

# Тема 11. Временные ряды

1. Спецификация временных рядов.
2. Проверка гипотезы о существовании тренда.
3. Аналитическое выравнивание временных рядов.

**Временной ряд – это набор чисел, привязанный к последовательным, обычно равноотстоящим моментам времени.**

Числа, составляющие временной ряд и получающиеся в результате наблюдения за ходом некоторого процесса, называются *уровнями временного ряда или элементами*.

Под *длиной временного ряда* понимают количество входящих в него уровней  $n$ . Временной ряд обычно обозначают  $Y(t)$ , или  $y_t$ , где  $t=1,2,\dots,n$ .

В общем случае каждый уровень временного ряда можно представить как функцию четырех компонент:

$$f(t), S(t), U(t), \varepsilon(t),$$

отражающих закономерность и случайность развития.

Где  $f(t)$  – тренд (долговременная тенденция) развития;  $S(t)$  – сезонная компонента;  $U(t)$  – циклическая компонента;  $\varepsilon(t)$  – остаточная компонента.

- В модели временного ряда принято выделять две основные составляющие:
- детерминированную (систематическую)
  - случайную.

Под **детерминированной составляющей** временного ряда

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

понимают числовую последовательность, элементы которой вычисляются по определенному правилу как функция времени  $t$ .

Исключив детерминированную составляющую из данных, мы получим колеблющийся вокруг нуля ряд, который может в одном предельном случае представлять случайные скачки, а в другом – плавное колебательное движение.

## Детерминированная составляющая может содержать следующие структурные компоненты:

- **Тренд, или тенденция  $f(t)$** , представляет собой устойчивую закономерность, наблюдаемую в течение длительного периода времени. Обычно тренд (тенденция) описывается с помощью той или иной неслучайной функции  $f_{\text{тр}}(t)$  (аргументом которой является время), как правило, монотонной. Эту функцию называют **функцией тренда, или просто – трендом**.

- **Сезонная компонента  $s(t)$**  связана с наличием факторов, действующих с заранее известной периодичностью. Это регулярные колебания, которые носят периодический или близкий к нему характер и заканчиваются в течение года.

Типичные примеры сезонного эффекта: изменение загруженности автотрассы по временам года, пик продаж товаров для школьников в конце августа – начале сентября. Типичным примером являются сильные колебания объема товарно-материальных запасов в сезонных отраслях. Сезонная компонента со временем может меняться, либо иметь плавающий характер.

- **Циклическая компонента  $U(t)$**  – неслучайная функция, описывающая длительные периоды (более одного года) относительного подъема и спада и состоящая из циклов переменной длительности и амплитуды. Примеры циклической (конъюнктурной) компоненты: волны Кондратьева, демографические «ямы» и т.п.

Подобная компонента весьма характерна для рядов макроэкономических показателей. Здесь циклические изменения обусловлены взаимодействием спроса и предложения, а также наложением таких факторов, как истощение ресурсов, погодные условия, изменения в налоговой политике и т.п. Отметим, что циклическую компоненту крайне трудно идентифицировать формальными методами, исходя только из данных изучаемого ряда.

- **Случайная компонента  $\varepsilon(t)$**  - это составная часть временного ряда, оставшаяся после выделения систематических компонент. Она отражает воздействие многочисленных факторов случайного характера и представляет собой случайную, нерегулярную компоненту. Она является обязательной составной частью любого временного ряда в экономике, так как случайные отклонения неизбежно сопутствуют любому экономическому явлению. Если систематические компоненты временного ряда определены правильно, то остающаяся после выделения из временного ряда этих компонент так называемая остаточная последовательность (ряд остатков) будет случайной компонентой ряда.

## Требования к исходной информации

Применяемые при обработке временных рядов методы во многом опираются на методы математической статистики, которые базируются на достаточно жестких требованиях к исходным данным (таким как однородность данных, сопоставимость, предположения о типе их распределения и т. д.).

Сопоставимость достигается в результате одинакового подхода к наблюдениям на разных этапах формирования динамического ряда. Уровни во временных рядах должны иметь одинаковые:

- единицы измерения;
- шаг наблюдений;
- интервал времени;
- методику расчета;
- элементы, относящиеся к неизменной совокупности.

Однородность данных означает отсутствие сильных изломов тенденций, а также **аномальных** (т.е. резко выделяющихся, нетипичных для данного ряда) наблюдений. Аномальные наблюдения проявляются в виде сильного изменения уровня – скачка или спада – с последующим приблизительным восстановлением предыдущего уровня. Наличие аномалии резко искажает результаты моделирования. Поэтому аномальные наблюдения необходимо исключить из временного ряда, заменив их расчетными значениями

Устойчивость характеризуется преобладанием закономерности над случайностью в изменении уровней ряда. На графиках устойчивых временных рядов закономерность прослеживается визуально, на графиках неустойчивых рядов изменения последовательных уровней представляются хаотичными, и поэтому поиск закономерностей в формировании значений уровней таких рядов лишен смысла.

Требование полноты данных обуславливается тем, что закономерность может обнаружиться лишь при наличии минимально допустимого объема наблюдений.

## *Этапы построения прогноза по временным рядам.*

Экстраполяционное прогнозирование экономических процессов, представленных одномерными временными рядами, сводится к выполнению следующих основных этапов:

- 1) предварительный анализ данных;
- 2) построение моделей: формирование набора аппроксимирующих функций (кривых роста) и численное оценивание параметров моделей;
- 3) проверка адекватности моделей и оценка их точности;
- 4) выбор лучшей модели;
- 5) расчет точечного и интервального прогнозов

Экстраполяция - это распространение выявленных при анализе рядов динамики закономерностей развития изучаемого объекта на будущее (при предположении, что выявленная закономерность, выступающая в качестве базы прогнозирования, сохраняется и в дальнейшем).

## *Предварительный анализ данных.*

В ходе предварительного анализа определяют соответствие имеющихся данных требованиям, предъявляемым к ним математическими методами (объективности, сопоставимости, полноты, однородности и устойчивости); строится график динамики и рассчитываются основные динамические характеристики (приросты, темпы роста, темпы прироста, коэффициенты автокорреляции).

Для получения общего представления о динамике исследуемого показателя целесообразно построить его график. При графическом отображении динамики показателя во времени по оси абсцисс откладываются значения переменной  $t$ , а по оси ординат - соответствующие значения показателя  $Y(t)$ .

### *К процедурам предварительного анализа относятся:*

- 1) выявление аномальных наблюдений;
- 2) проверка наличия тренда;
- 3) сглаживание временных рядов;
- 4) расчет показателей развития динамики экономических процессов.

### **Выявление наличия тенденций**

Эта процедура может быть осуществлена с помощью различных критериев:

- **Критерий серий, основанный на медиане.**
- **Критерий «восходящих» и «нисходящих» серий.** Этот критерий «улавливает» постепенное смещение среднего значения в исследуемом распределении не только монотонного, но и более общего, например, периодического характера.
- **Сравнение средних уровней ряда:** временной ряд разбивают на две примерно равные по числу уровней части, каждая из которых рассматривается как некоторая самостоятельная выборочная совокупность, имеющая нормальное распределение. Если временной ряд имеет тенденцию к тренду, то средние, вычисленные для каждой совокупности, должны существенно (значимо) различаться между собой. Если же расхождение незначительно, несущественно (случайно), то временной ряд не имеет тенденции. Таким образом, проверка наличия тренда в исследуемом ряду сводится к проверке гипотезы о равенстве средних двух нормально распределенных совокупностей. Рассмотрим применение этого метода на следующем примере.

## **Сглаживание временных рядов.**

Сглаживание временного ряда, т.е. замена фактических уровней расчетными значениями, имеющими меньшую колеблемость, чем исходные данные является простым методом выявления тенденции развития. Соответствующее преобразование называется фильтрованием.

### **Сглаживание временных рядов проводится по следующим причинам:**

- 1) В ряде случаев при графическом изображении временного ряда тренд прослеживается недостаточно отчетливо. Поэтому ряд сглаживают, на график наносят сглаженные значения и, как правило, тенденция проявляется более четко.
- 2) Некоторые методы анализа и прогнозирования требуют в качестве предварительного условия сглаживание временного ряда.
- 3) Сглаживание временных рядов используется при устранении аномальных наблюдений.
- 4) Методы сглаживания в настоящее время применяются для непосредственного прогнозирования экономических показателей.

## Существующие методы сглаживания делят на две группы:

**Методы первого типа (аналитические).** Сглаживание с использованием кривой, проведенной относительно фактических значений ряда так, чтобы эта кривая отображала тенденцию, присущую ряду и одновременно освобождала его от мелких незначительных колебаний. Такие кривые называют еще кривыми роста, и они используются главным образом для прогнозирования экономических показателей.

**Методы механического сглаживания.** При использовании этих методов производится сглаживание каждого отдельного уровня ряда с использованием фактических значений соседних с ним уровней. Для сглаживания временных рядов часто используются методы простой и взвешенной скользящей средней, экспоненциального сглаживания.

Для характеристики динамики изменения уровней временного ряда используются следующие показатели, формулы расчета которых приведены в табл.

|                      | Абсолютный прирост                                     | Темп роста                                          | Темп прироста                           |
|----------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Цепной</b>        | $\Delta y = y_t - y_{t-1}$                             | $T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$             | $T(np)_t = T_t - 100\%$                 |
| <b>Базисны<br/>й</b> | $\Delta y_{basis_t} = y_t - y_{basis_t}$               | $T_{basis_t} = \frac{y_t}{y_{basis_t}} \cdot 100\%$ | $T(np)_{basis_t} = T_{basis_t} - 100\%$ |
| <b>Средний</b>       | САП =<br>$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$ | $\bar{T} = n-1 \sqrt{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%$  | $\overline{T(np)} = \bar{T} - 100\%$    |

Под *трендом* понимается изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временного ряда. Это систематическая составляющая долговременного действия.

Если присутствие тренда во временном ряду визуально прослеживается нечетко, то проводят статистическую проверку гипотезы о существовании тенденции, например, с помощью метода Фостера-Стьюарта/

Если временной ряд представлен в виде суммы составляющих компонентов, то модель называется аддитивной

$$y_t = f_t + S_t + U_t + \varepsilon_t$$

если в виде произведения – мультипликативной

$$y_t = f_t S_t U_t \varepsilon_t$$

Анализ временного ряда надо начинать с построения графика исследуемого показателя. По графику можно сделать предположения о наличии тренда и колебаний. Если амплитуда колебаний относительно среднего значения не меняется, то используют аддитивную модель; если же амплитуда возрастает (убывает), то используют мультипликативную модель.

Построение аддитивной и мультипликативной моделей сводится к расчету значений  $f$ ,  $S$  и  $\varepsilon$  для каждого уровня ряда.

*Процесс построения модели включает в себя следующие шаги.*

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты  $S$ .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных  $(f + \varepsilon)$ .
4. Аналитическое выравнивание уровней  $(f + \varepsilon)$  с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений  $(f + \varepsilon)$ .
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок. Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок  $\varepsilon$  для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.