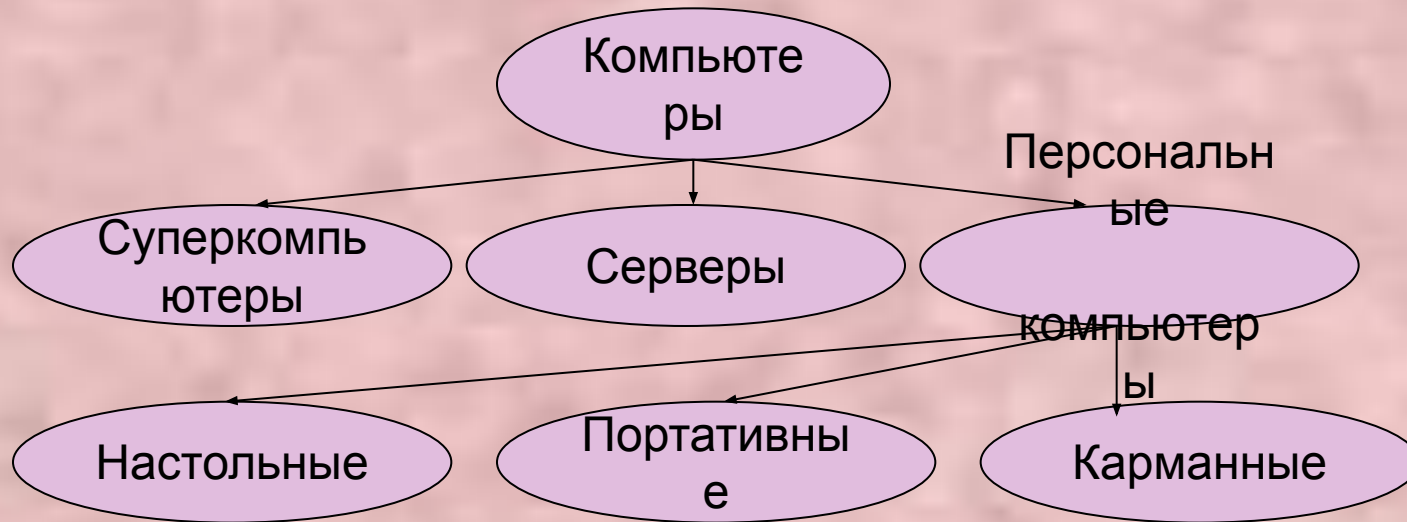


В табличной информационной модели перечень однотипных объектов или свойств размещен в первом столбце (или строке) таблицы, а значения их свойств размещаются в следующих столбцах (или строках) таблицы.

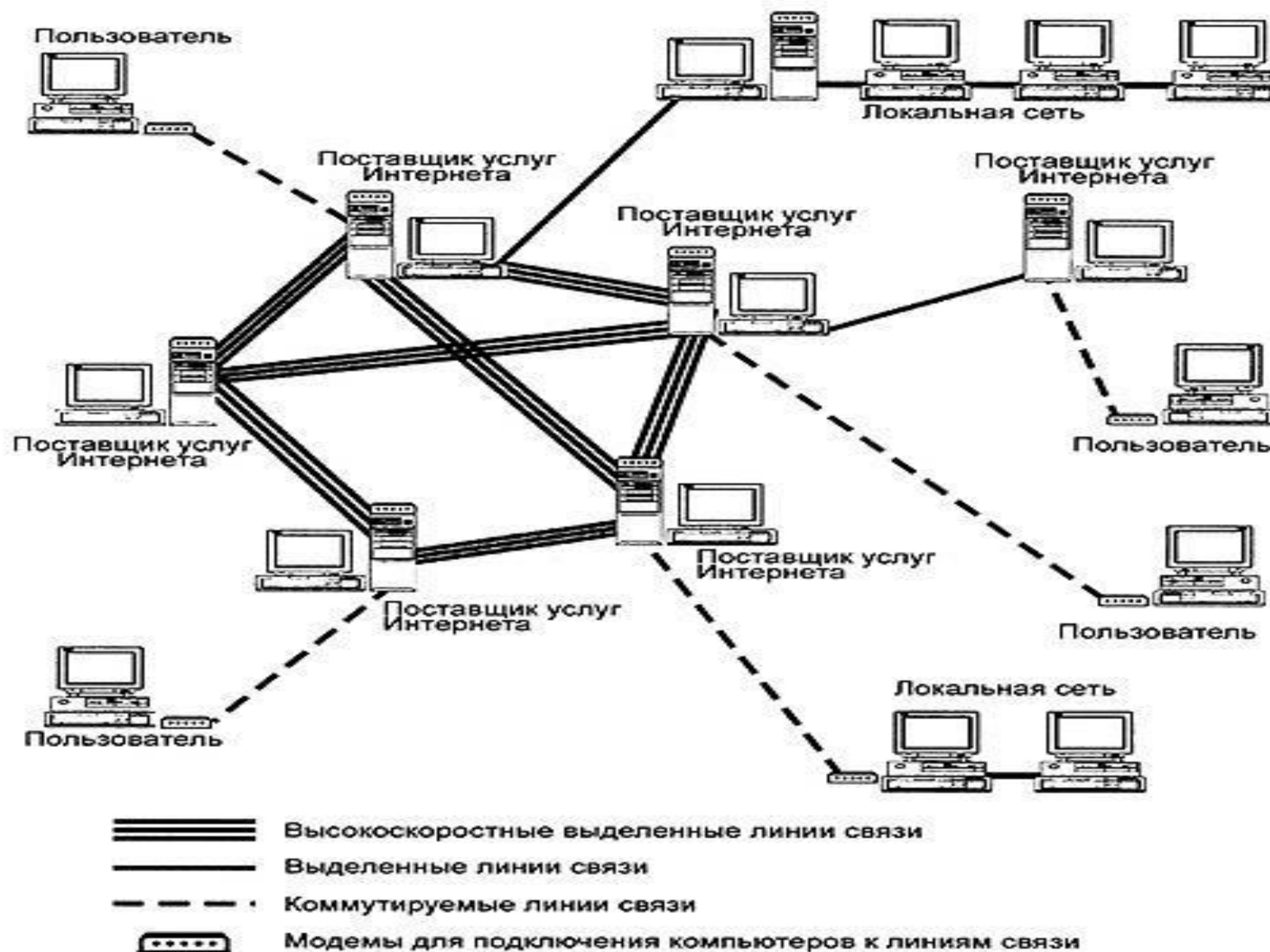
Наименование устройства	Цена (в у.е.)
Системная плата	80
Процессор Celeron (1ГГц)	70
Память DIMM 128 Мб	15



В иерархической информационной модели объекты распределены по уровням. Каждый элемент более высокого уровня может состоять из элементов нижнего уровня, а элемент нижнего уровня может входить в состав только одного элемента более высокого уровня.

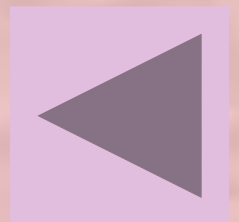


Сетевые информационные модели применяются для отражения систем со сложной структурой, в которых связи между элементами имеют произвольный характер.



Модели, описывающие состояние системы в определенный момент времени, называются **статическими информационными моделями**.

Модели, описывающие процессы изменения и развития систем, называются **динамическими информационными моделями**.

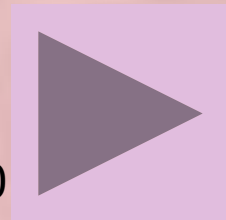


С помощью формальных языков строятся **формальные информационные модели** (математические, логические и д.р.). Одним из наиболее широко используемых формальных языков является математика.

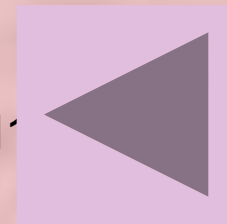
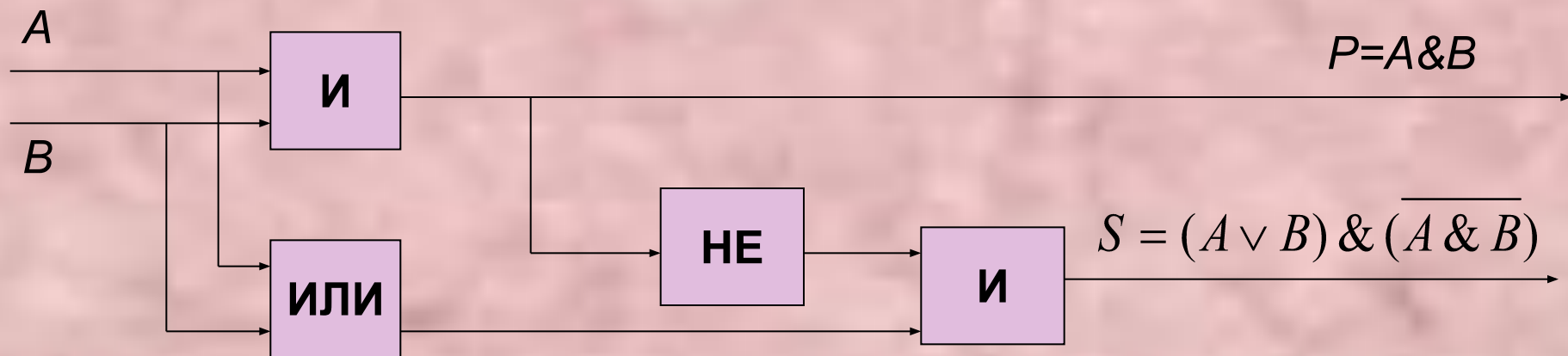
Формальные информационные модели

Математические модели

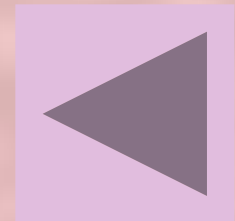
Логические модели



Логическая схема полусумматора



Математическая модель – это система математических соотношений – формул, уравнений, неравенств и т.д., отражающих существенные свойства объекта или явления.



Основные этапы разработки и исследования моделей на компьютере.

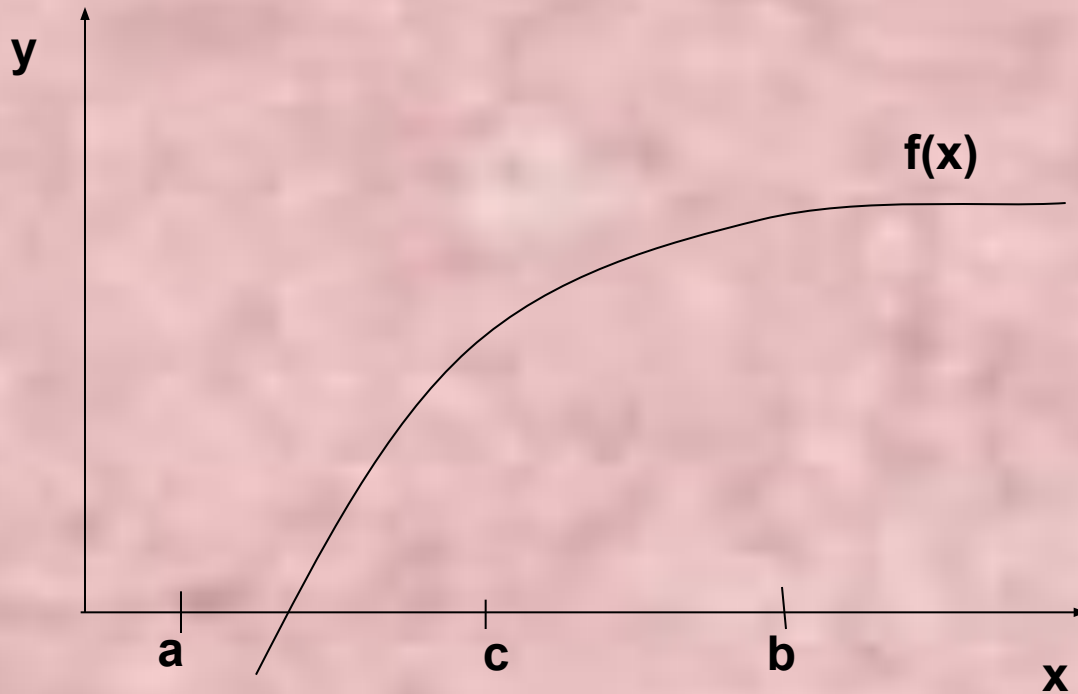
- 1. Создание описательной информационной модели.*
- 2. Создание формализованной модели.*
- 3. Преобразование формализованной модели в компьютерную модель.*
- 4. Проведение компьютерного эксперимента.*
- 5. Анализ полученных результатов и коррекция исследуемой модели.*

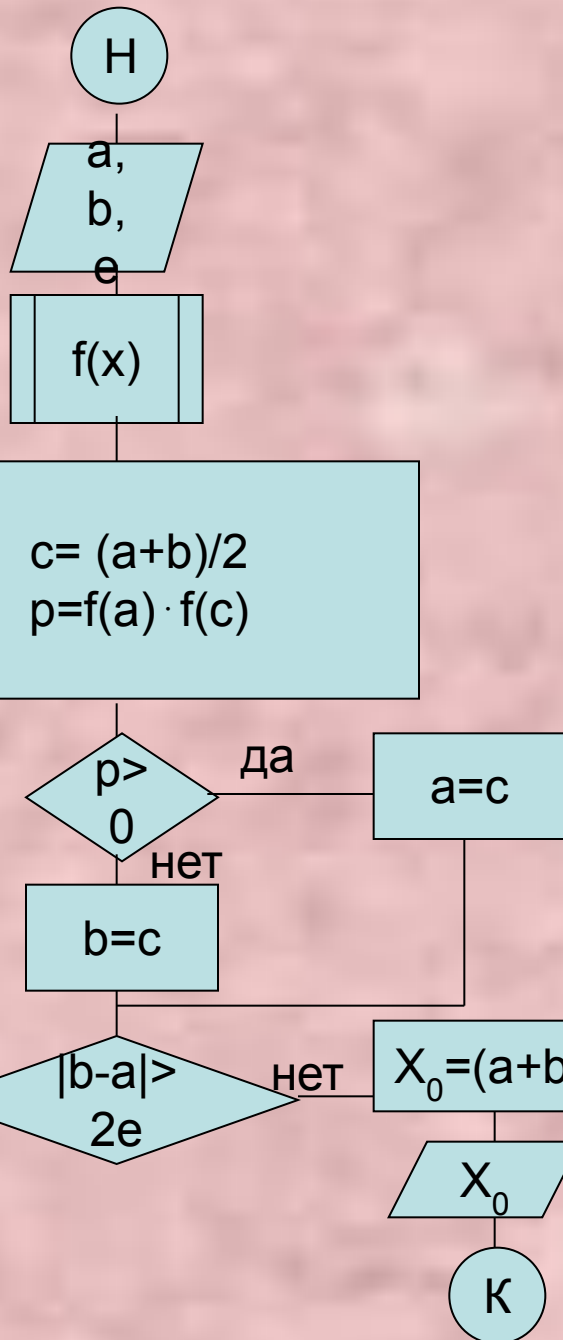
Математические модели:

- Приближенное решение уравнений
- Определение экстремума функции
- Вычисление площади криволинейной трапеции



Метод половинного деления.



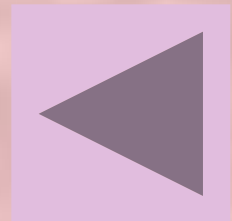


```

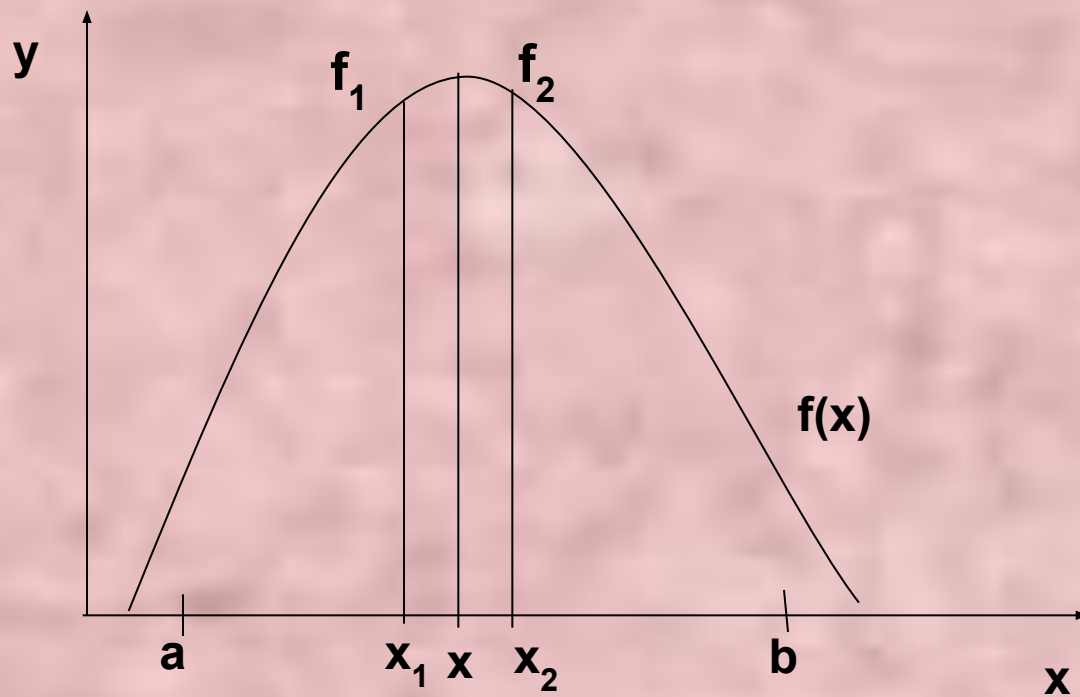
PROGRAM KOREN;
VAR a, b, c, e, p, x0: REAL;
FUNCTION f (x: REAL): REAL;
BEGIN
    f:=cos(x)-x;
END;
BEGIN
    WRITE ('Введите a, b, e');
    READLN (a, b, e);
    WHILE ABS (b-a) > 2*e DO
    BEGIN
        c:= (a+b)/2;
        p:= f(a)*f(c);
        IF p>0 THEN a:=c ELSE b:=c;
    END;
    x0:= (a+b)/2;
    WRITELN ('x0=', x0:10:6);
    READLN;
END.
  
```

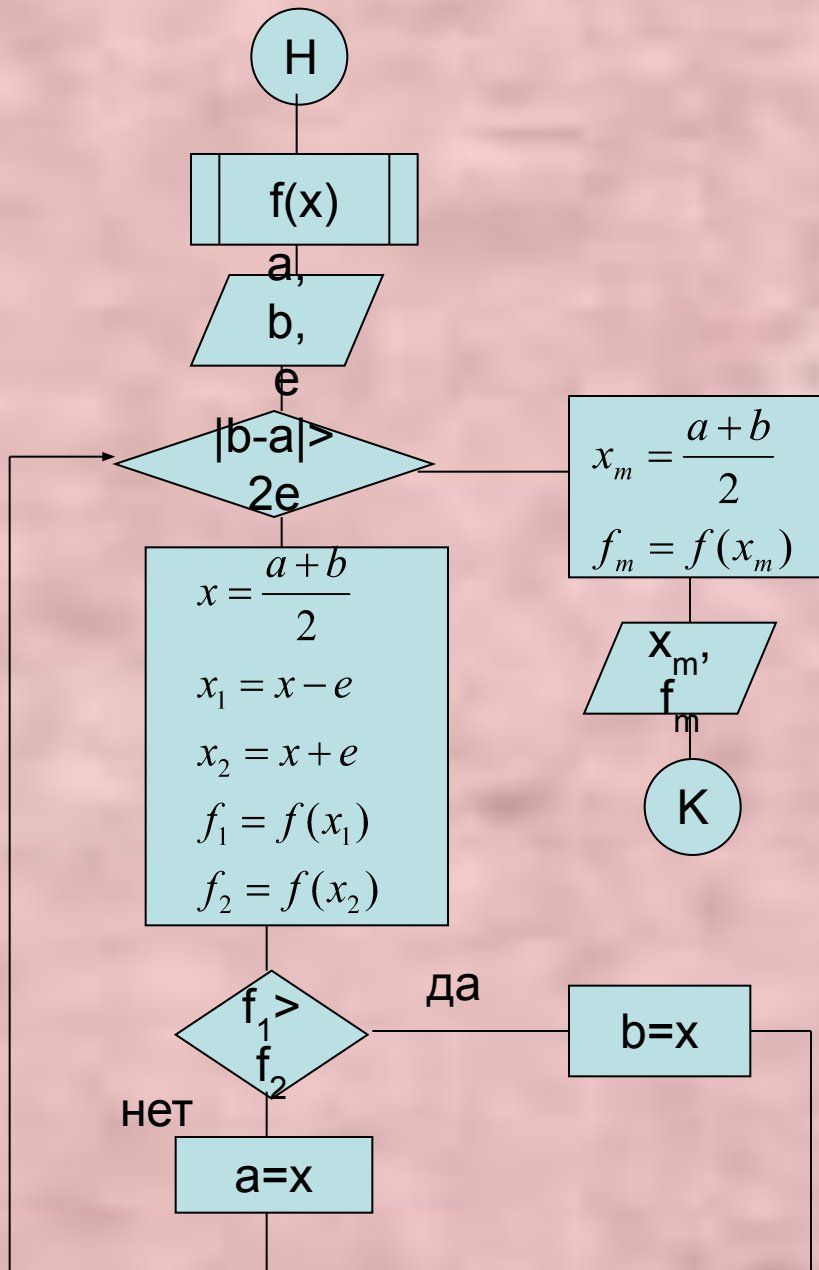
$$\cos(x) - x = 0$$

e	0.01	0.001	0.0001	0.00001
x_0	0.742188	0.739258	0.739075	0.7390892



Метод половинного деления.





PROGRAM EXTRA;

VAR a, b, e, xm, fm, x, x1, x2, f1, f2: REAL;

FUNCTION f (x: REAL): REAL;

BEGIN

f:= - x*x – 9*x + 8;

END;

BEGIN

WRITE ('введите a, b, e');

READLN (a, b, e);

WHILE ABS (b – a) > 2*e DO

BEGIN

x:= (a+b)/2; x1:= x - e; x2:= x + e;

f1:= f(x1); f2:= f(x2);

IF f1>f2 THEN b:=x ELSE a:=x;

END;

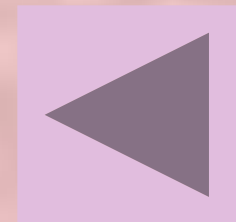
xm:= (b+a)/2; fm:= f(xm);

WRITELN ('xm=', xm:10:6);

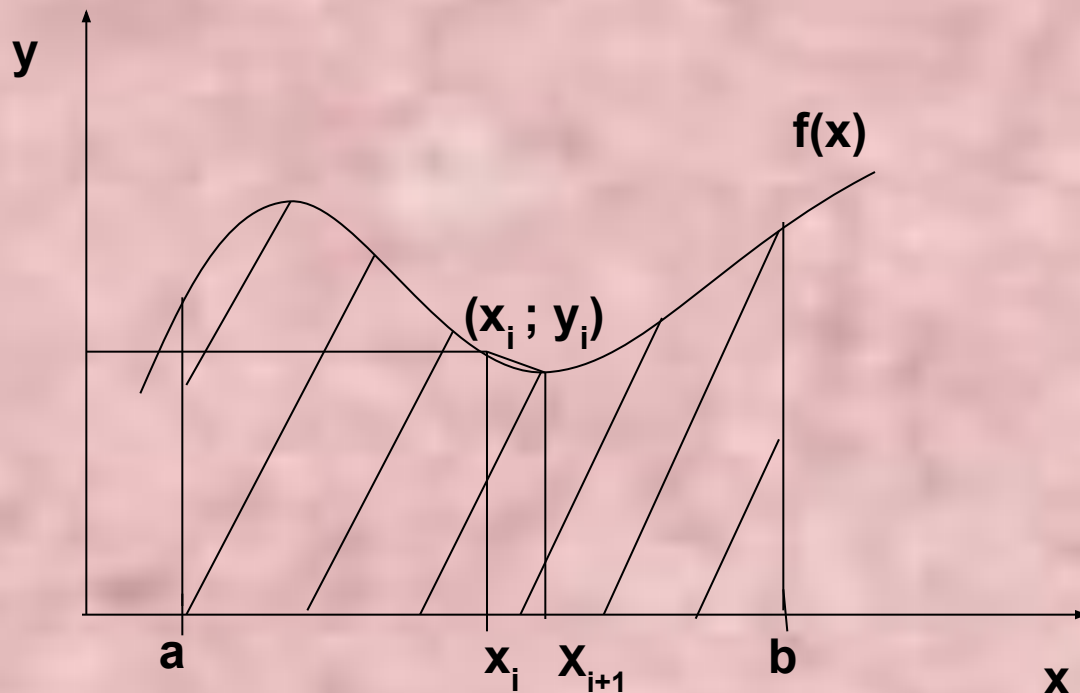
WRITELN ('fm=', fm:10:6);

READLN;

END.

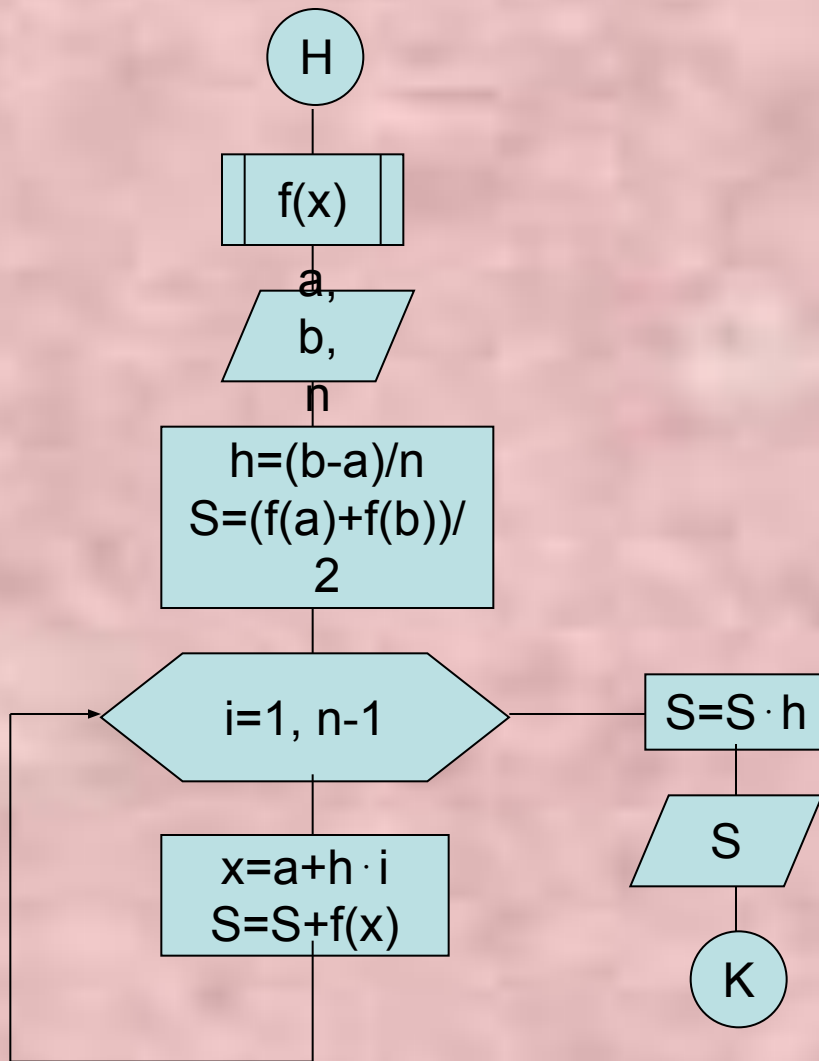


Вычисление площади криволинейной трапеции.



$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n = h \cdot \left(\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + \dots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \right)$$

$$S = h \cdot \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right)$$



PROGRAM TRAPECYA;

VAR n, i: INTEGER;

a, b, h, x, y, s : REAL;

FUNCTION f (x: REAL): REAL;

BEGIN

f = sin (x);

END;

BEGIN

a:=0; b:=3.141592;

WRITELN ('введите n');

READLN (n);

h:= (b-a)/n;

s:= (f(a)+f(b))/2;

FOR i:=1 TO n - 1 DO

BEGIN x:= a + h*i; s:= s +f(x);

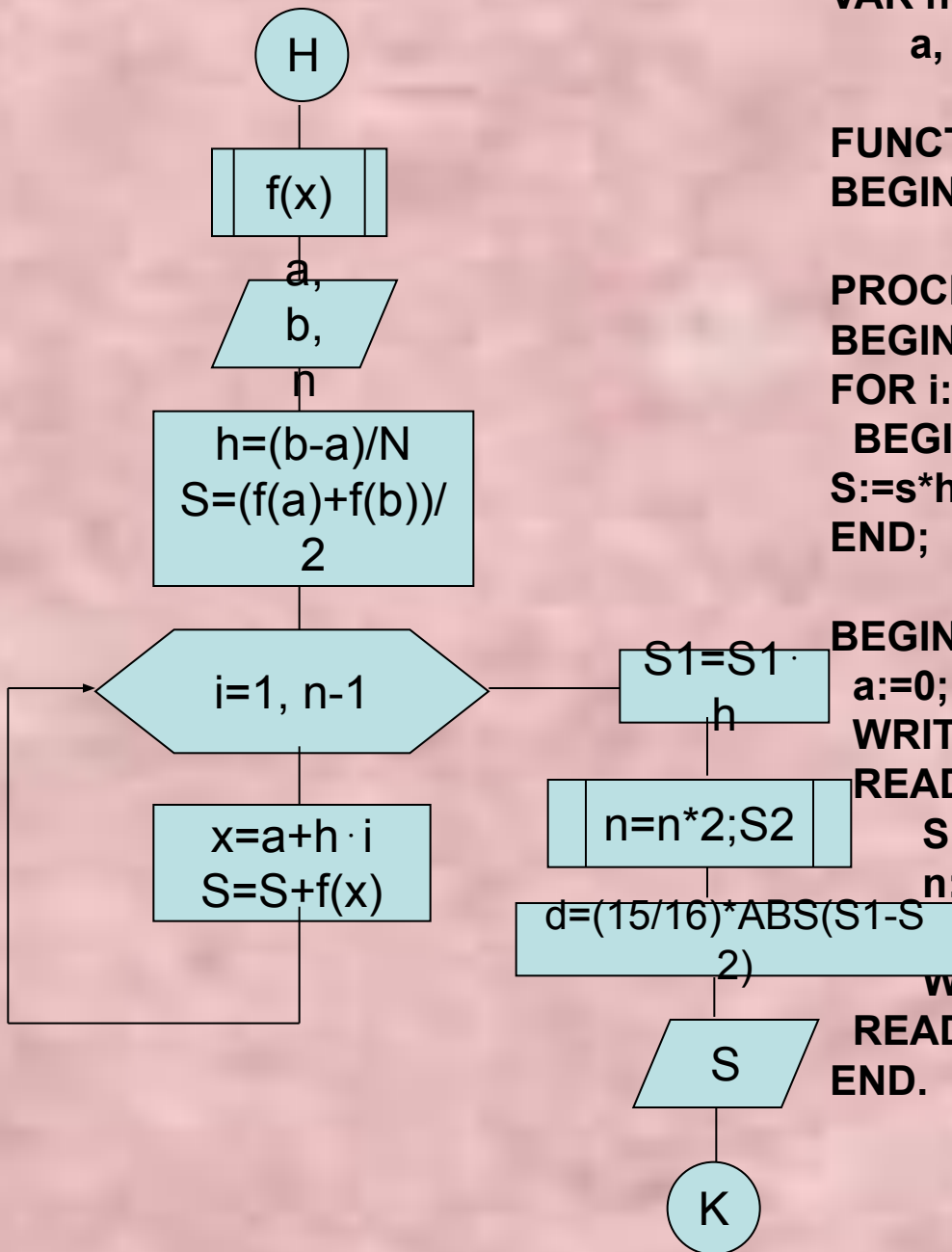
END;

S:=s*h;

WRITELN ('n', n, 's', s:10:6);

READLN;

END.



```

PROGRAM TRAPCEYA;
VAR n, i: INTEGER;
    a, b, h, x, y, s, s1, s2, d, e: REAL;

```

```

FUNCTION f (x: REAL): REAL;
BEGIN f = sin (x); END;

```

```

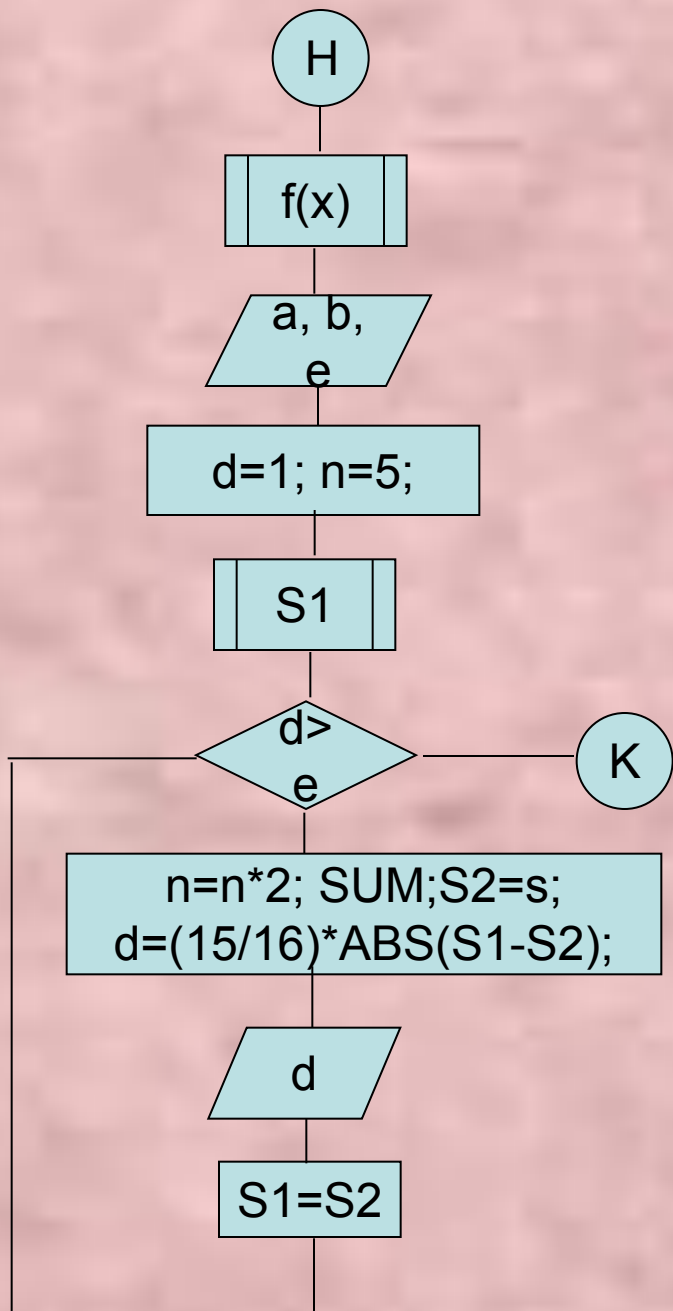
PROCEDURE SUM;
BEGIN h:= (b-a)/n; s:= (f(a)+f(b))/2;
FOR i:=1 TO n - 1 DO
    BEGIN x:= a + h*i; s:= s +f(x); END;
S:=s*h; Writeln ('n', n, 's', s:10:6);
END;

```

```

BEGIN
a:=0; b:=3.14159;
Writeln ('введите n');
Readln (n);
SUM; s1:=s;
n:= n*2;SUM; s2:=s;
d:= (15/16)*ABS(s1-s2);
Writeln ('del', d:10:6);
Readln;
END.

```



```

PROGRAM TRAPCEYA;
VAR n, i: INTEGER;
      a, b, h, x, y, s, s1, s2, d, e: REAL;

```

```

FUNCTION f (x: REAL): REAL;
BEGIN f := sin (x);END;

```

```

PROCEDURE SUM;
BEGIN h:= (b-a)/n; s:= (f(a)+f(b))/2;
FOR i:=1 TO n - 1 DO
BEGIN x:= a + h*i; s:= s +f(x); END;
S:=s*h; Writeln ('n', n, 's', s:10:6);
END;

```

```

BEGIN
  a:=0; b:=3.14159; Writeln ('введите e');
  Readln (e); d:= 1; n:=5; SUM; s1:=s;
  WHILE d>e DO
  BEGIN
    n:= n*2;SUM; s2:=s;
    d:= (15/16)*ABS(s1-s2);
    Writeln ('del', d:10:6);
    s1:=s2;
  END;
  Readln;
END.

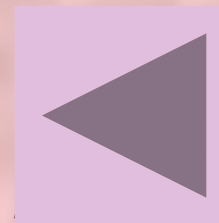
```

Вычисление площади криволинейной трапеции с заданной точностью

e	n
0.001	96
0.0001	384
0.00001	768
0.000001	3072
0.0000001	12288

Определение погрешности вычисления интеграла

n	e
100	0.000116
200	0.000029
500	0.000005
1000	0.000001



Выводы:

- 1. Математическое моделирование с использованием ПК позволяет находить решения задач, которые нельзя решить аналитически.**
- 2. При использовании метода половинного деления при вычислении корня функции и экстремума функции точность вычисления задается пользователем, что влияет на длительность вычислительного процесса.**
- 3. Для уменьшения погрешности вычислений площади криволинейной трапеции необходимо увеличивать количество отрезков разбиения.**
- 4. Заданная точность вычисления площади криволинейной трапеции достигается многократным увеличением количества отрезков разбиения.**