

ТЕМА . РЯДЫ ДИНАМИКИ

1. *Динамический ряд, его элементы, виды и правила построения*
2. *Смыкание рядов динамики. Приведение рядов динамики к одному или общему основанию*
3. *Расчет аналитических показателей в рядах динамики*
4. *Средние показатели ряда динамики*
5. *Методы выявления основной тенденции развития в рядах динамики.*
6. *Изучение сезонных колебаний в рядах динамики*
7. *Статистические методы моделирования и прогнозирования социально-экономических явлений*

1. Процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени в статистике принято называть **динамикой**.

Ряд динамики или временной ряд — это совокупность значений показателя, взятых за ряд последовательных моментов или периодов времени.

Ряд динамики содержит два показателя:

- Показатель времени t — это периоды времени (годы, кварталы, месяцы, сутки) или моменты (даты) времени;
- Уровень ряда - y ;

Классификация рядов динамики:

1. В зависимости от способа выражения уровней ряда, ряды динамики подразделяются на ряды абсолютных, относительных и средних величин.
2. В зависимости от того, как выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени (на начало месяца, квартала, года и т. п.) или его величину за определенные интервалы времени (например, за сутки, месяц, год и т. п.), различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.
3. В зависимости от расстояния между уровнями ряды динамики подразделяются на ряды динамики с равноотстоящими уровнями и неравноотстоящими уровнями во времени.

4. В зависимости от наличия основной тенденции изучаемого процесса ряды динамики подразделяются на стационарные и нестационарные.

2. Важнейшим условием правильного построения ряда динамики является сопоставимость всех входящих в него уровней. Данное условие решается либо в процессе сбора и обработки данных, либо путем их пересчета.

Научный подход к изучению рядов динамики заключается в том, чтобы ряды, охватывающие большие периоды времени, разбивать на группы, которые бы объединяли лишь однокачественные периоды развития совокупности, характеризующейся одной закономерностью развития.

Для того чтобы привести уровни ряда динамики к сопоставимому виду, иногда приходится прибегать к приему, которым называется «смыкание рядов динамики».

Под смыканием понимают объединение в один ряд (более длинный) двух или нескольких рядов динамики, уровни которых исчислены по разной методологии или разным территориальным границам.

ДИНАМИКА ОБЪЕМА ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ (ЦИФРЫ УСЛОВНЫЕ)

Показатели	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Объем продукции, млн. руб.:								
по старой методике	19,1	19,7	20,0	21,2	-	-	-	-
по новой методике	-	-	-	22,8	23,6	24,5	26,2	28,1
Сомкнутый(сопоставимый) ряд абсолютных величин, млн. руб.								
	21,0	21,7	22,0	22,8	23,6	24,5	26,2	28,1
Сопоставимый ряд относительных величин, в %								
	90,1	92,9	94,3	100,0	103,5	107,5	114,9	123,2

Для анализа динамики объема выпуска продукции за 2008-2015 гг. необходимо сомкнуть (объединить) исследуемые два ряда в один. А чтобы уровни нового ряда были сопоставимы, следует пересчитать данные 2008 - 2015 гг. по новой методике. Для этого, на основе данных об объеме продукции за 2011 г. где имеются данные по новой и старой методике, находим соотношение между ними: $22,8 : 21,2 = 1,1$. Умножая на полученный коэффициент данные по старой методике за 2008-2010 гг., приводим их таким образом в сопоставимый вид с последующими уровнями. Сомкнутый (сопоставимый) ряд динамики показателей представлен в предпоследней строке таблицы

Другой способ смыкания рядов динамики заключается в том, что уровни года, в котором произошли изменения (в нашем примере уровни 2011 г.), как до изменений, так и после изменений (в старой и новой методике, т. е. 21,2 и 22,8) принимаются за 100%, а остальные пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно (в старых ценах - по отношению к 21,2, в новых ценах - к 22,8). В результате получаем сомкнутый ряд динамики, который показан в последней строке таблицы.

Проблема приведения показателей к сопоставимому виду возникает при параллельном анализе развития во времени экономических показателей отдельных стран, административных и территориальных районов. Это, во-первых, вопрос о сопоставимости цен сравниваемых стран, во-вторых, о сопоставимости методики расчета сравниваемых показателей. В таких случаях ряды динамики приводятся к одному основанию, т. е. к одному и тому же периоду или моменту времени, уровень которого принимается за базу сравнения, а все остальные уровни выражаются в виде коэффициентов или в процентах по отношению к нему.

- Пример. Имеются данные об экспорте товаров двух стран, млн дол. США (табл.2). Различные значения абсолютных уровней приведенных рядов динамики затрудняют выявление особенностей экспорта товаров в странах А и Б. Поэтому приведем абсолютные уровни рядов динамики к общему основанию, приняв за постоянную базу сравнения уровни 2011 г.; получим следующие данные (в % к 2011 г., табл. 2).

ТАБЛИЦА 2
ЭКСПОРТ ТОВАРОВ СТРАН ЗА 2011-2015 ГГ.,
ТЫС. ДОЛ. США.

	2011	2012	2013	2014	2015
Страна А	45,5	72,4	95,2	122,0	128,0
Страна Б	56,1	65,1	66,5	65,0	67,0

ТАБЛИЦА 3

ДИНАМИКА ЭКСПОРТА ТОВАРОВ ЗА 2011-2015 ГГ.

	2011	2012	2013	2014	2015
Страна А	100,0	159,1	209,2	268,1	281,3
Страна Б	100,0	116,0	118,5	115,9	119,4
Коэффициент опережения, %	100,0	137,2	176,5	231,3	235,6

В относительных величинах, выраженных в базисных темпах роста по каждой стране, несопоставимость уровней рядов динамики нивелируется. Различный характер развития явления выступает более наглядно.

Данный прием называется - приведение рядов динамики к одному показателю (основанию). Интенсивность развития определяют при помощи коэффициента опережения как отношение базисных темпов роста одного объекта к темпам роста другого объекта.

Из данных таблицы 3 видно, что производство цемента в стране А непрерывно и быстро растает, значительно превосходя темпы роста в стране Б, это видно также из расчетов коэффициента опережения.

3. Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, которые получаются в результате сравнения уровней между собой. Различают аналитические и средние показатели ряда динамики.

К аналитическим показателям относятся:

- абсолютный прирост (снижение);
- коэффициент роста;
- темп роста;
- темп прироста;

 абсолютное значение одного процента прироста (снижения).

При этом принято сравниваемый уровень называть отчетным, а уровень, с которым производят сравнение - базисным.

Введем условные обозначения:

- y_1 - *начальный уровень ряда динамики;*
- y_n - *конечный уровень ряда динамики;*
- y_i - *уровень ряда динамики за i -й период;*
- y_{i-1} - *уровень ряда динамики предыдущего периода;*
- - *средний уровень ряда;*
- $\bar{y}_0$ - *уровень ряда, принятый за базу сравнения.*

Ряды динамики подразделяются на:

- Ряды динамики абсолютных величин
- Ряды динамики относительных величин
- Ряды динамики средних величин

Основными для анализа являются ряды динамики абсолютных величин, которые бывают интервальные и моментные.

- Интервальным называется ряд динамики, в котором уровни ряда берутся за определенный период времени.
- Моментным называется ряд динамики, уровни которого даны на определенный момент времени.

Абсолютный прирост характеризует размер (увеличения или уменьшения) уровня ряда за определенный промежуток времени. Он равен разности двух сравниваемых уровней и выражает абсолютную скорость изменения.

Рассчитывается двумя способами;

$$\Delta y_{ц} = y_i - y_{i-1} \text{ цепной}$$

$$\Delta y_{б} = y_i - y_0 \text{ базисный}$$

Интенсивность изменения уровня динамики оценивается отношением отчетного уровня к базисному, которое всегда представляет собой положительное число.

Показатель интенсивности изменения уровня ряда в зависимости от того, выражается ли он в виде коэффициента или в процентах, принято называть **коэффициентом роста**.

Коэффициент роста и темп роста представляют собой две формы выражения интенсивности изменения уровня, отличающиеся единицами измерения.

Коэффициент роста показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше базисного уровня (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода за некоторый промежуток времени (если он меньше единицы).

Темп роста вычисляется в процентах, рассчитывается двумя способами.

$$T_{pc} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$$

$$T_{pb} = \frac{y_i}{y_0} \times 100\%$$

Темп прироста показывает, на какую долю (или процент) уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня.

Темп прироста определяется как отношение абсолютного прироста к уровню ряда, принятого за базу сравнения или как разность между соответствующими темпами роста и 100 %:

$$T_{при} = T_{при}^{цепной} - 100\%$$

$$T_{прб} = T_{прб} - 100\%$$

Абсолютное значения одного процента прироста (снижения) представляет собой одну сотую часть базисного уровня или определяется как отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу прироста:

▣ Абсолютное значение 1 % прироста (снижения):

$$A1\% = \frac{y_{i-1}}{100}$$

РАСЧЕТ АНАЛИТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЯДА ДИНАМИКИ

Показатель	Базисный	Цепной
1. Абсолютный прирост Δ	$\Delta y_{\text{б}} = y_i - y_0$	$\Delta y = y_i - y_{i-1}$
2. Коэффициент роста K_p	$\frac{y_i}{y_0}$	$\frac{y_i}{y_{i-1}}$
3. Темп роста T_p	$\frac{y_i}{y_0} \times 100\%$	$\frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$
4. Темпе прироста $T_{\text{пр}}$	$T_p - 100$	$T_p - 100$
5. Абсолютное значение 1% прироста (А)		$\frac{y_{i-1}}{100};$ $0,01 \times y_{i-1}$

4. К средним показателям в рядах динамики относятся:

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста;
- средний темп прироста.

Методы расчета среднего уровня интервального и моментного рядов динамики различны. Для интервальных рядов с равностоящими уровнями средний уровень находится по формуле средней арифметической простой, а для неравноотстоящих уровней - средней арифметической взвешенной.

Средний уровень моментного равноотстоящего ряда динамики находится по формуле средней хронологической простой.

Обобщающим показателем скорости изменения явления во времени является **средний абсолютный прирост**.

Этот показатель дает возможность установить, насколько в среднем за единицу времени должен увеличиваться (снижаться) уровень ряда в абсолютном выражении, чтобы, отправляясь от начального уровня за данное число периодов (например, лет), достичь конечного уровня.

Для его вычисления применяется формула:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$$

Средний темп роста показывает, во сколько раз в среднем за единицу времени изменяется уровень динамического ряда. Определяется по средней геометрической из цепных коэффициентов роста:

$$\overline{T}_p = {}^{n-1}\sqrt{K_1 \cdot K_{2...} \cdot K} = {}^{n-1}\sqrt{\prod K_i}$$

Средний темп роста может быть выражен формулой:

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \times 100\%$$

Средний темп прироста:

$$\overline{T}_{np} = \overline{T}_p - 100\%$$

Средние показатели

1. Уровень ряда	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$	$\bar{x} = \frac{1/2 x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n-1}$
		$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y}{n-1}$ $\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$ $\overline{T_p} = \sqrt[n]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n}$ $\overline{T_{np}} = \overline{T_p}$ $\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 100$
2. Абсолютный прирост	$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_{\text{сб}}}{n-1}$	
3. Темп роста	$\overline{T_p} = \sqrt[n]{T_{\text{сб}}}$	
4. Темп прироста		

На основе условных данных о производстве кондитерских изделий в регионе за 2014-2018 гг. определите аналитические и средние показатели ряда динамики, сделайте вывод:

Показатели	2014	2015	2016	2017	2018
Производство кондитерских изделий, тыс. т.	70,0	78,0	84,0	95,0	90,0
1. Абсолютный прирост, тыс. т.:					
- цепной	-	8	6	11	-5
- базисный	-	8	14	25	20
2. Темп роста, %					
- цепной	-	111,4	107,7	113,1	94,7
- базисный	-	111,4	120,0	135,7	128,6
3. Темп прироста, %					
- цепной	-	11,4	7,7	13,1	-5,3
- базисный	-	11,4	20,0	35,7	28,6
4. Абсолютное значение 1% прироста, тыс. т.					
	-	0,7	0,78	0,84	0,95

Определяем средние показатели:

1. Средний уровень ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{70 + 78 + 84 + 95 + 90}{5} = 83,4 \text{ тыс. т}$$

2. Определим средний абсолютный прирост:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y}{n-1} = \frac{8 + 6 + 11 - 5}{4} = 5 \text{ тыс. т.}$$

3. Средний темп роста:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[4]{\frac{90}{70}} = \sqrt[4]{1,28} * 100\% = 106,5\%$$

4. Средний темп прироста:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\% = 106,5\% - 100\% = 6,5\%$$

5. Важным направлением в исследовании закономерностей динамики социально-экономических процессов является изучение общей тенденции развития (тренда).

Выделение тренда может быть произведено тремя методами:

1. Укрупнения интервалов.
2. Скользящей средней.
3. Аналитического выравнивания.

Для наглядного представления тренда применяется метод укрупнения интервалов, основанный на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда. Например имеются уровни ряда динамики за 12 месяцев, можно укрупнить по кварталам.

Применяется формула средней арифметической простой.

Скользящая средняя — это подвижная динамическая средняя, которая исчисляется по ряду при последовательном передвижении на один интервал, т.е. сначала вычисляют средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем — средний уровень из того же числа членов, начиная со второго уровня, далее - начиная с третьего и т. д.

Таким образом, при расчетах среднего уровня как бы «скользят» по ряду динамики от его начала к концу, каждый раз отбрасывая один уровень в начале и добавляя один следующий. Отсюда название - скользящая средняя.

Годы	Урожайность с 1 га.	Пятилетние скользящие средние	Четырехлетние скользящие средние (нецентрированные)	Четырехлетние скользящие средние (центрированные)
А	1	2	3	4
2001	9,5	-	-	-
2002	13,7	-	12,3	-
2003	12,1	12,5	13,2	12,8
2004	14,0	13,7	13,7	13,5
2005	13,2	14,1	14,6	14,1
2006	15,6	14,4	14,6	14,6
2007	15,4	15,2	15,7	15,1
2008	14,0	15,6	15,6	15,6
2009	17,6	14,7	14,5	15,0
2010	15,4	15,1	15,3	14,9
2011	10,9	15,3	14,7	15,0
2012	17,5	15,5	15,5	15,1
2013	15,0	15,2	16,3	15,8
2014	18,5	16,0	15,65	15,97
2015	14,2	-	-	-
2016	14,9	-	-	-

Применение в анализе рядов динамики методов укрупнения интервалов и скользящей средней позволяет выявить тренд для описания ряда, но получить обобщенную оценку тренда можно достичь методом аналитического выравнивания.

Основным содержанием которого является то, что основная тенденция ряда динамики рассчитывается как функция времени:

В разных случаях можно применять уравнение прямолинейной функции, параболы, гиперболы и других функций (полиномы разной степени).

Простейшим способом аналитического выравнивания является выравнивание по прямой (полином первой степени), которое имеет вид:

$$\overline{y}_t = a_0 + a_1 t$$

□ полином второй степени:

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

□ полином третьей степени:

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

□ полином n-й степени:

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$$

Рассмотрим расчет параметров уравнения по прямой. Решить это уравнение значит найти параметры a_0 и a_1 .

Достигается это при помощи метода наименьших квадратов. Найти параметры уравнения можно решив систему, состоящую из двух уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt; \end{cases}$$

Метод наименьших квадратов заключается в том, что показателям времени придаем такие значения, чтобы их сумма была равна 0 (если n – нечетное число, то обозначения времени имеют 0 в середине ряда динамики).

В этом случае система, состоящая из двух уравнений принимает вид:

$$\left[\begin{array}{l} a_0 n = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt; \end{array} \right.$$

- y - уровни фактического ряда динамики;
- n - число уровней ряда динамики.

Рассмотрим метод аналитического выравнивания по прямой на примере:

Имеются данные о потреблении овощей на одного члена домохозяйства за месяц за 2003-2017 гг. Определите основную тенденцию потребления овощей на одного члена домохозяйства методом аналитического выравнивания по прямой.

Год	Потребление овощей, кг	t	t^2	yt	$\overline{Y_t}$
2003	13,7	-7	49	-95,9	13,6
2004	12,1	-6	36	-72,6	13,8
2005	14,0	-5	25	-70,0	13,9
2006	13,2	-4	16	-52,8	14,1
2007	15,6	-3	9	-46,8	14,3
2008	15,4	-2	4	-30,8	14,5
2009	14,0	-1	1	-14,0	14,6
2010	17,6	0	0	0	14,8
2011	15,4	1	1	15,4	15,0
2012	10,9	2	4	21,8	15,1
2013	17,5	3	9	52,5	15,3
2014	15,0	4	16	60,0	15,5
2015	18,5	5	25	92,5	15,7
2016	14,2	6	36	85,2	15,8
2017	14,9	7	49	104,3	16,0

6. Сезонными называются колебания, которые имеют определенный и постоянный цикл, равный годовому промежутку времени.

Ряд динамики при этом называют сезонным рядом динамики.

Сезонные колебания наблюдаются в различных видах экономической деятельности: при производстве различных сельскохозяйственных продуктов, при реализации верхней одежды, обуви и т.д.

Сезонные колебания обычно отрицательно влияют на результаты производственной деятельности, поэтому статистика занимается изучением сезонных колебаний.

Существует несколько методов изучения сезонных колебаний, из которых наиболее простым является расчет индексов сезонности, совокупность которых образует сезонную волну.

Для расчета индексов сезонности необходимо иметь помесичные данные, минимум за три года.

Для каждого месяца за три года рассчитывается средний уровень, затем исчисляется среднемесячный уровень для всего анализируемого ряда.

По этим данным определяется индекс сезонности:

$$I_s = \frac{\overline{y}_i}{\overline{y}} 100\%$$

Динамика браков, расторгнутых населением города за 2015-2017 гг. и
расчет индексов сезонности

	Число	расторгнутых	браков		Индекс
	y_i	y_i	y_i	$\overline{y_i}$ в среднем за три года	$\overline{y_i} / \overline{y}$ сезонности, %
Месяц	2015	2016	2017		
А	1	2	3	4	5
Январь	195	158	144	165,7	122,4
Февраль	164	141	136	147,0	108,6
Март	153	153	146	150,7	111,3
Апрель	136	140	132	136,0	100,4
Май	136	136	136	136,0	100,4
Июнь	123	129	125	125,7	92,8
Июль	126	128	124	126,0	93,1
Август	121	122	119	120,7	89,1
Сентябрь	118	118	118	118,0	87,2
Октябрь	126	130	128	128,0	94,5
Ноябрь	129	131	135	131,7	97,3
Декабрь	138	141	139	139,3	102,9
Средний уровень ряда	138,77	135,6	131,8	$\overline{y} = 135,4$	100,0

7. Необходимым условием рыночных отношений является составление надежных прогнозов развития социально-экономических явлений и процессов.

Прогнозы развития — это определение будущих размеров экономических явлений.

Применение прогнозирования предполагает, что имеющаяся тенденция развития сохраняется в прошлом и распространяется на будущее, т.е. прогноз основан на **экстраполяции**.

Экстраполяцией называется нахождение уровней за пределами динамического ряда.

Экстраполяция проводимая в будущее называется **перспективной**, а экстраполяция проводимая в прошлое — **ретроспективная**.

В зависимости от исходных данных и принципов построения применяются три метода экстраполяции:

1) **Метод средних абсолютных приростов.** Применяется тогда, когда абсолютные приросты, рассчитанные по годам более или менее постоянны, т. е. динамический ряд развивается по прямой. В этом случае формула для прогноза имеет вид:

$$y_{i+t} = y_i + \overline{\Delta y} \times t,$$

2. При экстраполяции уровня развития изучаемого явления на базе ряда динамики со стабильными темпами роста применяется **метод средних темпов роста**:

$$y_{i+t} = y_i \times \overline{T_p^t}$$

3. Метод аналитического выравнивания.

Прогнозируемое значение может не совпадать с фактическим значением, так как мы не учитываем влияние множества случайных факторов.

Однако, если линия тренда определена правильно, прогнозируемые показатели должны совпадать с фактическими. Помимо прогнозируемого показателя определяют интервал, в котором находится прогнозируемый показатель по формуле:

$$y_{i+t} = y_i \pm 2\sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y}_t)^2}{n - k}$$

$$v = \frac{\sigma}{y} \times 100\%$$

Годы	Выпуск продукции и, млн. руб.	t	t ²	yt	$\bar{y}_t$	$(\bar{y}_i - \bar{y}_t)$
2012	70,4	-3	9	-211,2	74,7	18,49
2013	75,5	-2	4	-151	74,9	0,36
2014	80,6	-1	1	-80,6	75,1	30,25
2015	76,3	1	1	76,3	75,7	0,36
2016	75,2	2	4	150,4	75,8	0,36
2017	74,4	3	9	223,2	76,2	3,24
Итого	452,4	0	28	7,1	452,4	53,06