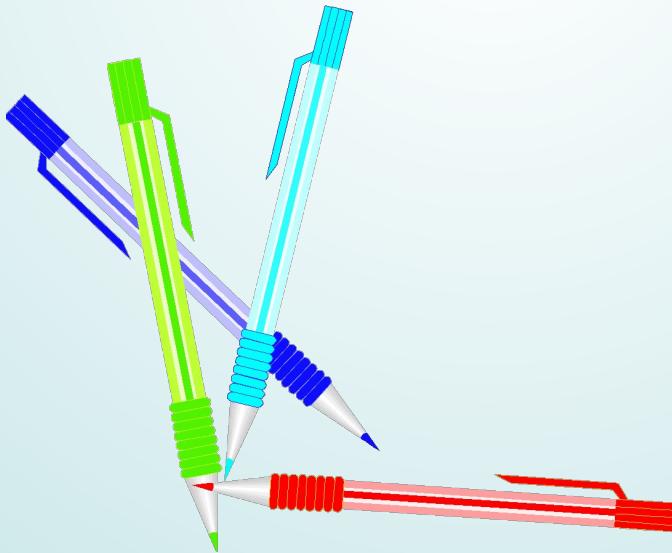


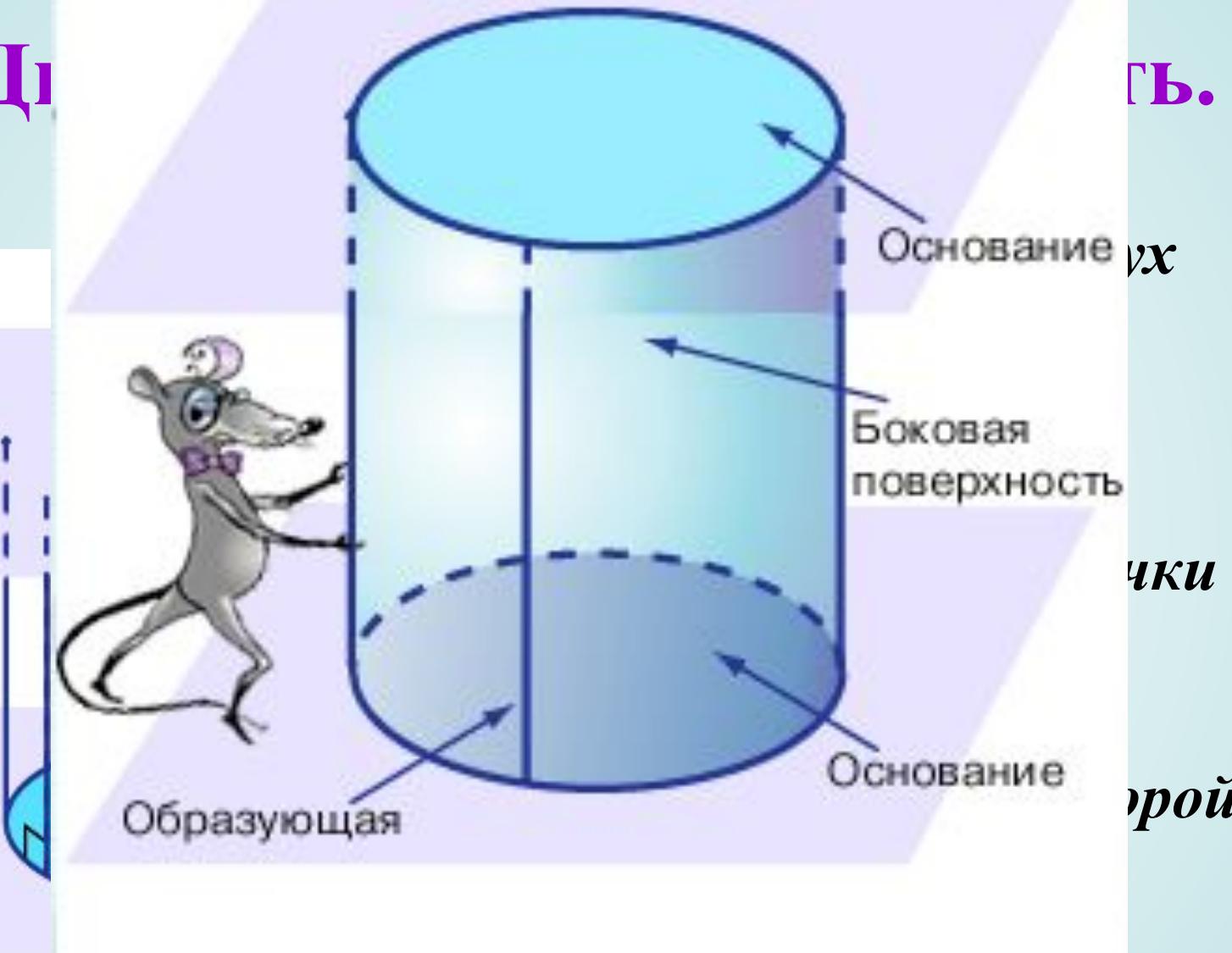
# Понятие цилиндра.

# Цилиндры вокруг нас.



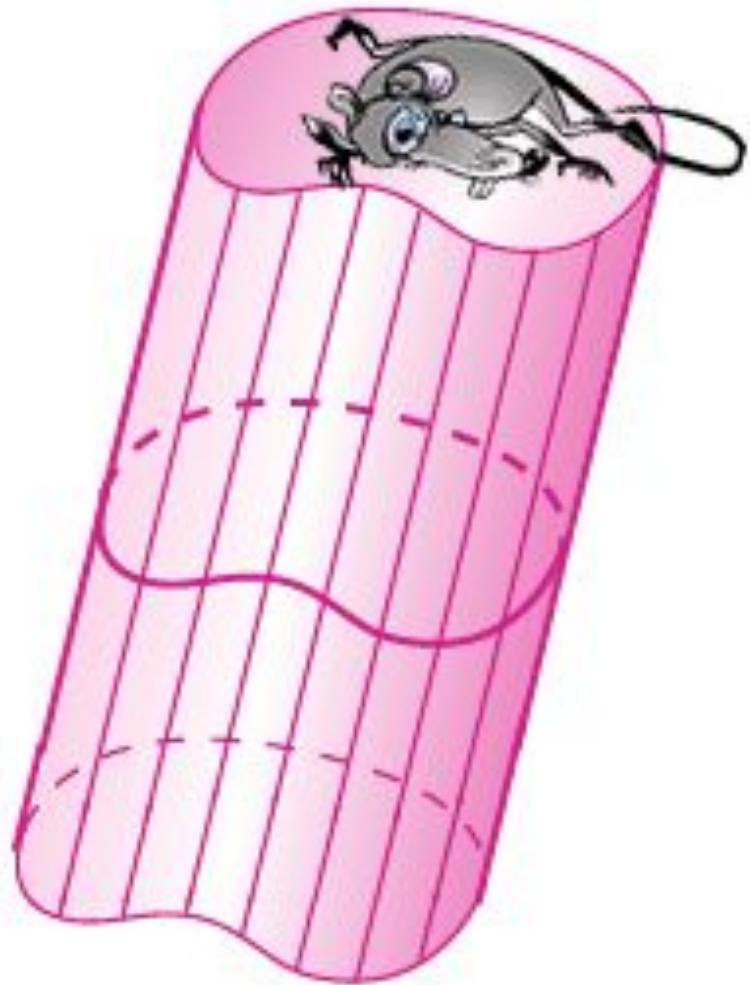
Ц

ГЬ.



получит от проекции граничные линии, ограничивающие фигуру, ограниченную из перпендикуляров.

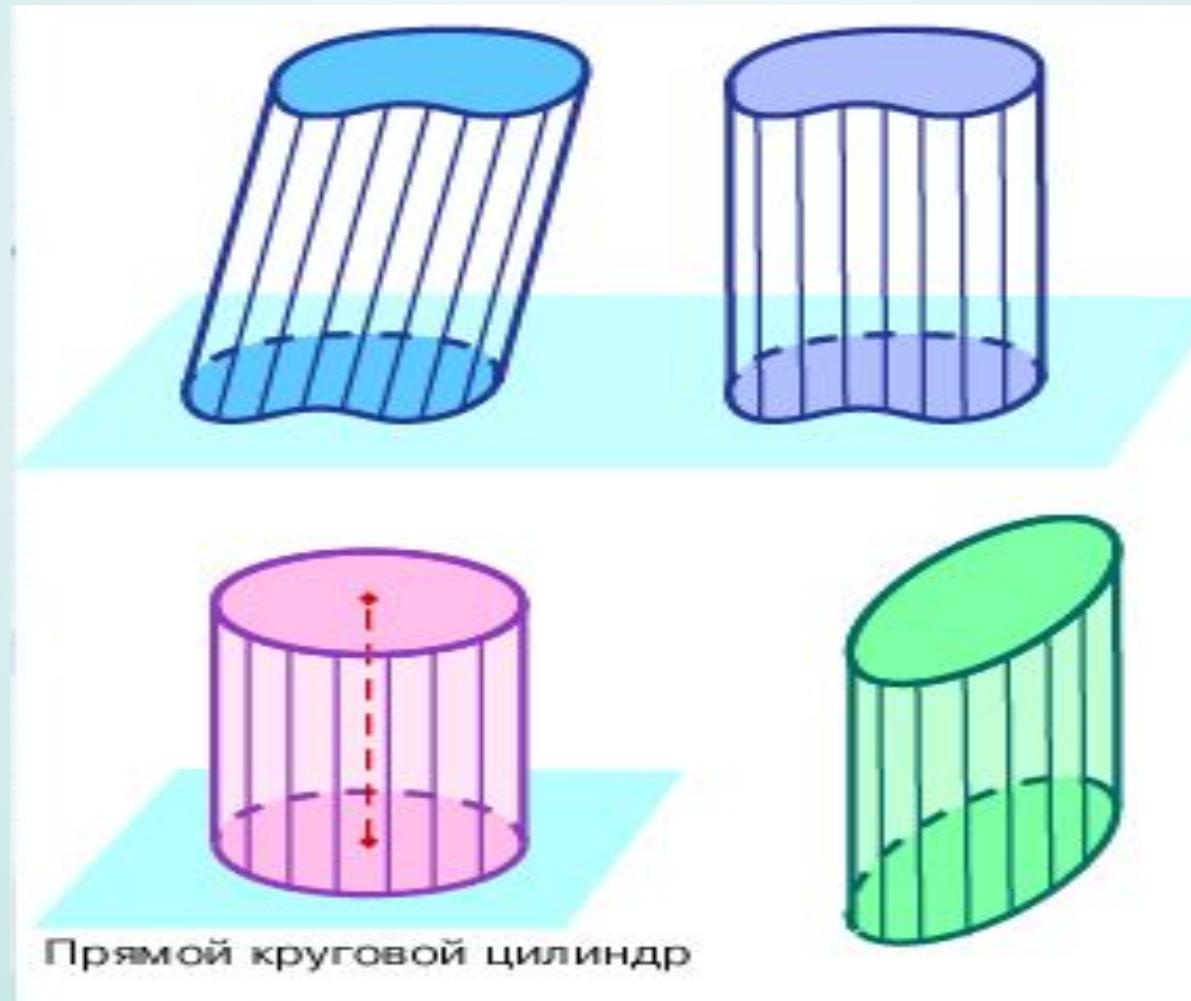
*Точное название определенного выше тела –  
прямой круговой цилиндр.*



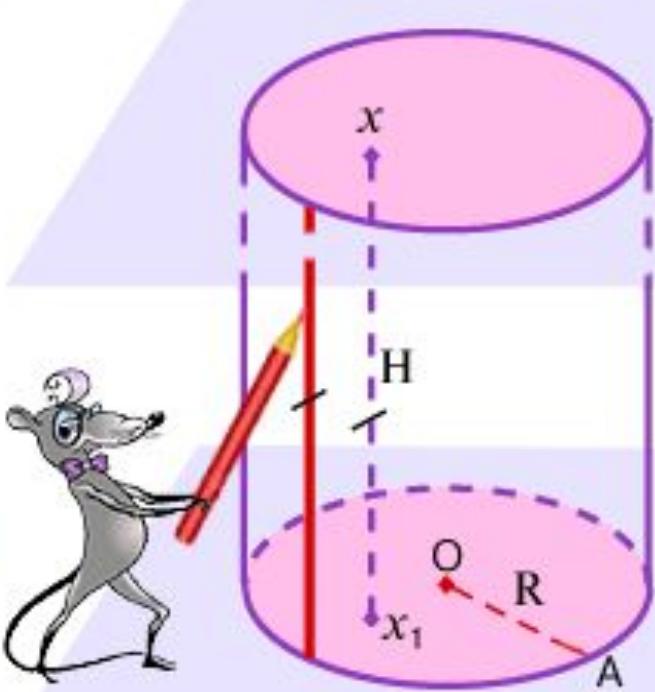
*Вообще, цилиндр возникает при пересечении цилиндрической поверхности, образованной множеством параллельных прямых, проведенных через каждую точку замкнутой кривой линии, и двух параллельных плоскостей.*

Цилиндрическая поверхность

*Цилиндры бывают **прямыми** и **наклонными** в зависимости от того перпендикулярны или наклонны плоскости оснований к образующим. В основаниях могут лежать различные фигуры.*



# Высота, радиус и ось цилиндра.



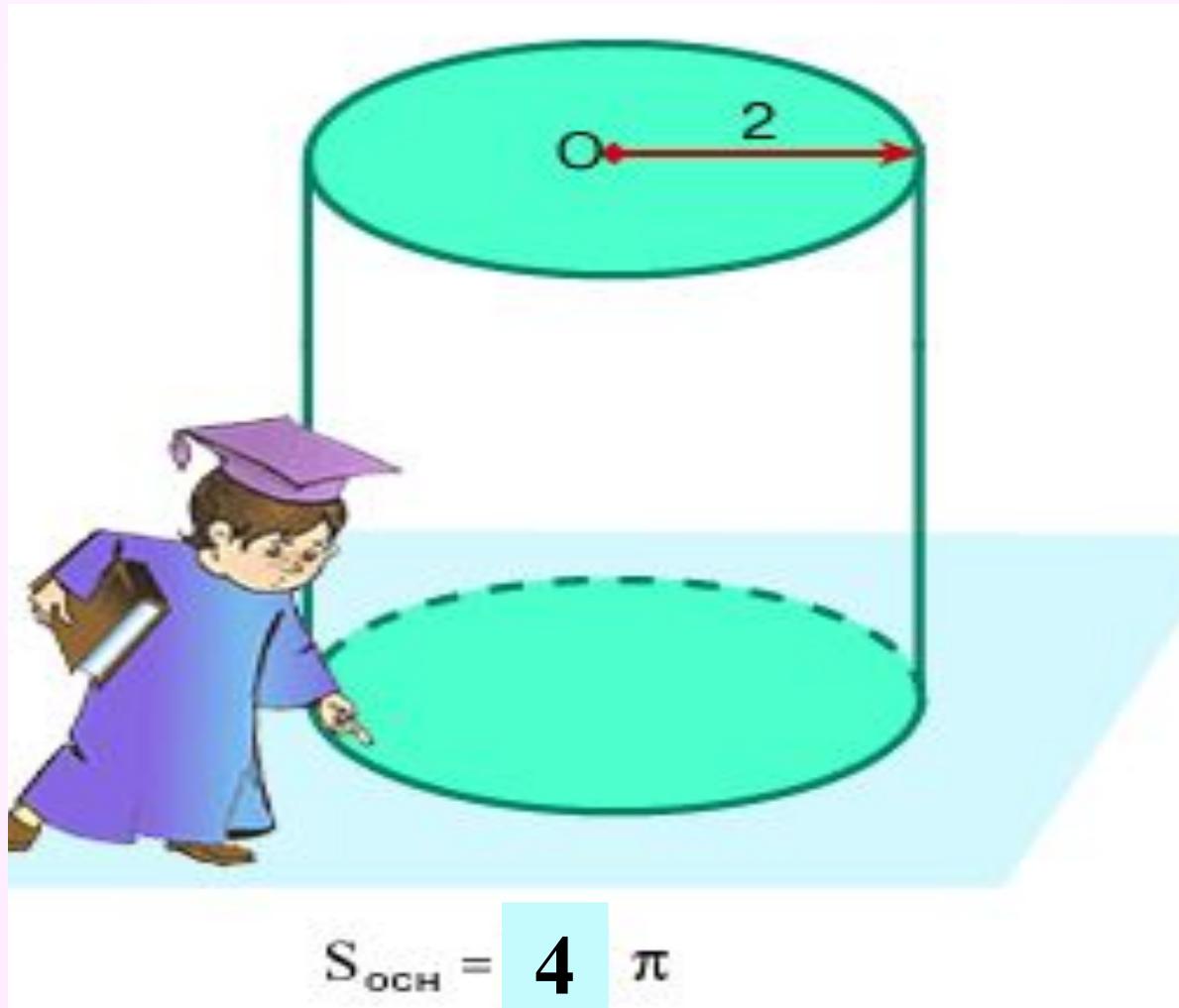
$OA=R$  – радиус цилиндра

$xx_1=H$  – высота цилиндра

*Радиусом цилиндра наз.  
радиус его основания.*

*Высотой цилиндра  
называется расстояние  
между плоскостями  
оснований. Высота всегда  
равна образующей*

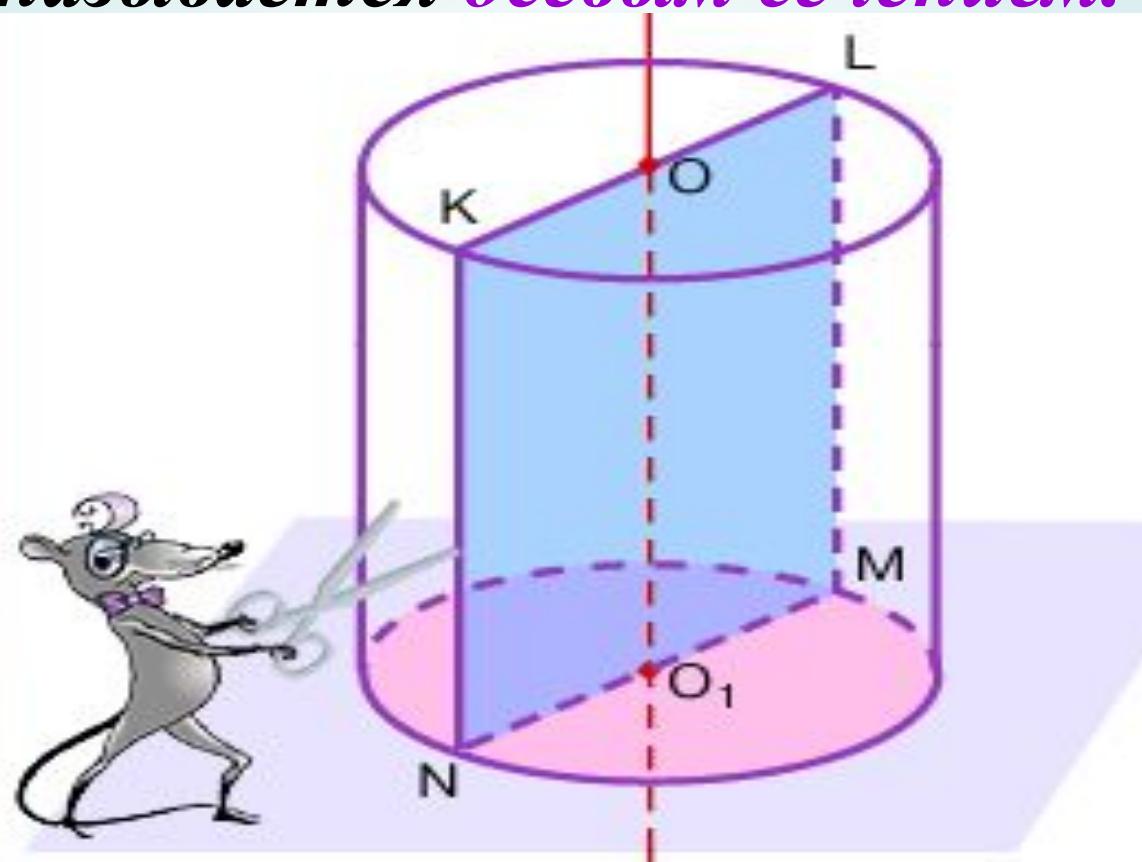
*Вспомните формулу нахождения площади круга и найдите площадь основания цилиндра, радиус которого равен 2.*



$$S_{\text{осн}} = 4 \pi$$

*Прямая, соединяющая центры оснований цилиндра, называется **осью цилиндра**.*

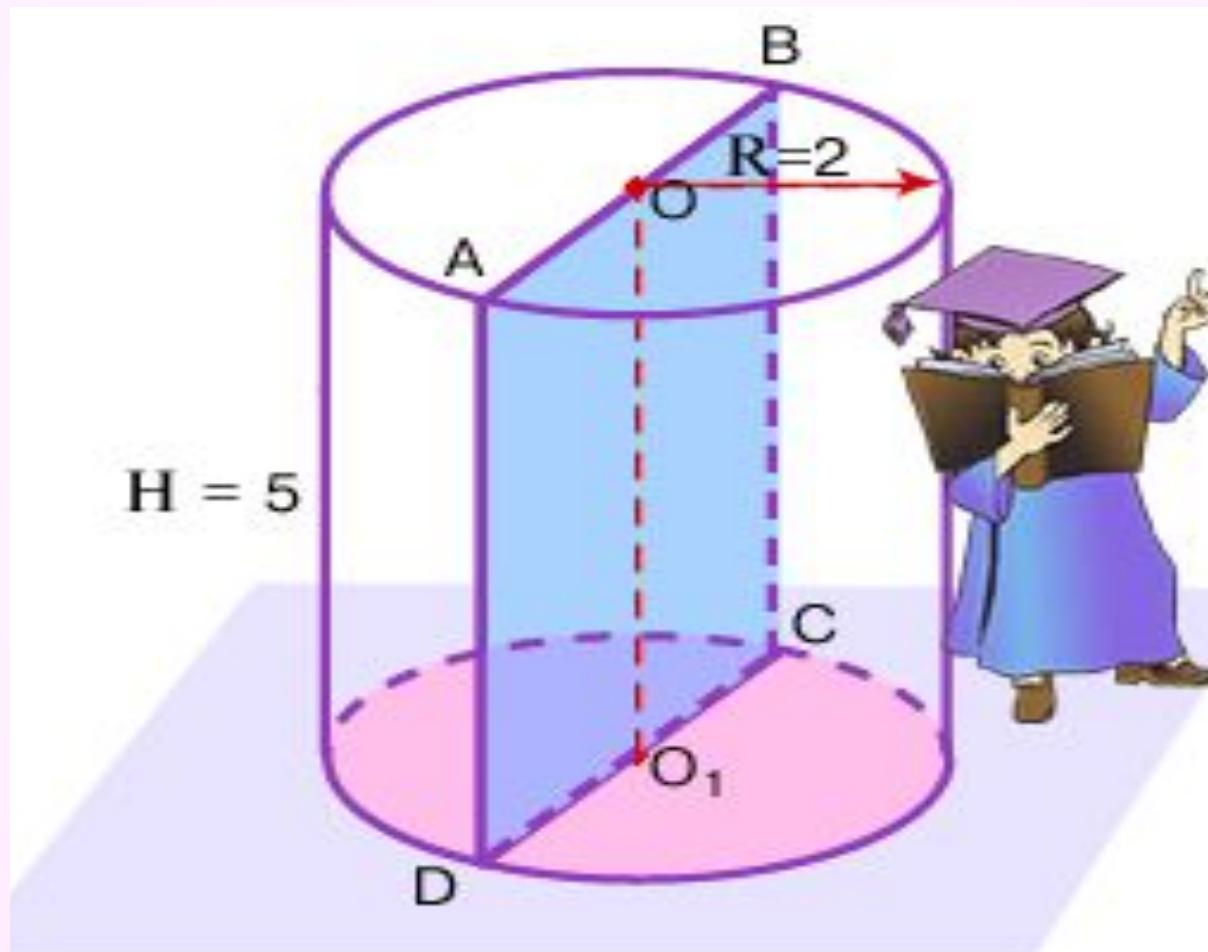
*Сечение цилиндра, проходящее через ось, называется **осевым сечением**.*



OO<sub>1</sub> – ось цилиндра

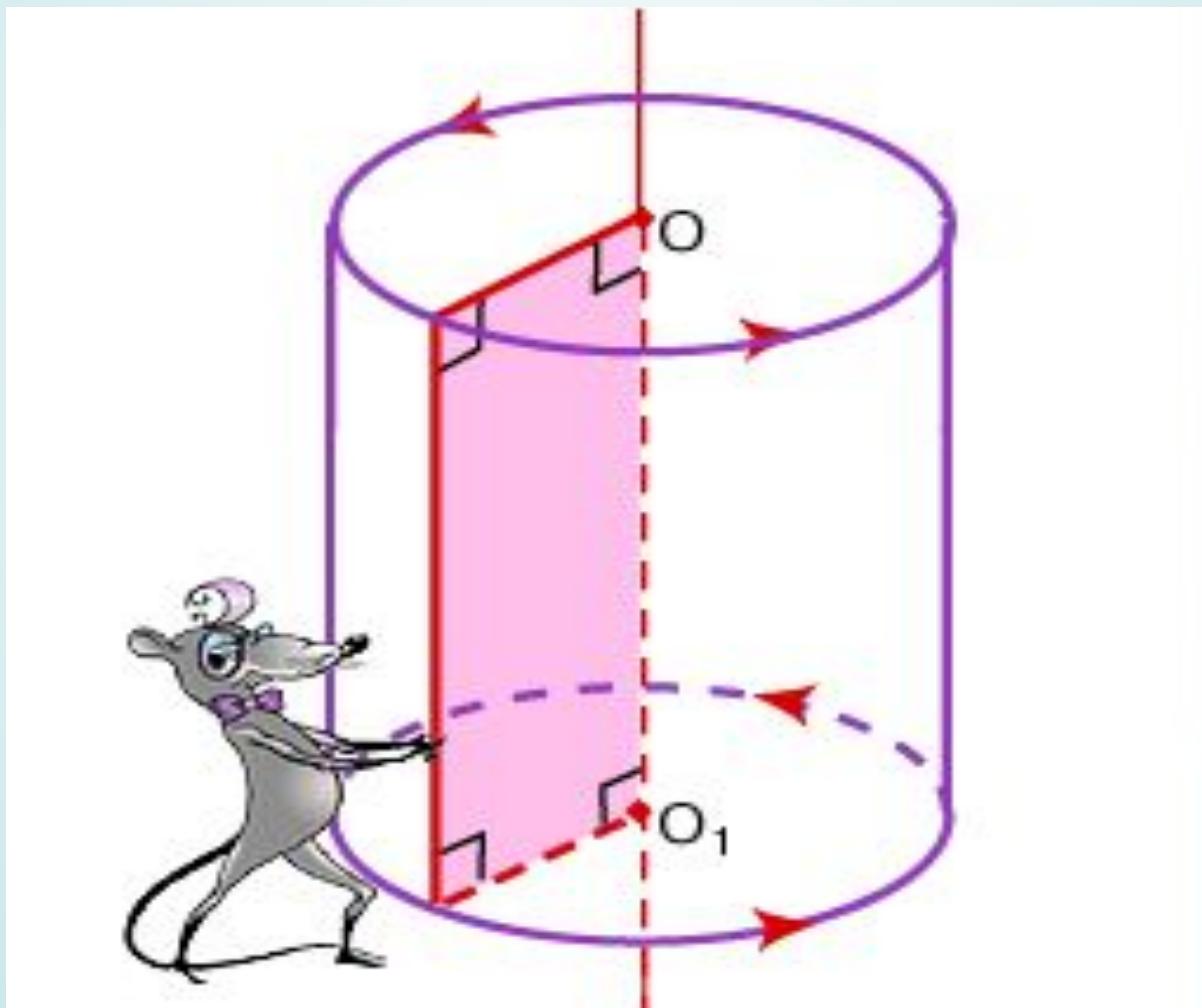
KLMN – осевое сечение

*Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если известны радиус его основания и высота.*

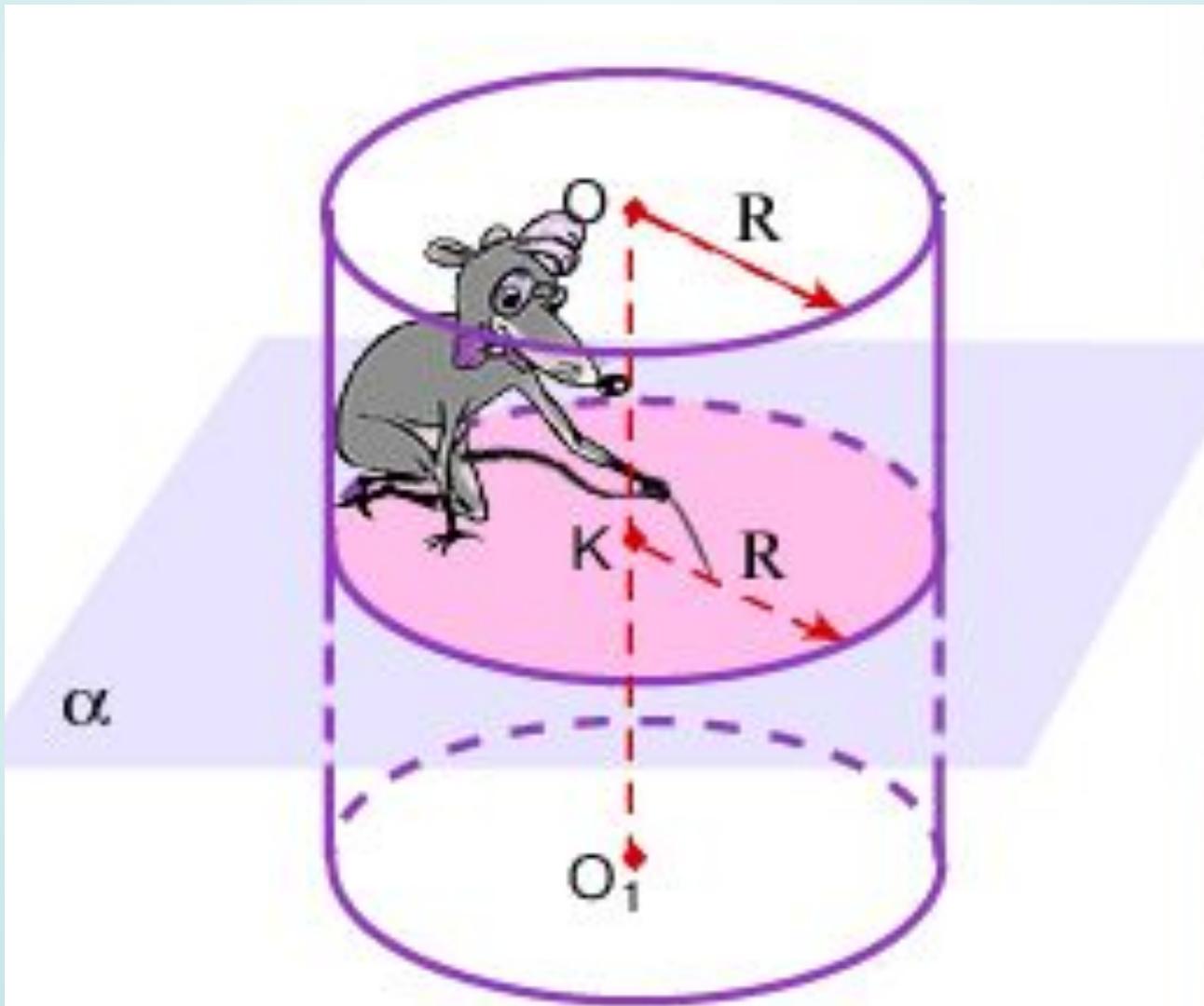


$$S_{ABCD} = [?]$$

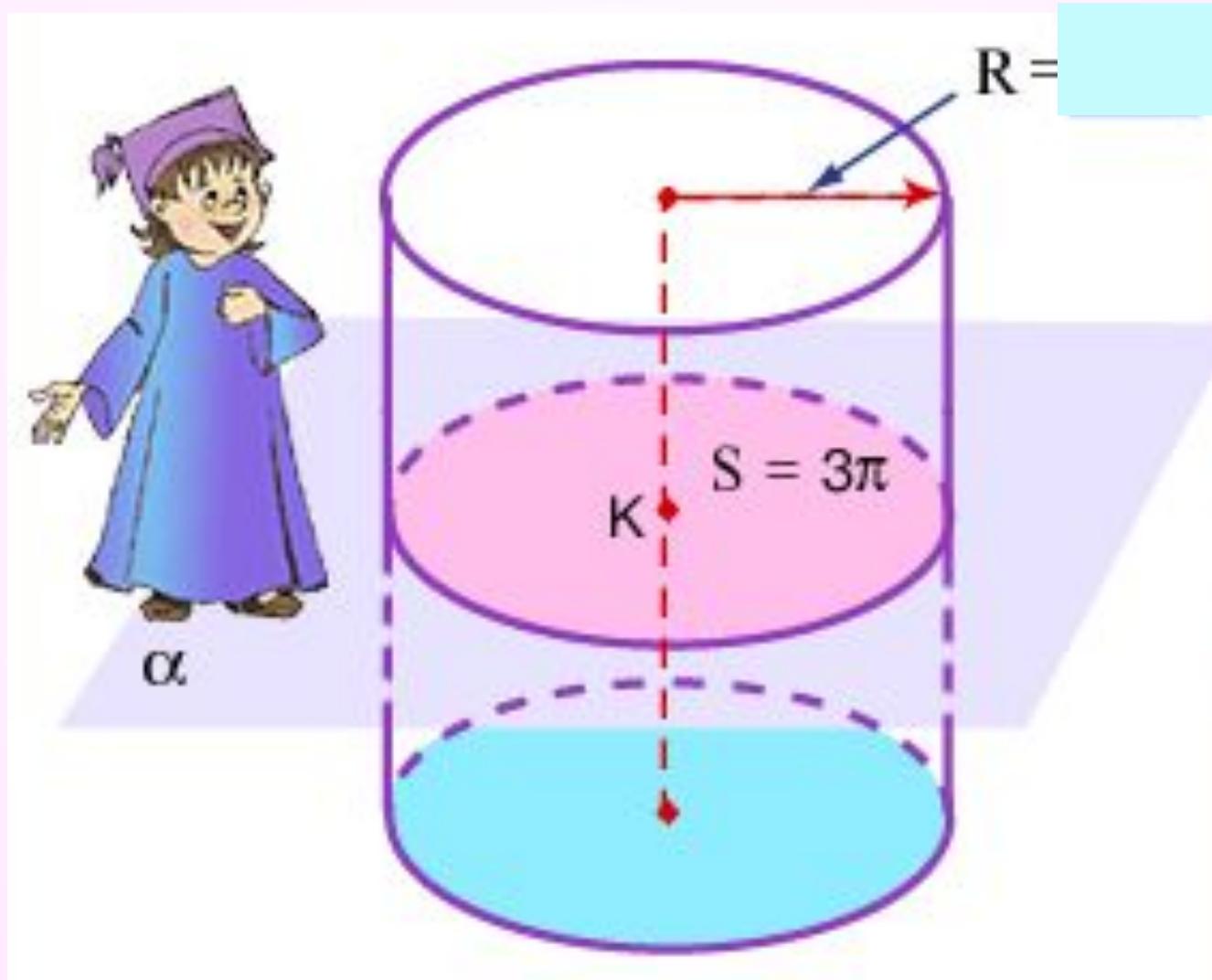
*Цилиндр можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг его стороны как оси.*



*Любое сечение боковой поверхности цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси – это **круг**, равный основанию.*

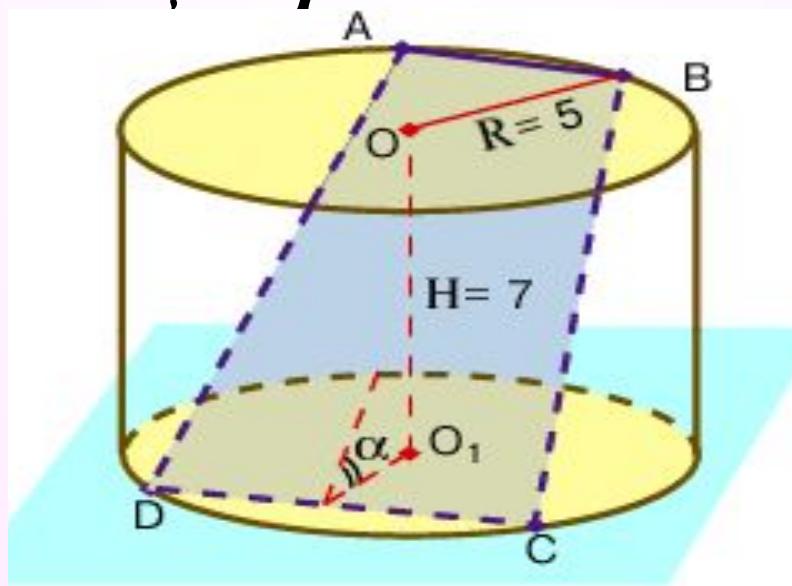


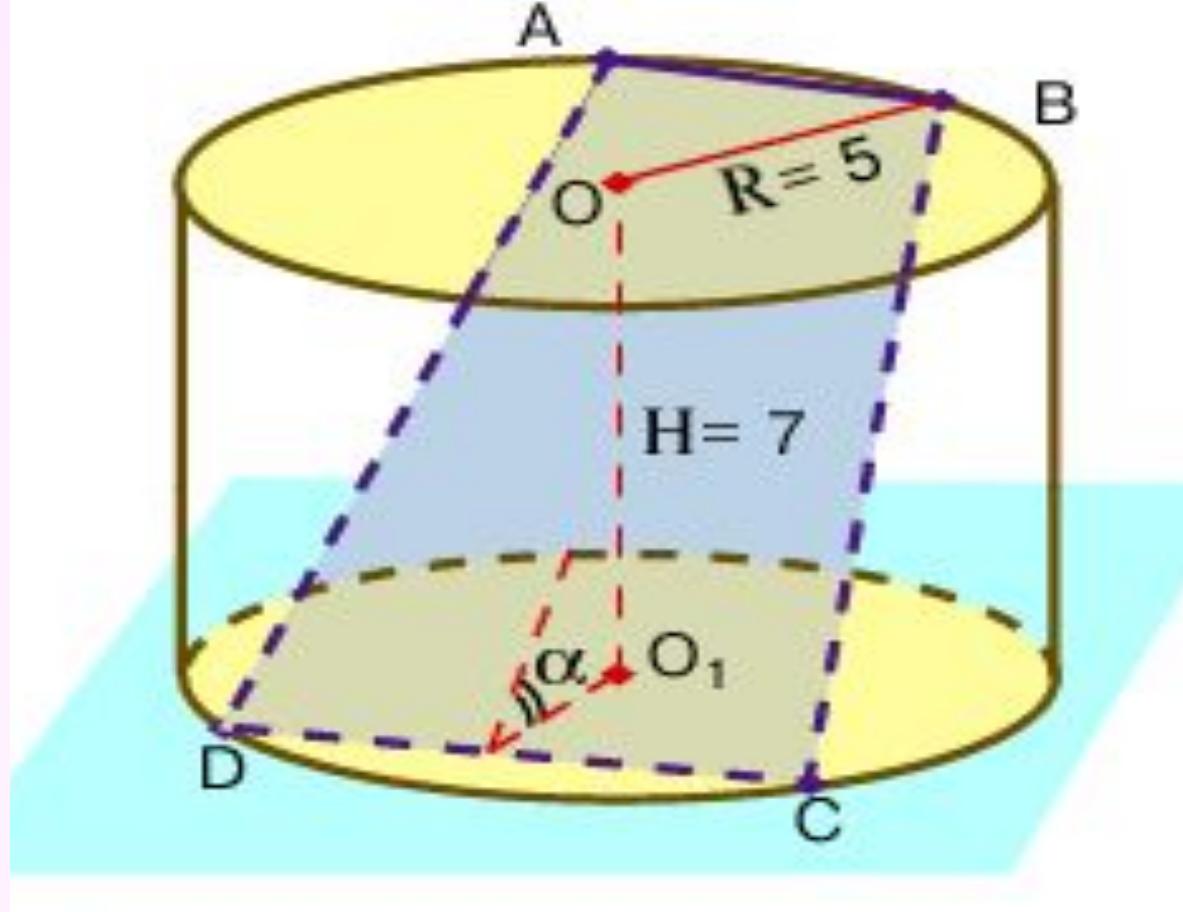
*Пусть цилиндр пересекли плоскостью, перпендикулярной оси и получили круг площадью  $3\pi$ . Чему равен радиус цилиндра?*



## Задача.

Высота цилиндра 7 см, а радиус основания 5 см. В цилиндре расположена трапеция так, что все ее вершины находятся на окружностях оснований цилиндра. Найти площадь трапеции и угол между основанием и плоскостью трапеции, если параллельные стороны трапеции равны 6 см и 8 см.





Дано: цилиндр;  $H = 7$ ,  $R = 5$

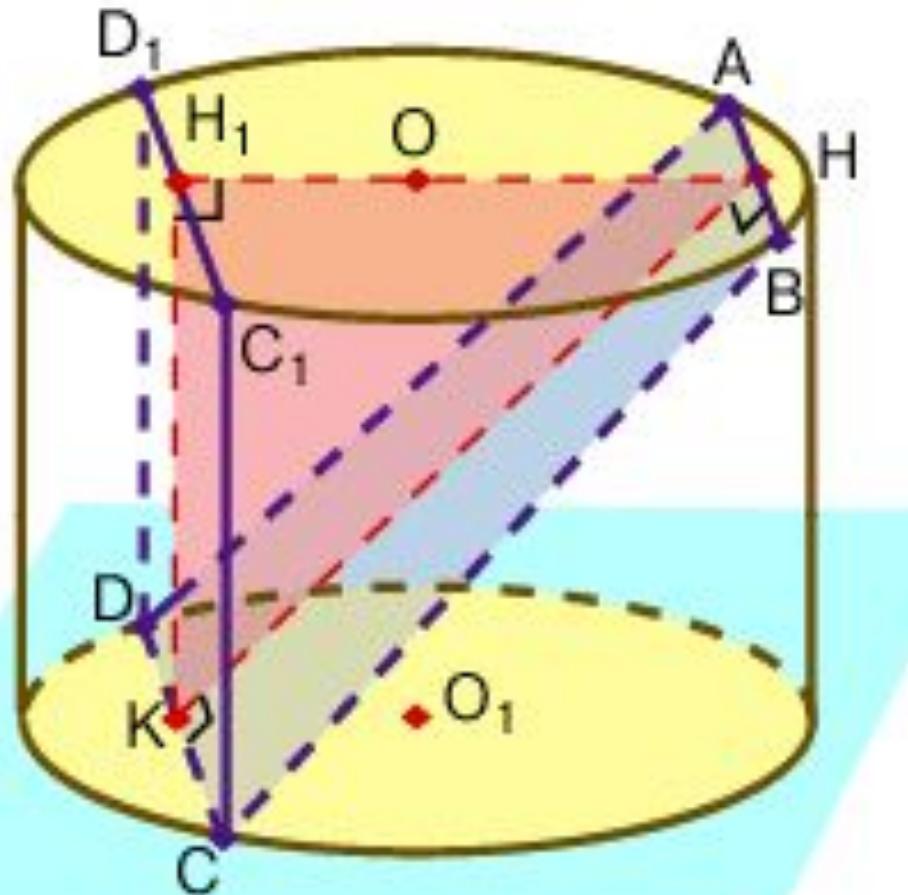
$ABCD$  – трапеция,

$AB = 6$ ,  $CD = 8$



Найти:  $S_{ABCD}$ ; угол между  $ABCD$  и основанием.

*Проведем дополнительное построение:  
построим высоту трапеции, ее проекцию на  
верхнее основание цилиндра и перенесем  
параллельным переносом нижнее основание  
трапеции на верхнее основание цилиндра.*



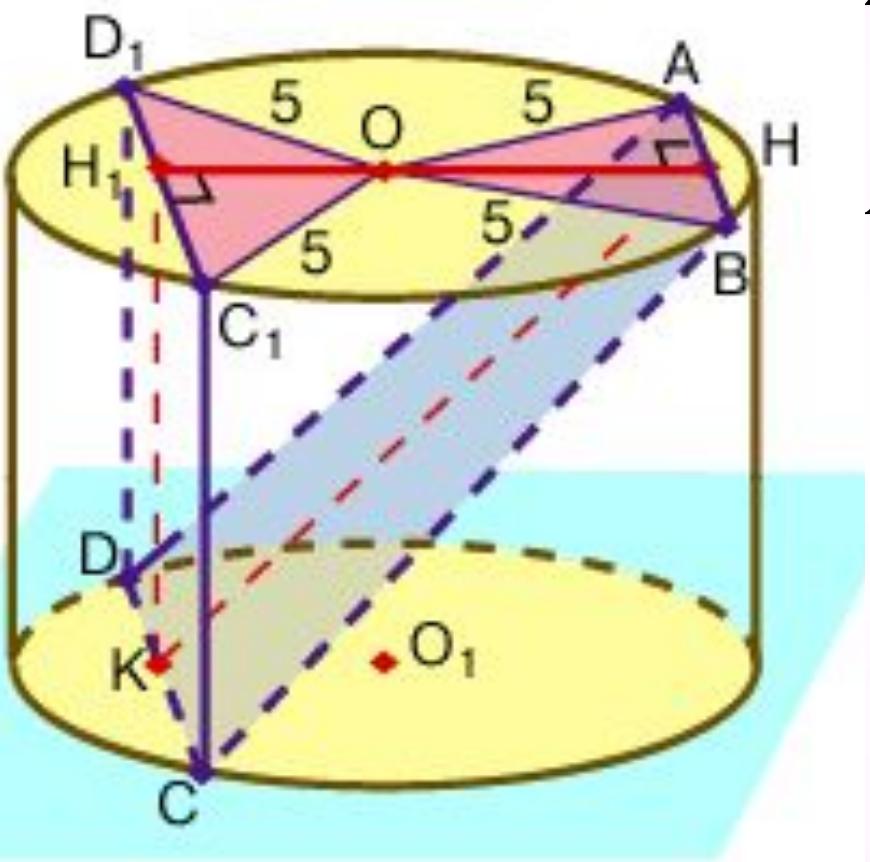
$HK$  – высота трапеции  
 $HH_1$  – проекция  $HK$  на  
основание

$$H_1K = OO_1 = 7$$

$$C_1D_1 \parallel CD; C_1D_1 = CD$$



# Рассмотрим проекцию высоты трапеции на верхнее основание цилиндра.



$\triangle AOB$  и  $\triangle C_1OD_1$  –  
равнобедренные.

$$AH = HB \rightarrow HB = \frac{1}{2} AB = 3.$$

$$C_1H_1 = H_1D_1 \rightarrow H_1D_1 = \frac{1}{2} C_1D_1 = 4$$

Из  $\triangle OHN$ :  $OH = 4$ .

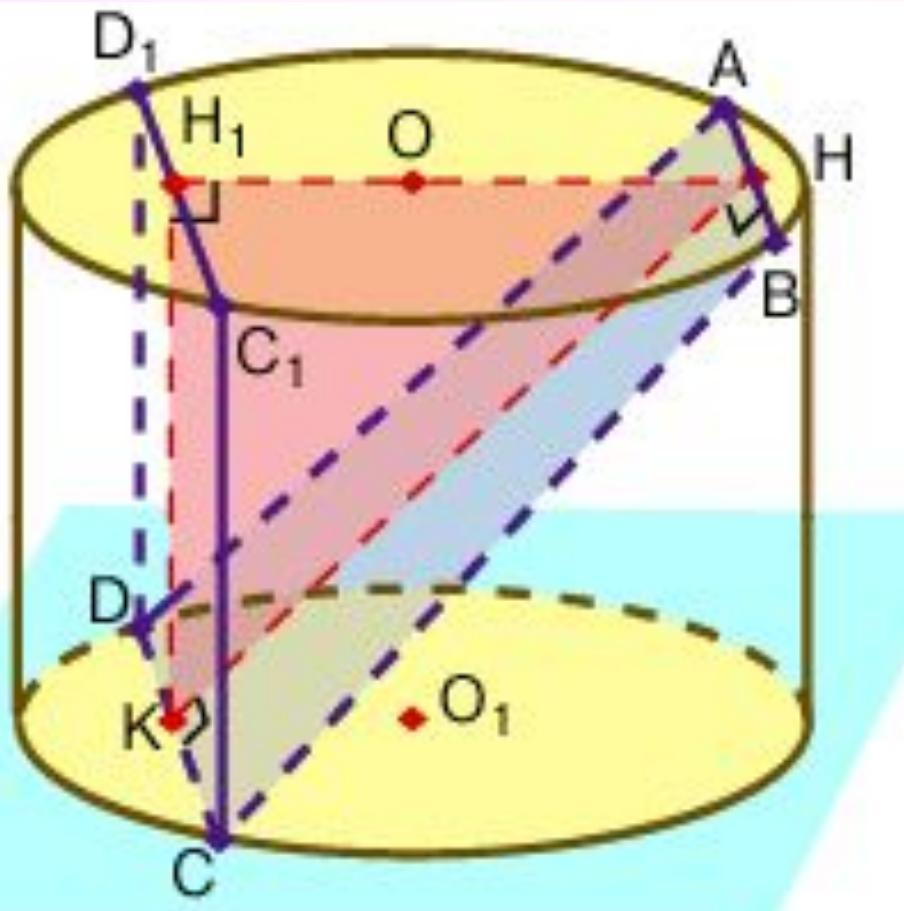
Из  $\triangle ODH_1$ :  $OH_1 = 3$ .

$$HH_1 = OH + OH_1 =$$

7



*Найдем высоту трапеции, ее площадь и искомый угол.*



$$HH_1 = 7, \quad H_1K = 7 \longrightarrow$$

$$\angle H_1HK = \angle HKH_1 = 45^\circ$$

$$HK = 7\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AB + CD) * HK$$

$$S_{ABCD} = 49\sqrt{2}$$



# Задача для самостоятельного решения.

*Расстояние от центра верхнего основания до плоскости нижнего основания равно 6, а площадь осевого сечения равна 72. Найдите расстояние от этого центра до хорды нижнего основания, стягивающей дугу в  $90^\circ$ .*

