



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТОВ

Жукова Наталья Юрьевна
Прасол Алла Брониславовна

*Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»*

Задача



Вы заключили договор о выполнении работ в течение 6 месяцев.

Вам предлагают 3 варианта оплаты:

- 1. Аванс 60 000 руб.
- 2. Ежемесячный платеж 10 000 руб.
- 3. Оплата по окончании работ – 60 000 руб.

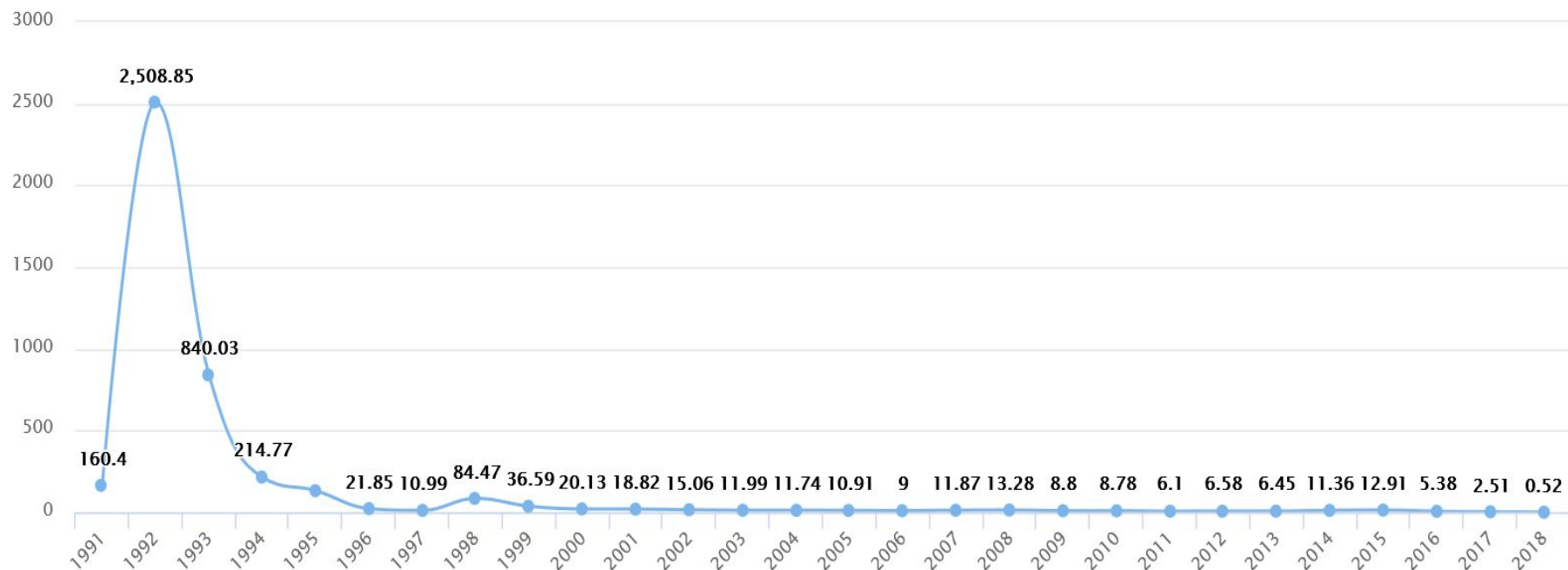
Какой вариант оплаты вы выберете?

Почему?



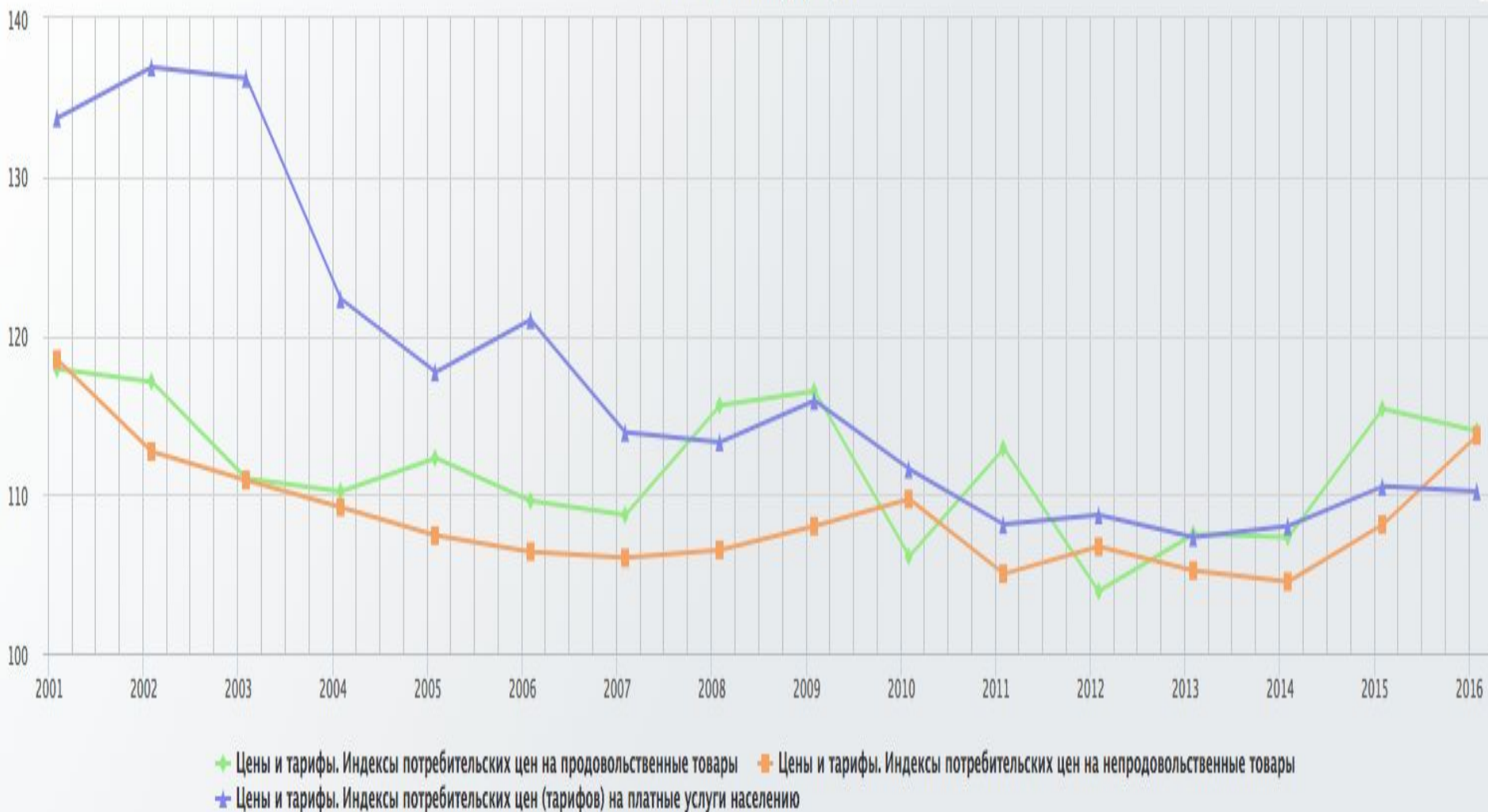
Инфляция в России

График годовой инфляции, %

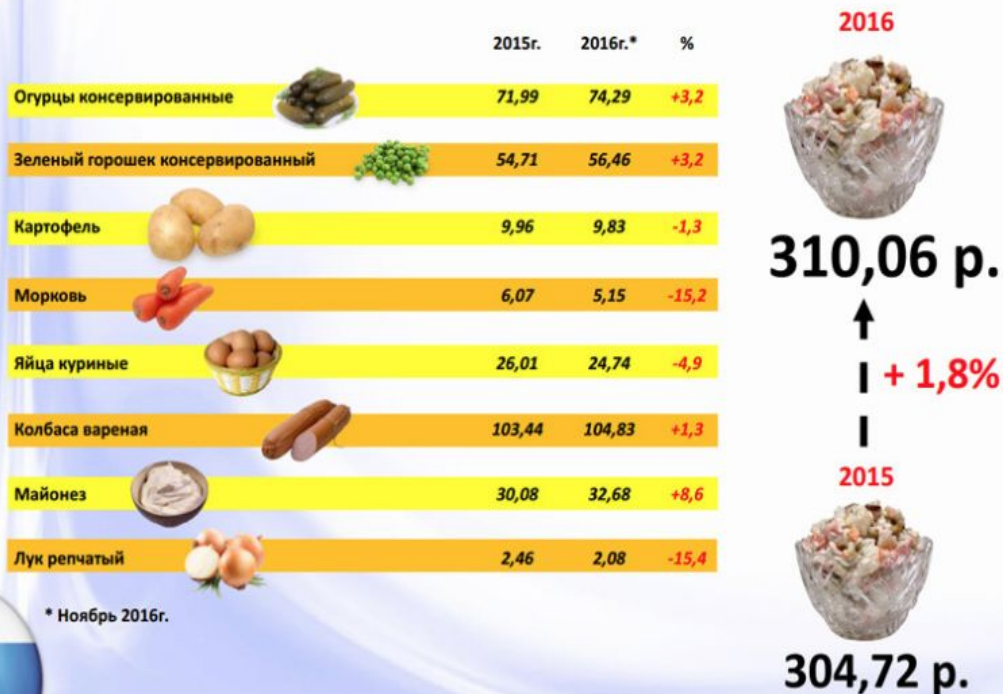


Годы	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Годовая инфляция в России, %	11,87	13,28	8,80	8,78	6,10	6,58	6,45	11,4	12,9	5,4	2,5

Российская Федерация

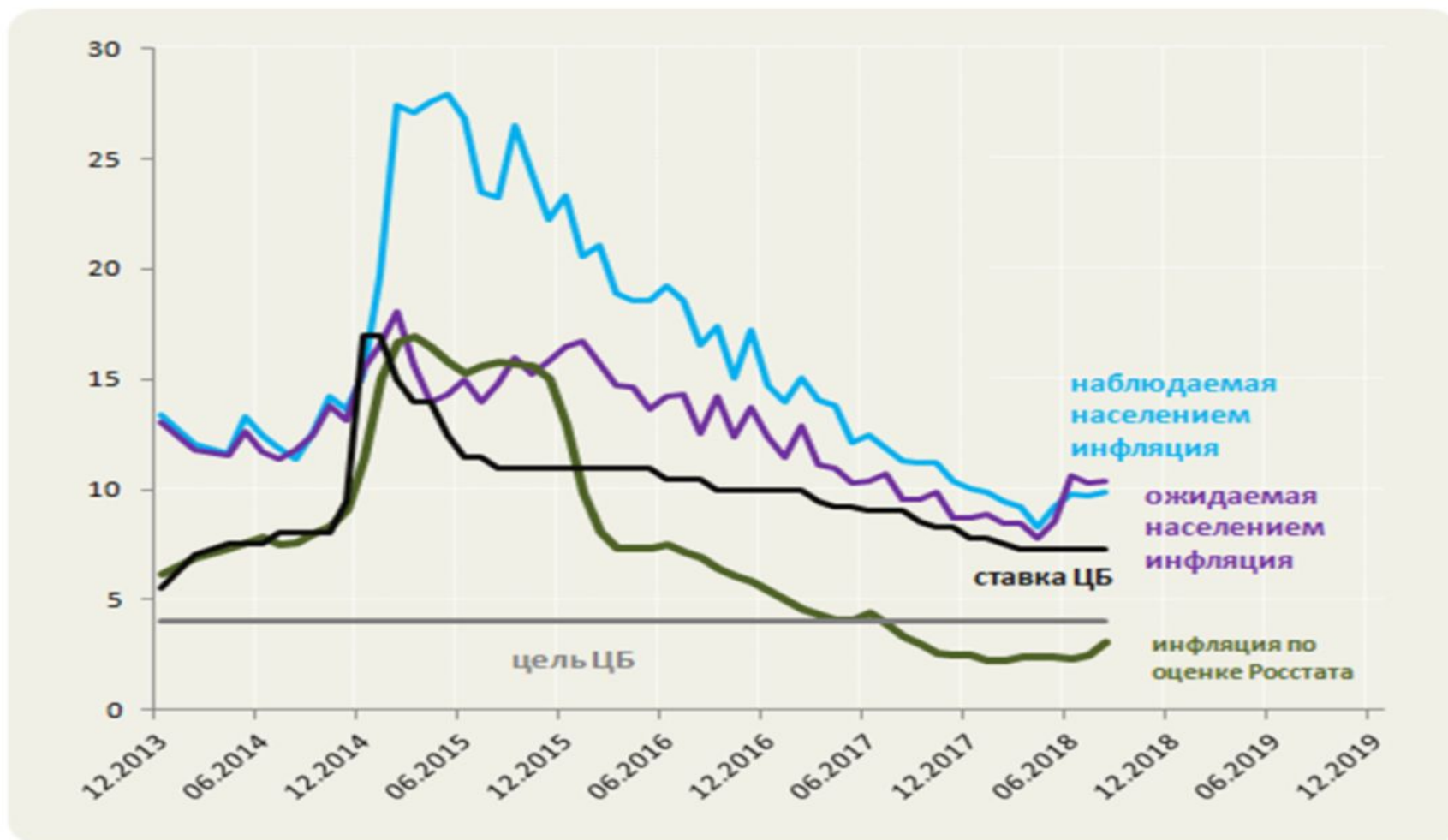


Стоимость набора продуктов для приготовления салата «Оливье»
(на конец года, рублей)



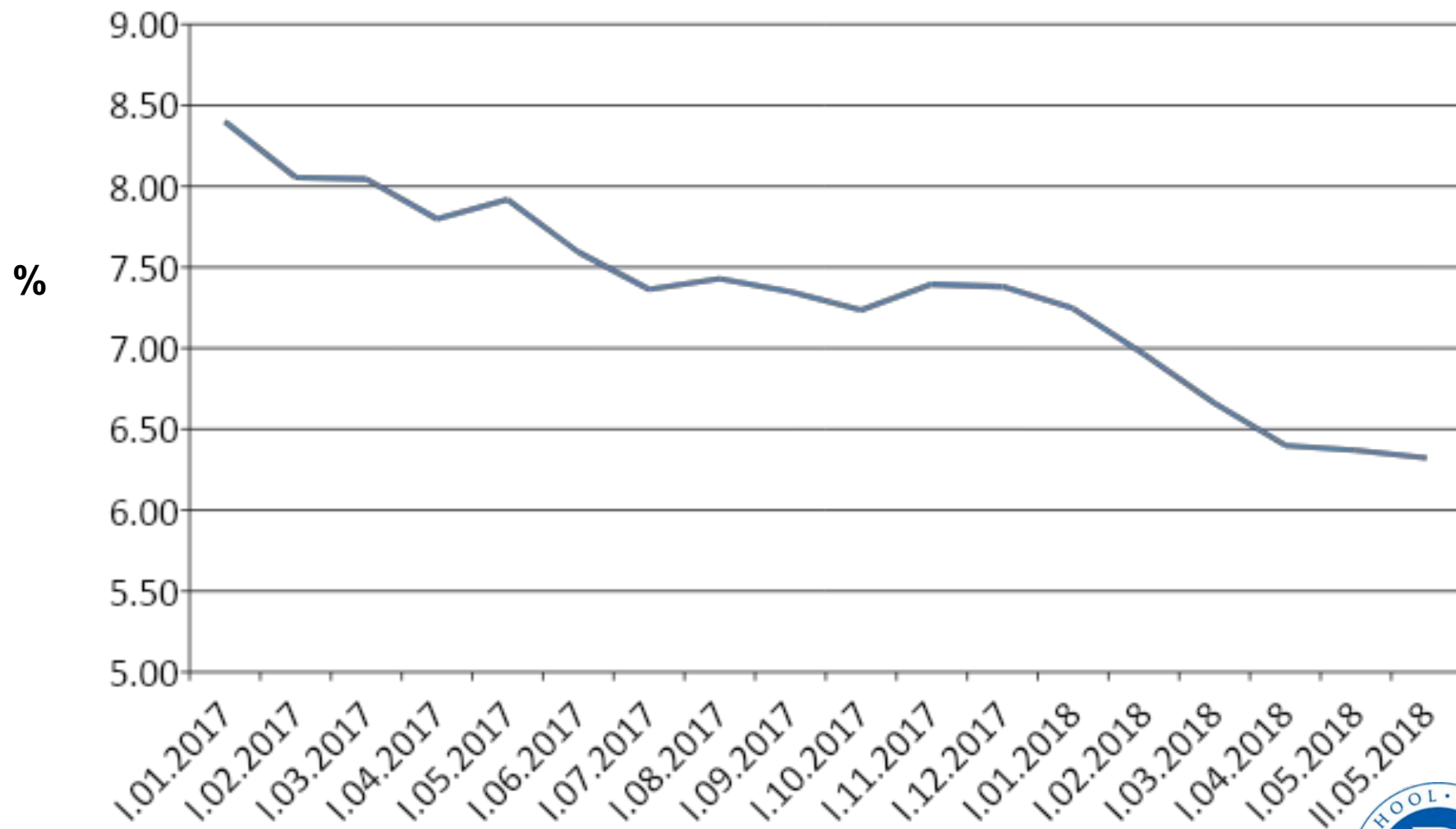
Индексы от Банка России

	2016	2017
Салат «Оливье»	+1,8%	+1%
Сельдь «под шубой»	+3,7%	-1%



данные ФОМ, Thomson Reuters, Доходъ

Средняя процентная ставка по вкладам 10 крупнейших банков России по объему привлеченных средств физлиц – 6,321% , II декада мая 2018



Источник: Сайт Центрального Банка РФ
<http://www.cbr.ru/statistics/Default.aspx?Prtid=avgprocstav>



БАНКОВСКИЙ ДЕПОЗИТ: ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ

Достоинства	Недостатки
Надежность (гарантированная доходность)	Низкая доходность (иногда – отрицательная, ниже чем инфляция)
Система страхования вкладов	Ограничения по сумме страхования
Широкая линейка депозитных вкладов	Ограниченная ликвидность банковского депозита

Главное преимущество депозита – простота и доступность

Главный враг депозита – инфляция

Финансовый риск

- возможность потерь денежных средств экономическими субъектами в процессе их деятельности. Сущность финансового риска заключается в наступлении неблагоприятного события с отрицательными экономическими последствиями в форме потерь прибыли, дохода и капитала.



Терминология

Процентом данного числа называется одна сотая часть этого числа. Термин процент произошел от латинского слова pro centum – на сотню (или за сто). В дореволюционной России процент, полученный за данную в долг или инвестируемую в некоторое дело сумму, называли «интересом».

Проценты – это доход от предоставления капитала в долг в различных формах (займы, кредиты и т.д.), либо от инвестиций (в суммах).

Процентная ставка – это величина, характеризующая интенсивность начисления процентов.

В зависимости от способа начисления процентов ставка может обозначаться:

i_{np} – ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

i_c – СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ С НАЧИСЛЕНИЕМ В КОНЦЕ ГОДА

j_m – СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ С НАЧИСЛЕНИЕМ m – РАЗ В ГОДУ

d_{np} – ПРОСТЫЕ ДИСКОНТНЫЕ ОПЕРАЦИИ (УЧЕТ ВЕКСЕЛЕЙ ИЛИ ССУДЫ ПОД ПРОСТОЙ ДИСКОНТ)

δ – СТАВКА НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕНТОВ (СИЛА РОСТА)

Терминология

Период начисления — это промежуток времени, за который начисляются проценты.

Символ *n* обозначает число стандартных, целых периодов времени, в течение которых наши деньги будут «зарабатывать» нам доходы.

При не целых периодах
$$n = \frac{t}{T}$$
 где:

t — период начисления (в днях, месяцах, кварталах..);

T — временная база (дней-дней в году, месяцев — месяцев в году, кварталов — кварталов в году)

Варианты: точные и обыкновенные проценты:

T=365(366) — точные; T=360 — обыкновенные проценты

Терминология

PV (present value) – текущая, настоящая, современная, приведенная стоимость денег; та сумма, которая будет работать (инвестируемая), то, что у нас есть сегодня.

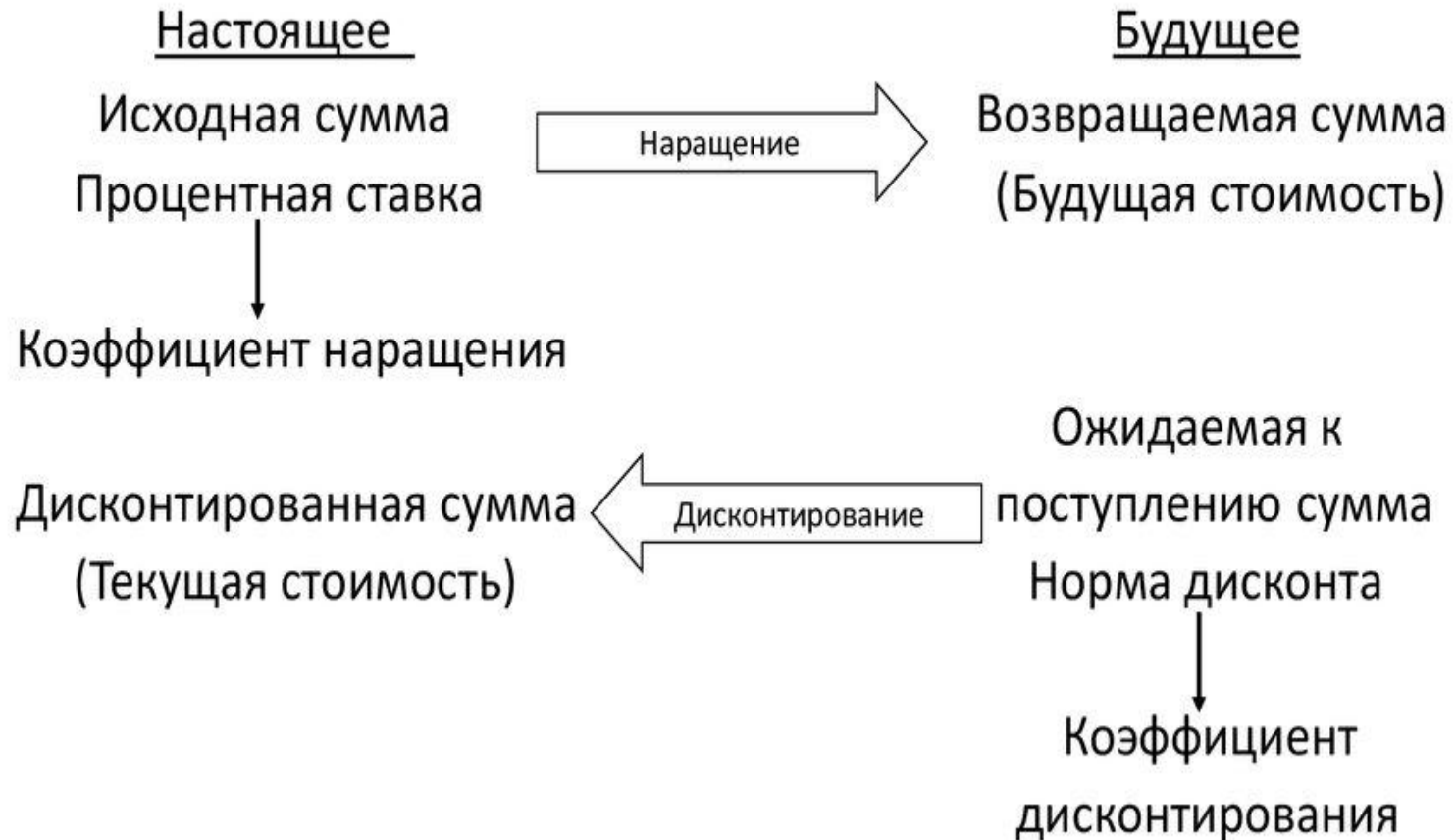
FV (future value) – будущая, наращенная стоимость денег (с учетом дохода в виде процентов).

Наращение (рост) первоначальной суммы (долга, инвестиций) – это увеличение первоначальной суммы за счет присоединения начисленных процентов (дохода).

Множитель (коэффициент) наращенния – это величина, показывающая, во сколько раз вырос первоначальный капитал.

Интервал начисления – это минимальный период, по происшествии которого происходит начисление процентов (обозначение – m – количество начислений в году).

Логика финансовых операций



ТЕКУЩИЙ
МОМЕНТ
ВРЕМЕНИ

БУДУЩИЙ
МОМЕНТ
ВРЕМЕНИ

Исходная сумма

Ставка наращения



наращение

Возвращаемая сумма

Приведенная сумма

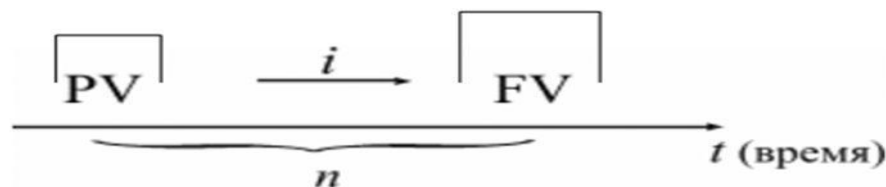
дисконтирование



Ожидаемая к
поступлению сумма

Ставка дисконтирования

Логика финансовой операции наращения



ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Если имеется несколько периодов времени (n), в каждый из которых исходная сумма PV увеличивается на $i\%$, то говорят, что на сумму начисляются простые проценты.

$$FV = PV * (1 + i_{np} * n) \qquad n = \frac{t}{T}$$

$$PV = \frac{FV}{1 + i_{np} * \frac{t}{T}}$$

$$i_{np} = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) * \frac{T}{t} = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1 \right)}{n}$$

$$n = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1 \right)}{i_{np}}$$

$$t = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) * T}{i_{np}}$$

Важно: ставка и период начисления должны быть в одном временном интервале (годовая – год; месячная – месяц; дневная – день)!

Задача 1

Вкладчик положил в банк, выплачивающий по депозитам 5% годовых простых, сумму 1500 рублей. Какая сумма будет на счету у вкладчика, если начисляются простые проценты: а) через год, б) через полгода, в) через 3 года, г) через 5 лет и 3 месяца.

Задача 2

А) Какую сумму надо положить в банк, выплачивающий 6% простых в год, чтобы через 2 года 6 месяцев получить 10000 рублей?

Б) Какую сумму надо положить в банк, чтобы через 10 лет купить квартиру стоимостью 800000 рублей, если по вкладам банк выплачивает 9% годовых простых?

Задача 3

В банк положили 1500 рублей, через 1 год и 3 месяца на счету было 1634,25 руб. Сколько процентов простых выплачивает банк в год?

Задача 4

Сколько времени необходимо для того, чтобы получить из 1000 рублей 1200 рублей на депозитном счете, если банк начисляет 8% простых в год?

Задача 5 (самостоятельно)

Можно приобрести машину сегодня за 5 тысяч долларов наличными или заплатив 5,4 тысячи долларов через год. Если у покупателя на счете в банке 5 тысяч долларов, и банк платит 7% простых годовых, то какой вариант приобретения автомобиля предпочтительнее?

Задача 1

Вкладчик положил в банк, выплачивающий по депозитам 5% годовых простых, сумму 1500 рублей. Какая сумма будет на счету у вкладчика, если начисляются простые проценты: а) через год, б) через полгода, в) через 3 года, г) через 5 лет и 3 месяца.

Дано:

$$PV=1500$$

$$i_{\text{пр}}=0,05 \text{ (5\%)}$$

$$n_A=1$$

$$n_B=0,5$$

$$n_B=3$$

$$n_{\Gamma}=5,25$$

FV-?

Решение:

$$FV = PV * (1 + i_{\text{пр}} * n)$$

$$A) FV = 1500 * (1 + 1 * 0,05) = 1575$$

$$Б) FV = 1500 (1 + 0,5 * 0,05) = 1537,5$$

$$В) FV = 1500 (1 + 3 * 0,05) = 1725$$

$$Г) FV = 1500 (1 + 5,25 * 0,05) = 1893,75$$



Задача 2

А) Какую сумму надо положить в банк, выплачивающий 6% простых в год, чтобы через 2 года 6 месяцев получить 10000 рублей?

Б) Какую сумму надо положить в банк, чтобы через 10 лет купить квартиру стоимостью 800000 рублей, если по вкладам банк выплачивает 9% простых годовых?

Дано:

$$FV=10000$$

$$i_{\text{пр}}=0,06 \text{ (6\%)}$$

$$n=2,5$$

PV=?

Решение:

$$PV = \frac{FV}{1 + i_{\text{пр}} * n}$$

$$A) PV = 10000 / (1 + 0.06 * 2.5) = 8695,65$$

$$Б) PV = 800000 / (1 + 0,09 * 10) = 421052,63$$



Задача 3

В банк положили 1500 рублей, через 1 год и 3 месяца на счету было 1634,25 руб. Сколько процентов простых выплачивает банк в год?

Дано:

$PV=1500$

$FV=1634,25$

$n=1,25$

$i_{пр} - ?$

Решение:

$$i_{пр} = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) * \frac{T}{t} = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1 \right)}{n}$$

$$i_{пр} = (1634.25/1500 - 1)/1.25 = 0,07 \text{ (7\%)}$$



Задача 3

В банк положили 1500 рублей, через 1 год и 3 месяца на счету было 1634,25 руб. Сколько процентов простых выплачивает банк в год?

Дано:

$PV=1500$

$FV=1634,25$

$n=1,25$

$i_{пр} - ?$

Решение:

$$i_{пр} = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) * \frac{T}{t} = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1 \right)}{n}$$

$$i_{пр} = (1634.25/1500 - 1)/1.25 = 0,07 \text{ (7\%)}$$



Задача 4

Сколько времени необходимо для того, чтобы получить из 1000 рублей 1200 рублей на депозитном счете, если банк начисляет 8% простых в год?

Дано:

$$PV=1000$$

$$FV=1200$$

$$i_{np}=0,08$$

n-?

Решение:

$$n = \frac{\left(\frac{FV}{PV} - 1\right)}{i_{np}}$$

$$n=(1200:1000-1)/0.08=2.5 \text{ (года)}$$



Признаки начисления простых процентов

1. По условию «простые проценты»;
2. Проценты начисляются на одну и ту же сумму (PV), которая была в начале всех периодов в конце срока.

Типичные ошибки:

- Ставка и срок не в одинаковом временном интервале (годовая – месяц);
- День вложения и день изъятия считаем за один день (ГК РФ: Проценты на сумму банковского вклада начисляются со дня, следующего за днем ее поступления в банк, до дня ее возврата вкладчику включительно)

Кредиты под простой процент (рассрочка)

$$Q = \frac{FV}{m * n}$$

По кредитам под простой процент требуется определять величину одного платежа (разовой уплаты)

Q – величина одного платежа

m – количество платежей в году

n- число лет кредитования

FV – кредит с процентами за весь срок (по формуле простого процента)

$n * m$ – общее количество платежей по кредиту за весь срок



Задача 6

Покупатель приобрел холодильник, цена которого 20000 руб., в кредит, уплатив сразу 5000 руб. и обязавшись уплатить остальное в течение 6 месяцев, делая ежемесячные равные платежи. Какую сумму он должен выплачивать ежемесячно, если продавец требует за кредит 6% простых в год? А если возьмет кредит на 2 года?

Дано:

$$PV=15000$$

$$i_{\text{пр}}=0,06$$

$$m=12$$

$$n_1=0,5$$

$$n_2=2$$

Q-?

Решение:

$$Q = \frac{FV}{m * n}$$

$$1) FV=15000*(1+0,06*0,5)=15450$$

$$Q=15450/12*0,5=2575$$

$$2) FV=15000*(1+0,06*2)=16800$$

$$Q=16800/12*2=700$$



Простые дисконтные операции

(ссуды под простой дисконт и учет векселей)

Простым дисконтом называется процентный доход, вычитаемый из ссуды в момент ее выдачи.

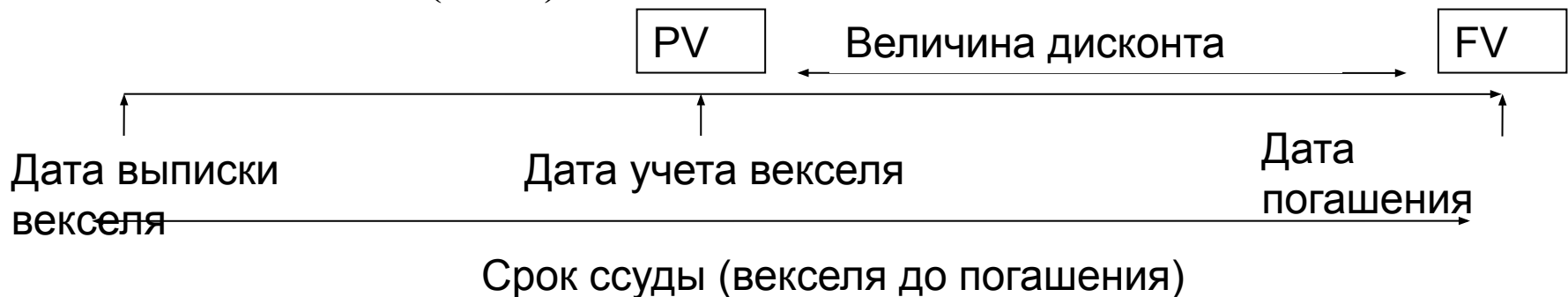
FV – величина ссуды, которую нужно возвращать (будущая стоимость)

n – срок кредитования (для векселей: n-время, оставшееся до срока оплаты с момента учета (покупки))

PV - величина ссуды в момент выдачи («на руки»)

d – процентная ставка, учетная ставка простого дисконта.

$$PV = FV - FV * n * d = FV(1 - n * d)$$



Задача 7

Финансовая компания дает ссуду 5000 рублей на 3 года под простой дисконт, равный 5% в год. Какую сумму получит клиент в момент получения ссуды?

Задача 8

Г-н Сидоров желает получить ссуду 10000 руб. (на руки). Сколько он должен вернуть через 3 месяца, если возьмет ссуду под 8% годовых простого дисконта?

Задача 9

Сколько должен вернуть Сидоров, если он возьмет ссуду 10000 руб. под 8% простых годовых на тот же срок (3 месяца)?



Задача 7

Финансовая компания дает ссуду 5000 рублей на 3 года под простой дисконт, равный 5% в год. Какую сумму получит клиент в момент получения ссуды?

$$PV = 5000 (1 - 0,05 * 3) = 4250$$

Задача 8

Г-н Сидоров желает получить ссуду 10000 (на руки). Сколько он должен вернуть через 3 месяца, если возьмет ссуду под 8% годовых простого дисконта?

$$FV = 10000 / (1 - 0,08 * 0,25) = 10204,08$$

Задача 9

Сколько должен вернуть Сидоров, если он возьмет ссуду под 8% простых годовых на тот же срок (3 месяца)?

$$FV = 10000 (1 + 0,08 * 0,25) = 10200$$



Сравнивая результаты, мы видим, что кредитору выгоднее давать ссуды под простой дисконт, чем под простой процент.

Задача 10

Тратта (переводной вексель) выдана на 10000 рублей с уплатой 15 октября 2015г. Владелец векселя учел его в банке 15 августа по учетной ставке 10% годовых. Сколько он получил?

Какую сумму он получит, если срок уплаты по векселю 14 октября 2016 года?

$$FV = 10000 \quad d = 0,1$$

А) число дней между 15 августа и 15 октября 2015года = 61,

$$n = 61/365$$

$$PV = 10000 * (1 - 61/365 * 0,1) = 9832,88$$

Б) Число дней между 15 августа 2015 и 14 октября 2016 равно = 61+364=425

$$PV = 10000 * (1 - 425/365 * 0,1) = 8835$$

Задача 11

Г-н Иванов занял у Петрова деньги, получив от него 9800 руб. и выдав вексель, по которому обязался уплатить 10000 рублей через 3 месяца. Под какой годовой дисконт выдан этот вексель?

$$d = \left(1 - \frac{PV}{FV}\right) * \frac{T}{t} = (1 - 9800:10000) * 12/3 = 0,08 \text{ (8\%)}$$



Признаки простых дисконтных операций

1. По условию «ссуда под простой дисконт»;
2. Задача про вексель;
3. Проценты вычитаются в момент выдачи ссуды, и на руки клиент получает сумму за вычетом процентов.

Типичные ошибки:

- Ставка и срок не в одинаковом временном интервале (годовая – месяц);
- Величина ссуды и номинал векселя – будущая стоимость (FV);
срок n - срок до погашения векселя или ссуды

Дополнительные задачи:

1. М.Е. Салтыков-Щедрин описывает в «Господах Головлевых» такую сцену: «Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос: сколько было бы у него теперь денег, если бы маменька подаренные ему при рождении дедушкой «на зубок» 100 рублей не присвоила себе, а положила в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, что немного – всего восемьсот рублей».

Требуется рассчитать, какой процент платил ломбард по вкладам, если возраст Порфирия в момент его расчетов равен 50 годам.

2. В 1624 г. остров Манхэттен (центр Нью-Йорка) был куплен у индейского вождя за 24 доллара. Чему равна эта сумма в 2004 году, если средний процент по долгосрочным займам за этот период в США составлял 6,3%.
3. Кредит на сумму 1 млн.руб. выдан 2 марта до 11 октября 2013 г. под 15% годовых простых. Определить размер наращенной суммы в случае точного и обыкновенного расчета процентов.
4. Какую сумму получит вкладчик по срочному вкладу «Молодежный» через 3 месяца (с 1 сентября по 1 декабря), вложив 10 000 рублей при процентной ставке по такому вкладу - 9% годовых? Проценты начисляются в конце срока.

Задача 4 (из дополнительных)

Какую сумму получит вкладчик по срочному вкладу «Молодежный» через 3 месяца (с 1 сентября по 1 декабря), вложив 10 000 рублей при процентной ставке по такому вкладу - 9% годовых? Проценты начисляются в конце срока.

Дано:

$$PV=10000$$

$$i_{\text{пр}}=0,09$$

$$n=91/365$$

FV-?

$$FV = PV * (1 + i_{\text{пр}} * n)$$

Решение:

$$FV = 10000 * (1 + 0,09 * 91/365) = 10224,38$$

С 1 сентября по 1 декабря 91 день начисления процентов (29+31+30+1)



Переменные ставки

Ставка процентов в финансовых операциях/контрактах может быть изменяющейся во времени.

Например, на интервалах начисления (в годах) $n_1, n_2, \dots, n_k$ применяются простые процентные ставки i_1, i_2, i_k соответственно. Тогда наращенная сумма определяется по формуле:

$$FV = PV * (1 + n_1 * i_1 + n_2 * i_2 + n_k * i_k)$$

Пример:

Вклад в размере 3000 рублей был положен в банк. Первые 4 месяца применялась простая процентная ставка 15% годовых, следующие 8 месяцев – 12% годовых простых. Определить сумму депозита через год.

$$FV = 3000 * (1 + 4/12 * 0,15 + 8/12 * 0,12) = 3390,00$$



Сложные проценты

Говорят, что на сумму PV начисляются i сложные проценты в течение n процентных периодов, если в конце каждого периода к сумме, имевшейся в начале этого периода, прибавляется $i\%$ от этой суммы, т.е. проценты капитализируются

$$FV = PV * (1 + i_c)^n$$



2 способа начисления СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ:

1) В конце года



$$FV = PV(1+i_c)^n \quad PV = \frac{FV}{(1+i_c)^n}$$

$$i_c = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \quad n = \frac{\ln(FV / PV)}{\ln(1+i_c)}$$

2) m - раз в году



$$FV = PV (1 + j/m)^{n*m}$$

$$PV = FV (1 + i_c/m)^{-n*m}$$

$$n = \frac{\ln(FV / PV)}{m * \ln(1 + \frac{j_m}{m})}$$

$$i_c = m * \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

$$FV = PV * (1+i)^{\text{целая-часть-лет}} * (1+\text{дробная-часть-лет} * i)$$

$$i_{\text{годовая}} = (1+i_{\text{мес}})^{12} - 1$$



СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

1. начисление процентов в конце года:

$$FV = PV(1 + i)^n \quad i_{\text{годовая}} = (1 + i_{\text{мес}})^{12} - 1$$

$$FV = PV * (1 + i)^{\text{целая-часть-лет}} * (1 + \text{дробная-часть-лет} * i)$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \quad n = \frac{\ln(FV / PV)}{\ln(1 + i)}$$

2. начисление процентов m раз в году:

$$FV = PV (1 + j_m / m)^{nm} \quad \text{или:} \quad FV = PV (1 + i/m)^{nm}$$

$$PV = FV (1 + i/m)^{-nm}$$

$$n = \frac{\ln(FV / PV)}{m * \ln(1 + \frac{j_m}{m})}$$

$$i = m * \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$



ФИНАНСОВЫЕ ТАБЛИЦЫ

Мультиплицирующий множитель
Характеризует будущую стоимость

$FMI(i, n) = (1 + i)^n$
одной денежной единицы на конец периода n

1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	20%	25%
1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100	1.110	1.120	1.130	1.140	1.150	1.160	1.200	1.250
1.020	1.040	1.060	1.082	1.102	1.124	1.145	1.166	1.188	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.322	1.346	1.440	1.562
1.030	1.060	1.093	1.125	1.158	1.191	1.225	1.260	1.295	1.331	1.368	1.405	1.443	1.482	1.521	1.561	1.728	1.953
1.041	1.082	1.126	1.170	1.216	1.262	1.311	1.360	1.412	1.464	1.518	1.574	1.630	1.689	1.749	1.811	2.074	2.441
1.051	1.104	1.159	1.217	1.276	1.338	1.403	1.469	1.539	1.611	1.685	1.762	1.842	1.925	2.011	2.100	2.488	3.052
1.062	1.126	1.194	1.265	1.340	1.419	1.501	1.587	1.677	1.772	1.870	1.974	2.082	2.195	2.313	2.436	2.986	3.815
1.072	1.149	1.230	1.316	1.407	1.504	1.606	1.714	1.828	1.949	2.076	2.211	2.351	2.502	2.660	2.826	3.583	4.768
1.083	1.172	1.267	1.369	1.477	1.594	1.718	1.851	1.993	2.144	2.305	2.476	2.658	2.853	3.059	3.278	4.300	5.900
1.094	1.195	1.305	1.423	1.551	1.689	1.838	1.999	2.172	2.358	2.558	2.773	3.004	3.252	3.518	3.803	5.160	7.451
1.105	1.219	1.344	1.480	1.629	1.791	1.967	2.159	2.367	2.594	2.839	3.106	3.395	3.707	4.046	4.411	6.192	9.313
1.116	1.243	1.384	1.539	1.710	1.898	2.105	2.332	2.580	2.853	3.152	3.479	3.836	4.226	4.652	5.117	7.450	11.642
1.127	1.268	1.426	1.601	1.796	2.012	2.252	2.518	2.813	3.138	3.498	3.896	4.334	4.818	5.350	5.926	8.916	14.552
1.138	1.294	1.469	1.665	1.886	2.133	2.410	2.720	3.066	3.452	3.883	4.363	4.888	5.492	6.153	6.886	10.699	18.190
1.149	1.319	1.513	1.732	1.980	2.261	2.579	2.937	3.342	3.797	4.310	4.887	5.535	6.361	7.076	7.987	12.839	22.757
1.161	1.346	1.558	1.801	2.079	2.397	2.759	3.172	3.642	4.177	4.785	5.474	6.254	7.138	8.137	9.265	15.407	28.422
1.173	1.373	1.605	1.873	2.183	2.540	2.952	3.426	3.970	4.595	5.311	6.130	7.067	8.137	9.358	10.748	18.488	35.527
1.184	1.400	1.653	1.948	2.292	2.693	3.159	3.700	4.328	5.054	5.895	6.866	7.986	9.276	10.761	12.408	22.186	44.409
1.196	1.428	1.702	2.026	2.407	2.854	3.380	3.996	4.717	5.500	6.543	7.690	9.024	10.575	12.375	14.462	26.623	55.511
1.208	1.457	1.753	2.107	2.527	3.026	3.616	4.316	5.142	6.116	7.263	8.613	10.197	12.065	14.232	16.776	31.948	69.389
1.220	1.486	1.806	2.191	2.653	3.207	3.870	4.661	5.604	6.727	8.062	9.646	11.523	13.743	16.366	19.461	38.337	86.736
1.232	1.516	1.880	2.279	2.786	3.399	4.140	5.034	6.109	7.400	8.949	10.804	13.021	15.667	18.821	22.574	46.005	108.42
1.245	1.546	1.916	2.370	2.925	3.603	4.430	5.436	6.658	8.140	9.933	12.100	14.713	17.861	21.644	26.186	55.205	135.53
1.257	1.577	1.974	2.465	3.071	3.820	4.740	5.871	7.258	8.954	11.026	13.552	16.626	20.361	24.891	30.376	66.247	169.41
1.270	1.608	2.033	2.563	3.225	4.049	5.072	6.341	7.911	9.850	12.249	15.178	18.788	23.212	28.625	35.236	79.496	211.76
1.282	1.641	2.094	2.666	3.386	4.292	5.427	6.848	8.623	10.834	13.585	17.000	21.230	26.467	32.918	40.874	95.395	264.70
1.294	1.674	2.157	2.772	3.553	4.561	5.807	7.341	9.244	11.500	14.000	17.500	21.750	27.000	33.750	42.750	100.000	280.000
1.306	1.707	2.220	2.887	3.728	4.848	6.192	7.848	9.920	12.500	15.000	18.500	22.500	27.500	33.500	40.500	110.000	330.000
1.318	1.740	2.283	2.999	3.915	5.125	6.576	8.400	10.750	13.500	16.000	19.500	23.500	28.500	34.500	42.500	120.000	380.000
1.330	1.773	2.346	3.114	4.102	5.402	6.951	8.875	11.250	14.250	17.000	20.250	24.250	29.250	35.250	44.250	130.000	430.000
1.342	1.806	2.409	3.233	4.289	5.679	7.326	9.350	11.750	15.000	18.000	21.250	25.250	30.250	36.250	46.250	140.000	480.000
1.354	1.839	2.472	3.352	4.476	5.956	7.701	9.825	12.250	15.750	19.000	22.250	26.250	31.250	37.250	48.250	150.000	530.000
1.366	1.872	2.535	3.471	4.663	6.233	8.076	10.300	12.750	16.500	20.000	23.250	27.250	32.250	38.250	50.250	160.000	580.000
1.378	1.905	2.598	3.590	4.850	6.510	8.451	10.775	13.250	17.250	21.000	24.250	28.250	33.250	39.250	52.250	170.000	630.000
1.390	1.938	2.661	3.709	5.037	6.787	8.826	11.250	13.750	18.000	22.000	25.250	29.250	34.250	40.250	54.250	180.000	680.000
1.402	1.971	2.724	3.828	5.224	7.064	9.201	11.725	14.250	18.750	23.000	26.250	30.250	35.250	41.250	56.250	190.000	730.000
1.414	2.004	2.787	3.947	5.411	7.341	9.576	12.200	15.000	19.500	24.000	27.250	31.250	36.250	42.250	58.250	200.000	780.000
1.426	2.037	2.850	4.066	5.598	7.618	9.951	12.675	15.750	20.250	25.000	28.250	32.250	37.250	43.250	60.250	210.000	830.000
1.438	2.070	2.913	4.185	5.785	7.895	10.326	13.150	16.500	21.000	26.000	29.250	33.250	38.250	44.250	62.250	220.000	880.000
1.450	2.103	2.976	4.304	5.972	8.172	10.701	13.625	17.250	21.750	27.000	30.250	34.250	39.250	45.250	64.250	230.000	930.000
1.462	2.136	3.039	4.423	6.159	8.449	11.076	14.100	18.000	22.500	28.000	31.250	35.250	40.250	46.250	66.250	240.000	980.000
1.474	2.169	3.102	4.542	6.346	8.726	11.451	14.575	18.750	23.250	29.000	32.250	36.250	41.250	47.250	68.250	250.000	1030.000
1.486	2.202	3.165	4.661	6.533	9.003	11.826	15.050	19.500	24.000	30.000	33.250	37.250	42.250	48.250	70.250	260.000	1080.000
1.498	2.235	3.228	4.780	6.720	9.280	12.201	15.525	20.250	24.750	31.000	34.250	38.250	43.250	49.250	72.250	270.000	1130.000
1.510	2.268	3.291	4.899	6.907	9.557	12.576	15.999	21.000	25.500	32.000	35.250	39.250	44.250	50.250	74.250	280.000	1180.000
1.522	2.301	3.354	5.018	7.094	9.834	12.951	16.475	21.750	26.250	33.000	36.250	40.250	45.250	51.250	76.250	290.000	1230.000
1.534	2.334	3.417	5.137	7.281	10.111	13.326	16.950	22.500	27.000	34.000	37.250	41.250	46.250	52.250	78.250	300.000	1280.000
1.546	2.367	3.480	5.256	7.468	10.388	13.701	17.425	22.750	27.750	35.000	38.250	42.250	47.250	53.250	80.250	310.000	1330.000
1.558	2.400	3.543	5.375	7.655	10.665	14.076	17.900	23.500	28.500	36.000	39.250	43.250	48.250	54.250	82.250	320.000	1380.000
1.570	2.433	3.606	5.494	7.842	10.942	14.451	18.375	24.250	29.250	37.000	40.250	44.250	49.250	55.250	84.250	330.000	1430.000
1.582	2.466	3.667	5.613	8.029	11.219	14.826	18.850	25.000	30.000	38.000	41.250	45.250	50.250	56.250	86.250	340.000	1480.000
1.594	2.499	3.730	5.732	8.216	11.496	15.201	19.325	25.750	30.750	39.000	42.250	46.250	51.250	57.250	88.250	350.000	1530.000
1.606	2.532	3.793	5.851	8.403	11.772	15.576	19.800	26.500	31.500	40.000	43.250	47.250	52.250	58.250	90.250	360.000	1580.000
1.618	2.565	3.856	5.970	8.590	12.048	15.951	20.275	27.250	32.250	41.000	44.250	48.250	53.250	59.250	92.250	370.000	1630.000
1.630	2.598	3.919	6.089	8.777	12.324	16.326	20.750	28.000	33.000	42.000	45.250	49.250	54.250	60.250	94.250	380.000	1680.000
1.642	2.631	4.082	6.208	8.964	12.600	16.701	21.225	28.750	33.750	43.000	46.250	50.250	55.250	61.250	96.250	390.000	1730.000
1.654	2.664	4.145	6.327	9.151	12.876	17.076	21.700	29.500	34.500	44.000	47.250	51.250	56.250	62.250	98.250	400.000	1780.000
1.666	2.697	4.208	6.446	9.338	13.152	17.451	22.175	30.250	35.250	45.000	48.250	52.250	57.250	63.250	100.250	410.000	1830.000
1.678	2.730	4.271	6.565	9.525	13.428	17.826	22.650	31.000	36.000	46.000	49.250	53.250	58.250	64.250	102.250	420.000	1880.000
1.690	2.763	4.334	6.684	9.712	13.704	18.201	23.125	31.750	36.750	47.000	50.250	54.250	59.250	65.250	104.250	430.000	1930.000
1.702	2.796	4.397	6.803	9.900	13.980	18.576	23.600	32.500	37.500	48.000	51.250	55.250	60.250	66.250	106.250	440.000	1980.000
1.714	2.829	4.460	6.922	10.087	14.256	18.951	24.075	33.250	38.250	49.000	52.250	56.250	61.250	67.250	108.250	450.000	2030.000
1.726	2.862	4.523	7.041	10.274	14.532	19.326	24.550	34.000	39.000	50.000	53.250	57.250	62.250	68.250	110.250		

Задача 1

Банк начисляет ежегодно 10% сложных. Клиент положил в этот банк 50000 рублей. Какая сумма будет на счету:

- А) через 5 лет Б) через 7 лет и 3 месяца

Задача 2

Банк начисляет ежегодно 12% сложных. Клиент положил в банк 20000 руб. Какая сумма будет на счету через 5 лет при начислении процентов:

- А) раз в год (годовых) В) поквартально
Б) по полугодиям Г) ежемесячно

Задача 3

Г-н Смирнов может вложить деньги в банк, выплачивающий $j_{12} = 24\%$. Какую сумму ему следует вложить, чтобы получить через 2 года и 6 месяцев 3000 рублей?



Задача 4

Г-н Филиппов хочет вложить 5000 рублей, чтобы через 2 года получить 7000 рублей. Под какую процентную ставку j_1 он должен вложить свои деньги?

Задача 5

Определить годовую ставку начисляемых ежегодно процентов, если вложенная сумма денег удваивается через 8 лет.

Задача 6

За какой срок первоначальный капитал в 50000 руб. увеличится до 200000 руб., если:

- а) начисляются 20% годовых сложных;
- б) проценты начисляются ежеквартально?



Сложные проценты

Пример:

- $PV = 10$ млн. руб.
- $i_c = 10\%$
- $n = 10$ лет

$$FV = 10 (1+0,1)^{10} = 25,94 \text{ млн. руб.}$$



КАПИТАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕНТОВ

$$r_{\text{э}} = \left[\left(1 + r_{\text{н}}/m \right)^m - 1 \right] \cdot 100$$

Где:

$r_{\text{э}}$ – эффективная ставка (ставка с учетом капитализации процентов)

$r_{\text{н}}$ – номинальная процентная ставка по депозиту

m – частота начисления процентов



КАПИТАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕНТОВ (ПРИМЕР)

Если ставка по депозиту = 12% годовых, при этом проценты начисляются ежемесячно, то эффективная ставка равна:

$$r_{\text{э}} = \left[\left(1 + 0,12/12 \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 12,68\%$$

Если вкладчик положил на годовой депозит 1 млн. руб. под 12% с ежемесячной капитализацией процентов, то через год он получит 1 126,8 тыс. руб.



Задача 1

Банк начисляет ежегодно 10% сложных. Клиент положил в этот банк 50000 рублей. Какая сумма будет на счету:

А) через 5 лет

Б) через 7 лет и 3 месяца

$$FV = PV(1 + i_c)^n$$

Дано:

$$PV = 50000$$

$$i_c = 0,1 \text{ (10\%)}$$

$$n_A = 5$$

$$n_B = 7,25$$

—
FV=?

Решение:

$$\begin{aligned} A) FV &= 50000 * (1 + 0.1)^5 \\ &= 50000 * 1.611 = 80550 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Б) FV &= 50000 * (1 + 0.1)^{7,25} \\ &= 50000 * 1.995 = 99750 \end{aligned}$$

или:

$$\begin{aligned} FV &= 50000 * (1 + 0.1)^7 * (1 + 0,1 * 0,25) = \\ &= 50000 * 1.949 * 1,025 = 99886,25 \end{aligned}$$

Задача 2

Банк начисляет ежегодно 12% сложных. Клиент положил в банк 20000 руб., какая сумма будет на счету через 5 лет при начислении процентов:

А) раз в год (годовых)

В) поквартально

Дано:

$$PV=20000$$

$$i_c = j_m = 0,12$$

$$n=5$$

$$m_1=1$$

$$m_2=2$$

$$m_3=4$$

$$m_4=12$$

FV-?

$$FV = PV (1 + j/m)^{n*m}$$

Решение:

$$\begin{aligned} A) FV &= 20000 * (1 + 0.12/1)^{5*1} \\ &= 20000 * 1.762 = 35240 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Б) FV &= 20000 * (1 + 0.12/2)^{5*2} \\ &= 20000 * (1 + 0.06)^{10} = 20000 * 1,791 = 35820 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} В) FV &= 20000 * (1 + 0.12/4)^{5*4} \\ &= 20000 * (1 + 0.03)^{20} = 20000 * 1,806 = 36120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Г) FV &= 20000 * (1 + 0.12/12)^{5*12} \\ &= 20000 * (1 + 0.01)^{60} \\ &= 20000 * 1,348 * 1,348 = 36342,08 \end{aligned}$$



Задача 3

Г-н Смирнов может вложить деньги в банк, выплачивающий $j_{12} = 24\%$.
Какую сумму ему следует вложить, чтобы получить через 2 года и 6 месяцев 3000 рублей?

Дано:

$$FV = 3000$$

$$i_c = j_{12} = 0,24$$

$$n = 2,5$$

$$m = 12$$

PV-?

Решение:

$$PV = 3000 (1 + 0,07/12)^{-58} = 3000$$

$$PV = FV (1 + i_c/m)^{-n*m}$$
$$(1 + 0,07/12)^{-58} = 0,58$$
$$PV = 3000 (1 + 0,07/12)^{-58} = 2195,30 \text{ руб.}$$

$$PV = \frac{3000}{(1 + \frac{0.24}{12})^{2.5*12}} = \frac{3000}{(1 + 0.02)^{30}} =$$

$$= \frac{3000}{1.811} = 1656.54$$



Задача 4

Г-н Филиппов хочет вложить 5000 рублей, чтобы через 2 года получить 7000 рублей. Под какую процентную ставку j_1 он должен вложить свои деньги?

Дано:

PV=5000

FV=7000

n=2

$i_c = j_1 = ?$

$$i_c = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \quad i_c = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

Решение:

$$i_c = \sqrt[2]{\frac{7000}{5000}} - 1 = \sqrt{1.4} - 1 = 0.183$$

или:

$$7000 = 5000 * (1 + i_c)^2$$
$$(1 + i_c)^2 = 1.4 \text{ (далее – по таблице)}$$



Задача 5

Определить годовую ставку начисляемых ежегодно процентов, если вложенная сумма денег удваивается через 8 лет.

Дано:

$$FV=2PV$$

$$n=8$$

$$i_c = j_1 = ?$$

$$i_c = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

Решение:

$$i_c = \sqrt[8]{\frac{2PV}{PV}} - 1 = \sqrt[8]{2} - 1 = 0.09051$$

или:

$$2PV = PV \cdot (1 + i_c)^8$$

$$(1 + i_c)^8 = 2 \text{ (далее – по таблице)}$$



Задача 6

За какой срок первоначальный капитал в 50000 руб. увеличится до 200000 руб., если:

а) начисляются 20% годовых сложных; б) проценты начисляются ежеквартально?

Дано:

PV=50000

FV=200000

а) $i_c=0,20$

б) $j_4=0,20$

m=4

n=?

$$n = \frac{\ln(FV / PV)}{\ln(1 + i_c)} \qquad n = \frac{\ln(FV / PV)}{m * \ln(1 + \frac{j_m}{m})}$$

Решение:

$$\text{а) } n = \frac{\ln(200000 / 50000)}{\ln(1 + 0.2)} = \frac{\ln 4}{\ln 1.2} = 7.6$$

$$\text{б) } n = \frac{\ln(200000 / 50000)}{4 * \ln(1 + \frac{0,2}{4})} = \frac{\ln 4}{4 * \ln 1,05} = 7.16$$

или:

$$200000 = 50000 * (1 + 0,2)^n$$
$$(1 + 0,2)^n = 4 \text{ (далее – по таблице)}$$



Эффект сложных процентов

Стоимость инвестиций в размере 100 долл. на
конец года при ставке 10%

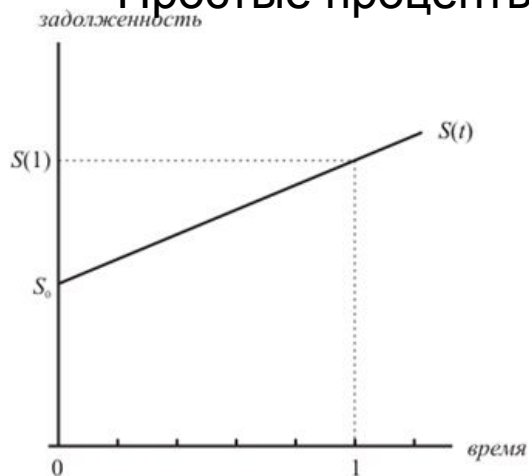
Годы	Простой процент	Сложный процент
1	110	110
2	120	121
3	130	133
4	140	146

10	200	259
50	600	11 739
100	1100	1 378 061
200	2100	18 990 527 622

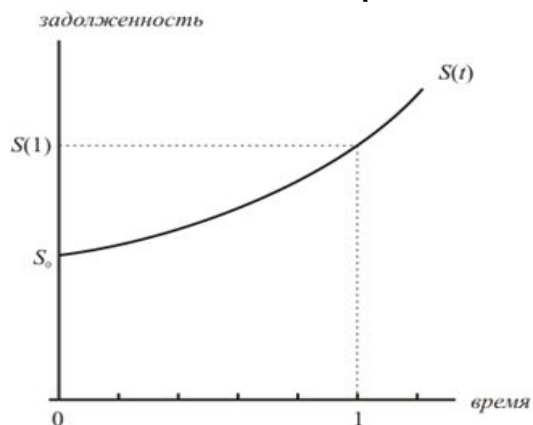


Сравнительный анализ применения простых и сложных процентов

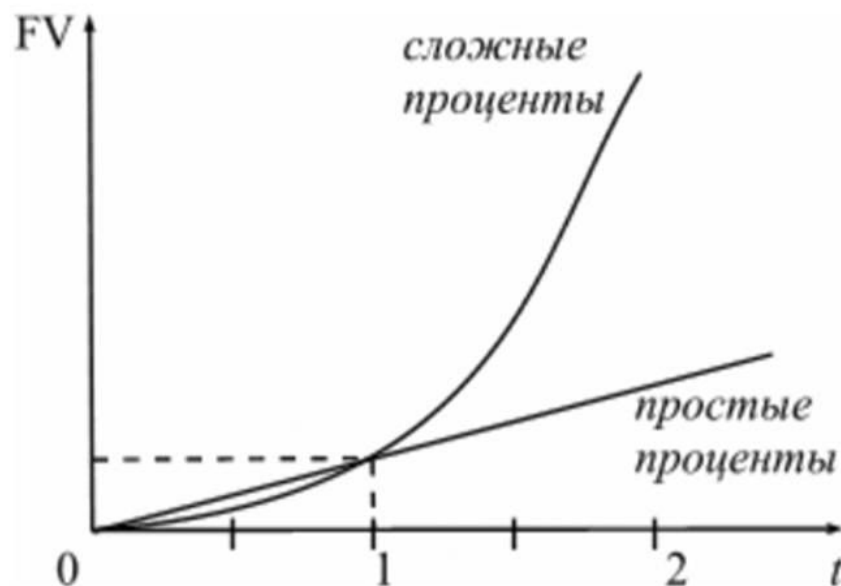
Простые проценты



Сложные проценты



НАРАЩЕНИЕ ПО ПРОСТЫМ И СЛОЖНЫМ ПРОЦЕНТАМ



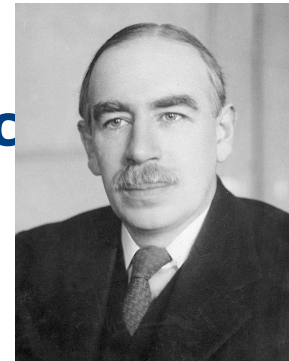


Остров Манхэттен (США) был куплен в 1626 году Питером Минуитом у местных индейцев за сумму, примерно равную 25 долларов. В настоящее время совокупная стоимость острова исчисляется миллиардами долларов. Однако, если бы Питер вложил свои 25 долларов в банк под 7% годовых, то в настоящее время он получил бы 3,6 триллиона долларов США, что существенно больше нынешней стоимости острова со всеми сооружениями на нем. Вот к чему приводит принятие однажды неправильного решения.



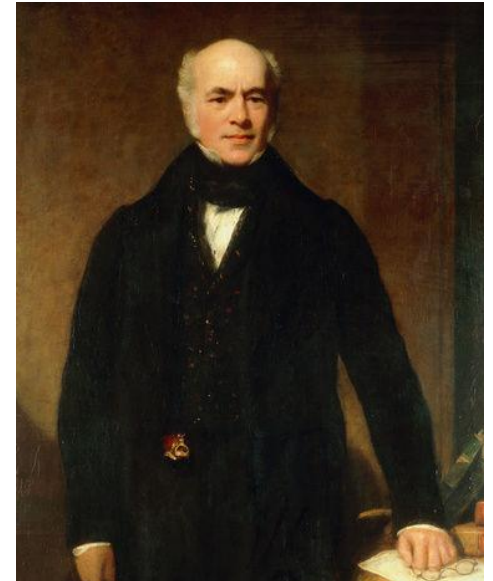
Интересные наблюдения известных людей

- **Метод сложных процентов всегда интриговал людей**
- **Известный экономист Джон Кейнс назвал этот процесс магией сложных процентов**
- **Действительно, на длительных отрезках времени первоначальные суммы, вложенные под сложный процент, увеличиваются очень существенно**



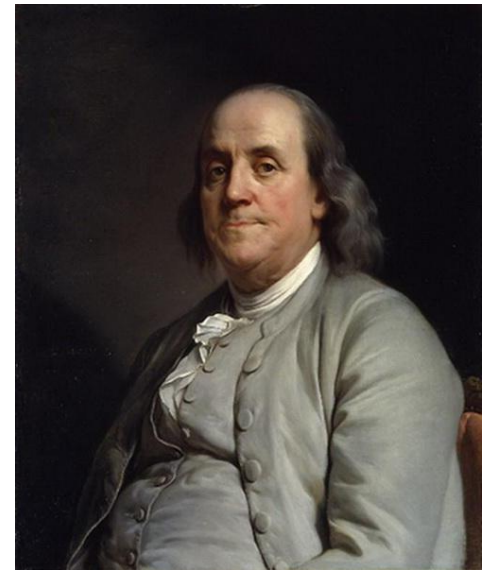
Интересные наблюдения известных людей

- **Английский астроном Френсис Бейли в 1810 году подсчитал, что если в год рождения Христа положить 1 пенс под 5% годовых, то за эти годы он превратился бы в такое количество золота, которого хватило бы для заполнения 357 млн. земных шаров.**



Интересные наблюдения известных людей

- Американский президент Бенджамин Франклин был более практичен. После своей смерти в 1790 г. он оставил 1000 фунтов стерлингов (4600 долл.) г. Бостону с условием, что они не будут трогать эти деньги в течение 100 лет. К 1890 г. эти средства увеличились более чем в 72 раза и составили 332 000 долл.



Признаки начисления сложных годовых процентов

1. По условию «сложные проценты»;
2. Проценты капитализируются в конце года;
3. Ставка годовая, а период больше года.

Признаки начисления сложных процентов с начислением m -раз в году

1. По условию «сложные проценты с начислением m -раз в году» (ежеквартально, ежемесячно..);
2. Проценты капитализируются m -раз в году;
3. Ставка j_m .

Типичные ошибки:

- Ставка и срок не в одинаковом временном интервале (годовая – месяц);



Задача 7

У физического лица имеются временно свободные денежные средства в размере 200 000 руб. сроком на 3 месяца с 1 сентября по 1 декабря текущего года. Банк предлагает ему приобрести депозитный сертификат на этот срок с выплатой 24% годовых по окончании срока, либо поместить деньги на депозитный вклад с начислением процентов по фиксированной процентной ставке 22,5% годовых. Проценты по вкладу начисляются и капитализируются в последний день месяца. Требуется определить, какую сумму процентов может получить вкладчик в том и ином случае.

$$FV = PV (1 + j / m)^{n * m}$$

$$FV = PV \left(1 + i \frac{t_{1-\text{месяца}}}{365}\right) * \left(1 + i \frac{t_{2-\text{месяца}}}{365}\right) * \dots$$



- ГК РФ: Проценты на сумму банковского вклада начисляются со дня, следующего за днем ее поступления в банк, до дня ее возврата вкладчику включительно)

Срок = 29 дней в сентябре + 31 день в октябре + 30 дней в ноябре +
+ 1 день в декабре = 91 день

$$FV_{\text{сертификат}} = 200000 * (1 + 0,24 * 91 / 365) =$$
$$= 211967,12$$

$$FV = PV \left(1 + i \frac{t_{1-\text{месяца}}}{365}\right) * \left(1 + i \frac{t_{2-\text{месяца}}}{365}\right) * \dots$$

$$FV_{\text{вклад}} = 200000 * (1 + 0,225 * 29 / 365) *$$
$$* (1 + 0,225 * 31 / 365) * (1 + 0,225 * 30 / 365) *$$
$$* (1 + 0,225 * 1 / 365) \approx 211430,50$$

http://www.banki.ru/services/calculators/deposits/

Пермь

ВходПоиск



ФИНАНСОВЫЙ СУПЕРМАРКЕТ



22,89% последнее предложение!
Инвестируй в МФК Мани Фанни!

Партнер раздела



7,76% доходность
в рублях

по номиналу в рублях, без учета комиссионных

БАНКИСТРАХОВАНИЕИНВЕСТИЦИИСВЯЗЬ И ИНТЕРНЕТБОНУСНЫЙ КЛУБ

ПОДБОР КРЕДИТА

НОВОСТИБАНКИ И КОМПАНИИПРОДУКТЫ И УСЛУГИРЕЙТИНГИОБЩЕНИЕСЕРВИСЫ

Главная + Калькулятор доходности вкладов

Q

Специальные предложения по вкл

Калькулятор дохс

Рассчитать онлайн на калькуляторе в

Вклады

Потребительские кредиты

Ипотека

Кредитные карты

Дебетовые карты

Автокредиты

Микрозаймы

Специальные предложения

Мастер подбора кредитов

Депозиты юрлиц

Кредиты для бизнеса

Лизинг

РКО

Курсы обмена валют

Калькулятор вкладов

Калькулятор кредитов

Калькулятор ипотеки

Калькулятор автокредитов

Калькулятор Cash Back

ежемесячная выплата процентов

▼

Калькулятор доходности вкладов

Рассчитать онлайн на калькуляторе вкладов процент по депозиту в банке

Сумма вклада

700 000

рубли



Срок размещения

1 год



задать свой

Дата начала срока

04.10.2018



Процентная ставка

8

% годовых

Начислено процентов

ДОБАВЛЯТЬ КО ВКЛАДУ

ВЫПЛАЧИВАТЬ

Периодичность капитализации

раз в месяц



Пополнение вклада

не предусмотрено



РАССЧИТАТЬ

Расчет доходности вклада

■ Сумма вклада	700 000 ₽
■ Сумма доложений	0 ₽
■ Начисленные проценты	58 099 ₽
■ Удержано налогов	0 ₽

В РФ доходы по ставке выше 12.5% в рублях и выше 9% в валюте облагаются налогом в размере 35%.

[Задать другие значения](#)



ГРАФИК ВЫПЛАТ ▾

подходящие вклады

Найдено 130 вкладов

☐ показать все преимущества

Название вклада, банк	Ставка	Мин. сумма, Р	Срок	Доход, Р
 Накопительный (с пакетом услуг) Уральский Банк Реконструкции и Развития	7,00% ⓘ преимущества	50 000	390 дней	54 202
 Онлайн Лидер Экспобанк	7,40% ⓘ преимущества	50 000	271 день	53 593
 Для жизни ЮниКредит Банк	7,25% ⓘ преимущества	100 000	368 дней	52 919
 Лидер Экспобанк	7,20% преимущества	50 000	271 день	52 097
 ТКБ-Онлайн Рantье ТранскапиталБанк	6,60% ⓘ преимущества	50 000	370 дней	51 701

ЕЩЕ 125 ВКЛАДОВ

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

Сложная и простая:

$$i_{np} = \frac{(1 + i_c)^n - 1}{n} \qquad i_c = \sqrt[n]{1 + n \cdot i_{np}} - 1$$

**Простая и сложная
с начислением m раз в год:**

$$i_{np} = \frac{(1 + \frac{j_m}{m})^{mn} - 1}{n} \qquad j_m = m(\sqrt[nm]{1 + n \cdot i_{np}} - 1)$$

**Сложная годовая и сложная
с начислением m раз в год:**

$$i_c = (1 + \frac{j_m}{m})^m - 1$$

Задача 8

Инфляция составляет 1% в месяц. Каким будет годовой показатель инфляции?

Задача 9

МФК «Быстроденьги» выдает кредиты:

Название Микрозаймы	Ставка, в день	Сумма, ₽	Срок, дней
Наличными	от 2,2%	от 1 000 до 30 000	от 6 до 31

Какой будет минимальная годовая ставка по кредиту ?

Задача 10

Предлагаются следующие виды депозитов на 2 года:

- А) 7% годовых с выплатой процентов в конце срока;
- Б) 6,8% годовых с ежеквартальной капитализацией;
- В) 6,6% годовых с ежемесячной капитализацией.

Выберите наиболее доходный вклад.



Задача 8

Инфляция составляет 1% в месяц. Каким будет годовой показатель инфляции?

Дано:

$$i_{\text{мес}} = 0,01$$

$$m = 12$$

$$\overline{i_{\text{годовая}}} - ?$$

Решение:

$$i_{\text{годовая}} = (1 + 0,01)^{12} - 1 = 1,127 - 1 = 0,127$$



Задача 9

МФК «Быстроденьги» выдает кредиты:

Название	Ставка, в день	Сумма, ₴	Срок, дней
<u>Наличными</u>	от 2,2%	от 1 000 до 30 000	от 6 до 31

Какой будет минимальная годовая ставка по кредиту?

Дано:

$$i_{\text{дневная}} = 0,022$$
$$n = 365$$

$$i_{\text{годовая}} = ?$$

Решение:

$$i_{\text{годовая}} = 0,022 * 365 = 8,03$$

803%!!!



Задача 10

Предлагаются следующие виды депозитов на 2 года:

А) 7% годовых с выплатой процентов в конце срока;

Б) 6,8% годовых с ежеквартальной капитализацией;

В) 6,6% годовых с ежемесячной капитализацией.

Выберите наиболее доходный вклад.

Дано:

А) $i_{\text{пр}} = 0,07$

Б) $j_4 = 0,068$

$m=4$

В) $j_{12} = 0,066$

$m=12$

$n=2$

$FV=?$

Решение:

А) $FV = PV(1 + 0,07 * 2) = PV * 1,14$

Б) $FV = PV(1 + \frac{0,068}{4})^{4*2} = PV * 1,14437$

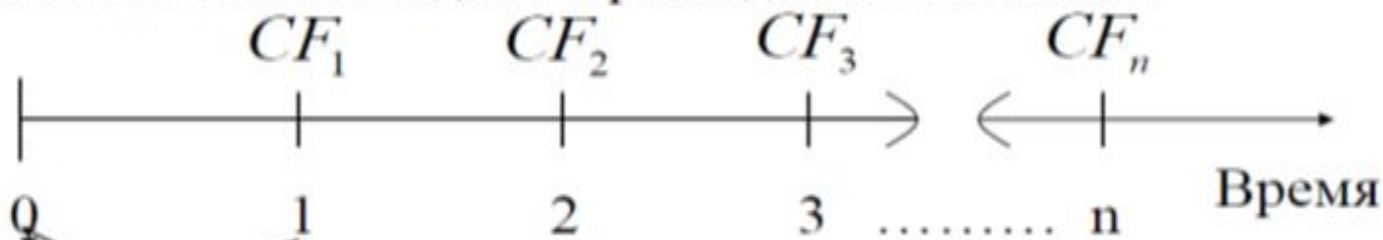
В) $FV = PV(1 + \frac{0,066}{12})^{12*2} = PV * 1,1407$



Концепция дисконтированных (приведенных) денежных потоков (DCF)

Сложение денежных потоков различных периодов невозможно

Требуется приведение денежных потоков к одному периоду путем учета временной стоимости денег и риска денежных потоков



$$PV(CF_1) + PV(CF_2) + PV(CF_3) \dots PV(CF_n) = \frac{CF_n}{(1+r)^n}$$

Только приведенные CF обладают свойством аддитивности

Задачи, в которых имеются несколько потоков (вложений и изъятий, отрицательных и положительных), решаются по следующему алгоритму:

1. Строится график (ось) платежей
2. Денежные потоки распределяются на оси по времени (вложения изображаются над осью, изъятия и остаток – под осью; или распределяются альтернативные варианты платежей: над осью – один, под осью - другой).
3. Выбирается точка отсчета, к ней приводятся все денежные потоки: те, что слева – наращиваются, справа – дисконтируются за тот период времени, что разделяет поток и выбранную точку, в точке отсчета поток не меняется (равен современной стоимости в этот момент).
4. Составляется уравнение (все вложения = всем изъятиям + остаток; или 1 вариант выплат = другому), т.е все потоки над осью равны всем потокам под осью, приведенным в точку отсчета.
5. Множитель для наращивания или дисконтирования определяется по способу начисления процентов в условиях задачи (сложные годовые - i_c или начисление m раз в году по ставке j_m)

$$(1+i)^n$$

$$(1+j/m)^{n*m}$$



ПРИМЕР

Рассмотрим 2 варианта инвестиционных проектов: А и Б, генерирующих денежные потоки (например, чистую прибыль) с началом через год и окончанием через 4 года от текущего момента. Объем инвестиций в нулевом периоде для обоих проектов 1200 единиц.

Инвестор может вложить свои деньги в другие финансовые инструменты с рыночной (или альтернативной) доходностью:

А) 10% годовых

Б) 25% годовых

Какой проект выбрать?

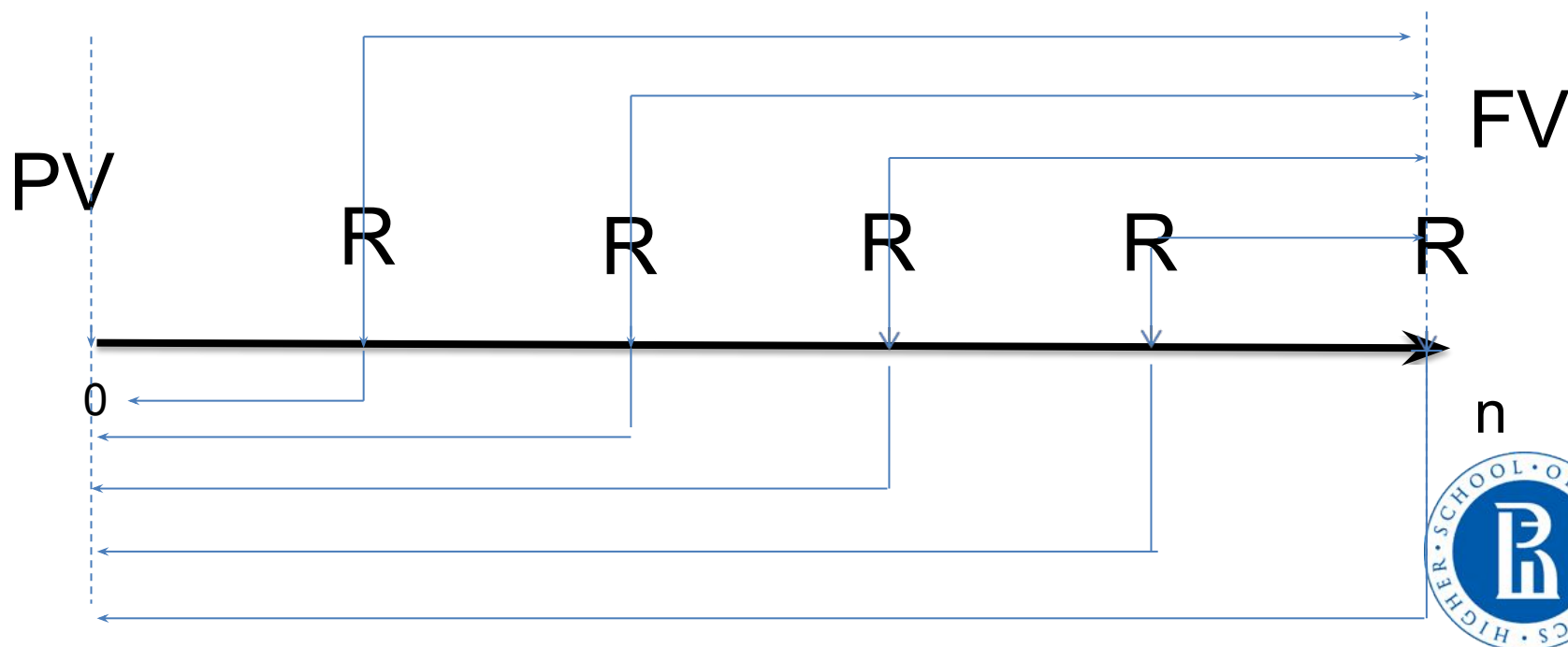
Период (год)	Денежные потоки проекта А	Денежные потоки проекта Б
0 (начало проекта)	-1200 (инвестиции)	-1200 (инвестиции)
1	500	900
2	600	600
3	700	500
4	800	400
Итого (нарастающим итогом)	2600	2400

	Проект А			Проект Б		
Период (год)	Денежные потоки (прибыль) проекта А	Текущая (современная) стоимость потоков при ставке дисконтирования 10%	Текущая (современная) стоимость потоков при ставке дисконтирования 24%	Денежные потоки (прибыль) проекта Б	Текущая (современная) стоимость потоков при ставке дисконтирования 10%	Текущая (современная) стоимость потоков при ставке дисконтирования 24%
0 (начало)	-1200 (инвестиции)	-1200	-1200	-1200 (инвестиции)	-1200	-1200
1	500	454.8	400	900	818,2	720
2	600	495.8	384,1	600	495,8	384,1
3	700	525.9	358,4	500	375,7	256
4	800	546.4	327,7	400	273,2	163,9
PV		2022,7	1470,2		1962,9	1524
NPV		822,7	270,2		762,9	324

Финансовые ренты (аннуитеты)

Финансовой рентой (или аннуитетом) называется последовательность платежей, производящихся через равные промежутки времени.

Примеры: доходы по ценным бумагам (облигациям, акциям), регулярные взносы в фонды, страховые взносы, погашение аннуитетного кредита, и др.



Характеристики (параметры) аннуитета:

- величина каждого отдельного платежа;

R – годовой платеж $\frac{R}{p}$ – платеж p - раз в году R_r – платеж один раз в r лет

- срок от начала аннуитета до конца его последнего периода (n): ограниченные или бесконечные (вечные) ренты;

- процентная ставка, применяемая при дисконтировании или наращении платежей (годовая – i_c или с начислением процентов m - раз в году по ставке j_m).

- интервал времени между двумя последовательными платежами (период аннуитета – обозначается через величину платежа: годовой, p - раз в году, один раз в r лет);



НАРАЩЕННАЯ СТОИМОСТЬ (FV) ОГРАНИЧЕННЫХ РЕНТ (АННУИТЕТОВ) постнумерандо

Коэффициент наращивания аннуитетов $S_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$\text{Коэффициент } K_{p,i} = \frac{i}{p \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]}$$

II. Ренты с начислением процентов m раз в году

2.1 Годовая рента

$$FV = R * \frac{S_{m*n, \frac{j_m}{m}}}{S_{m, \frac{j_m}{m}}}$$

2.2 p -срочная рента

$$FV = \frac{R}{p} * \frac{S_{m*n, \frac{j_m}{m}}}{S_{\frac{m}{p}, \frac{j_m}{m}}}$$

Частный случай p -срочной ренты при $p=m$:

$$FV = \frac{R}{m} * \frac{S_{m*n, \frac{j_m}{m}}}{S_{1, \frac{j_m}{m}}} = \frac{R}{m} * S_{mn, \frac{j_m}{m}}$$

2.3 рента с периодом больше года

$$FV = R_r * \frac{S_{mn, \frac{j_m}{m}}}{S_{mr, \frac{j_m}{m}}}$$



I. Ренты с начислением процентов в конце года

1.1 Годовая рента $FV = R * S_{n,i}$

1.2 p -срочная рента $FV = R * S_{n,i} * K_{p,i}$

1.3 рента с периодом больше года

$$FV = R_r * \frac{S_{n,i}}{S_{r,i}}$$

СОВРЕМЕННАЯ (ПРИВЕДЕННАЯ) СТОИМОСТЬ (PV) ОГРАНИЧЕННЫХ РЕНТ (АННУИТЕТОВ) постнумерандо

Коэффициент приведения аннуитетов: $a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

Коэффициент $K_{p,i} = \frac{i}{p \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]}$

I. Ренты с начислением процентов в конце года

1.1 Годовая рента

$$PV = R * a_{n,i}$$

1.2 Р-срочная рента

$$PV = R * a_{n,i} * K_{p,i}$$

1.3 Рента с периодом больше года

$$PV = R_r * \frac{a_{n,i}}{S_{r,i}}$$

II. Ренты с начислением процентов m раз в год

2.1 Годовая рента

$$PV = R * \frac{a_{nm, \frac{j_m}{m}}}{S_{m, \frac{j_m}{m}}}$$

2.2 р-срочная рента

$$PV = \frac{R}{p} * \frac{a_{nm, \frac{j_m}{m}}}{S_{\frac{m}{p}, \frac{j_m}{m}}}$$

Частный случай при $p=m$

$$PV = R * \frac{a_{nm, \frac{j_m}{m}}}{m}$$

2.3 рента с периодом больше года

$$PV = R_r * \frac{a_{nm, \frac{j_m}{m}}}{S_{mr, \frac{j_m}{m}}}$$



Выбор формулы для решения задач по теме «Ренты» должны подчиняться следующему алгоритму:

1. Ограниченная (время ограничено) или вечная (бесконечная).
2. Определить, какую стоимость необходимо найти (PV или FV): настоящую (PV - сколько вложить сегодня, чтобы потом получать известные, необходимые суммы) или будущую (FV - сколько будет, если вкладывать известные суммы).

Если нужно найти период ренты или процентную ставку, берем формулу той стоимости, которая известна!

3. Определить вид ренты по способу начисления процентов:

- проценты начисляются в конце года (первая цифра в формуле – 1)
- проценты начисляются несколько раз в году (m – раз) (первая цифра формулы – 2)

4. определить вид ренты по способу внесения платежей:

- 1 раз в год – годовая (вторая цифра в формуле – 1),
- несколько раз в году - *p-срочная рента* (вторая цифра в формуле – 2)

один раз за период, больше чем год (1 раз в 1,5, 2, 3 года) – рента с периодом больше года (вторая цифра в формуле – 3)



Выбор формулы для решения задач по теме «Ренты» должны подчиняться следующему алгоритму:

1. $\swarrow n \quad \swarrow \infty$
2. $PV \quad \swarrow \quad \swarrow FV$
3. $i_c \quad \swarrow \quad \swarrow j_m$
4. Платеж
 $R \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow R_r$
 R/p



Таблица 3

$$\text{Мультиплицирующий множитель } FM 3(r, n) = \sum_{i=1}^n (1+r)^{n-i} = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Характеризует будущую стоимость срочного аннуитета постнуме равно к одной денежной единице продолжительностью n периодов.

$n \backslash r$	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	20%	25%	30%	35%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.010	2.020	2.030	2.040	2.050	2.060	2.070	2.080	2.090	2.100	2.110	2.120	2.130	2.140	2.150	2.160	2.200	2.250	2.300	2.350
3	3.030	3.060	3.091	3.122	3.152	3.184	3.215	3.246	3.278	3.310	3.342	3.374	3.407	3.440	3.472	3.506	3.640	3.813	3.990	4.172
4	4.060	4.122	4.184	4.246	4.310	4.375	4.440	4.506	4.573	4.641	4.710	4.779	4.850	4.921	4.993	5.066	5.368	5.766	6.187	6.633
5	5.101	5.204	5.309	5.416	5.526	5.637	5.751	5.867	5.985	6.105	6.228	6.353	6.480	6.610	6.742	6.877	7.442	8.207	9.043	9.954
6	6.152	6.308	6.468	6.633	6.802	6.975	7.153	7.336	7.523	7.716	7.913	8.115	8.323	8.535	8.754	8.977	9.930	11.259	12.756	14.438
7	7.214	7.434	7.662	7.898	8.142	8.394	8.654	8.923	9.200	9.487	9.783	10.089	10.405	10.730	11.067	11.414	12.916	15.073	17.583	20.492
8	8.286	8.583	8.892	9.214	9.549	9.897	10.260	10.637	11.028	11.436	11.859	12.300	12.757	13.233	13.727	14.240	16.499	19.842	23.858	28.664
9	9.368	9.755	10.159	10.583	11.027	11.491	11.978	12.488	13.021	13.579	14.164	14.776	15.416	16.085	16.786	17.518	20.799	25.802	32.015	39.696
10	10.462	10.950	11.464	12.006	12.578	13.181	13.816	14.487	15.193	15.937	16.722	17.549	18.420	19.337	20.304	21.321	25.959	33.253	42.619	54.590
11	11.567	12.169	12.808	13.486	14.207	14.972	15.784	16.645	17.560	18.531	19.561	20.655	21.814	23.044	24.349	25.733	32.150	42.566	56.405	74.696
12	12.682	13.412	14.192	15.026	15.917	16.870	17.888	18.977	20.141	21.384	22.713	24.133	25.650	27.271	29.001	30.850	39.580	54.208	74.326	101.84
13	13.809	14.680	15.618	16.627	17.713	18.882	20.141	21.495	22.953	24.523	26.211	28.029	29.984	32.088	34.352	36.786	48.496	68.760	97.624	138.48
14	14.947	15.974	17.086	18.292	19.598	21.015	22.550	24.215	26.019	27.975	30.095	32.392	34.882	37.581	40.504	43.672	59.196	86.949	127.91	187.95
15	16.097	17.293	18.599	20.023	21.578	23.276	25.129	27.152	29.361	31.772	34.405	37.280	40.417	43.842	47.580	51.639	72.035	109.69	167.29	254.74
16	17.258	18.639	20.157	21.824	23.657	25.672	27.888	30.324	33.003	35.949	39.190	42.753	46.671	50.980	55.717	60.925	87.442	138.11	218.47	344.90
17	18.430	20.012	21.761	23.697	25.840	28.213	30.840	33.750	36.973	40.544	44.500	48.883	53.738	59.117	65.075	71.673	105.93	173.64	285.01	466.61
18	19.614	21.412	23.414	25.645	28.132	30.905	33.999	37.450	41.301	45.599	50.396	55.749	61.724	68.393	75.836	84.140	128.12	218.05	371.51	630.92
19	20.811	22.840	25.117	27.671	30.539	33.760	37.379	41.446	46.018	51.158	56.939	63.439	70.748	78.968	88.211	98.603	154.74	273.56	483.97	852.74
20	22.019	24.297	26.870	29.778	33.066	36.785	40.995	45.762	51.159	57.274	64.202	72.052	80.946	91.024	102.44	115.38	186.69	342.95	630.16	1152.2
21	23.239	25.783	28.676	31.960	35.719	39.992	44.865	50.422	56.764	64.002	72.264	81.698	92.468	104.77	118.81	134.84	225.02	429.68	820.20	1556.5
22	24.471	27.299	30.536	34.248	38.505	43.392	49.005	55.456	62.872	71.402	81.213	92.502	105.49	120.43	137.63	157.41	271.03	538.10	1067.3	2102.2
23	25.716	28.845	32.452	36.618	41.430	46.995	53.435	60.893	69.531	79.542	91.147	104.60	120.20	138.30	159.27	183.60	326.23	673.63	1388.4	2839.0
24	26.973	30.421	34.426	39.082	44.501	50.815	58.176	66.764	76.789	88.496	102.17	118.15	136.83	158.66	184.17	213.98	392.48	843.03	1806.0	3833.7
25	28.243	32.030	36.459	41.645	47.726	54.864	63.248	73.105	84.699	98.346	114.41	133.33	155.62	181.87	212.79	249.21	471.98	1054.8	2348.8	5176.4
30	34.784	40.567	47.575	56.084	66.438	79.057	94.459	113.28	136.31	164.49	199.02	241.33	293.19	356.78	434.74	530.31	1181.9	3227.2	8729.8	23221.
35	41.659	49.994	60.461	73.651	90.318	111.43	138.23	172.31	215.71	271.02	341.58	431.66	546.66	693.55	881.15	1120.7	2948.3	9856.7	32422.	
40	48.885	60.401	75.400	95.024	120.80	154.76	199.63	259.05	337.87	442.58	581.81	767.08	1013.7	1342.0	1779.0	2360.7	7343.7	30089.		
45	56.479	71.891	92.718	121.03	159.70	212.74	285.74	386.50	525.84	718.88	986.61	1358.2	1874.1	2590.5	3585.0	4965.2	18281.	91831		
50	64.461	84.577	112.79	152.66	209.34	290.33	406.52	573.76	815.05	1163.9	1668.7	2400.0	3459.3	4994.3	7217.5	10435.	45496			

Таблица 3

$$\text{Мультиплицирующий множитель } FM 3(r; n) = \sum_{i=1}^n (1+r)^{n-i} = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Характеризует будущую стоимость срочного аннуитета постнуме равно в одну денежную единицу продолжительностью n периодов.

$n \backslash r$	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	20%	25%	30%	35%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.010	2.020	2.030	2.040	2.050	2.060	2.070	2.080	2.090	2.100	2.110	2.120	2.130	2.140	2.150	2.160	2.200	2.250	2.300	2.350
3	3.030	3.060	3.091	3.122	3.152	3.184	3.215	3.246	3.278	3.310	3.342	3.374	3.407	3.440	3.472	3.506	3.640	3.813	3.990	4.172
4	4.060	4.122	4.184	4.246	4.310	4.375	4.440	4.506	4.573	4.641	4.710	4.779	4.850	4.921	4.993	5.066	5.368	5.766	6.187	6.633
5	5.101	5.204	5.309	5.416	5.526	5.637	5.751	5.867	5.985	6.105	6.228	6.353	6.480	6.610	6.742	6.877	7.442	8.207	9.043	9.954
6	6.152	6.308	6.468	6.633	6.802	6.975	7.153	7.336	7.523	7.716	7.913	8.115	8.323	8.535	8.754	8.977	9.930	11.259	12.756	14.438
7	7.214	7.434	7.662	7.898	8.142	8.394	8.654	8.923	9.200	9.487	9.783	10.089	10.405	10.730	11.067	11.414	12.916	15.073	17.583	20.492
8	8.286	8.583	8.892	9.214	9.549	9.897	10.260	10.637	11.028	11.436	11.859	12.300	12.757	13.233	13.727	14.240	16.499	19.842	23.858	28.664
9	9.368	9.755	10.159	10.583	11.027	11.491	11.978	12.488	13.021	13.579	14.164	14.776	15.416	16.085	16.786	17.518	20.799	25.802	32.015	39.696
10	10.462	10.950	11.464	12.006	12.578	13.181	13.816	14.487	15.193	15.937	16.722	17.549	18.420	19.337	20.304	21.321	25.959	33.253	42.619	54.590
11	11.567	12.169	12.808	13.486	14.207	14.972	15.784	16.645	17.560	18.531	19.561	20.655	21.814	23.044	24.349	25.733	32.150	42.566	56.405	74.696
12	12.682	13.412	14.192	15.026	15.917	16.870	17.888	18.977	20.141	21.384	22.713	24.133	25.650	27.271	29.001	30.850	39.580	54.208	74.326	101.84
13	13.809	14.680	15.618	16.627	17.713	18.882	20.141	21.495	22.953	24.523	26.211	28.029	29.984	32.088	34.352	36.786	48.496	68.760	97.624	138.48
14	14.947	15.974	17.086	18.292	19.598	21.015	22.550	24.215	26.019	27.975	30.095	32.392	34.882	37.581	40.504	43.672	59.196	86.949	127.91	187.95
15	16.097	17.293	18.599	20.023	21.578	23.276	25.129	27.152	29.361	31.772	34.405	37.280	40.417	43.842	47.580	51.659	72.035	109.69	167.29	254.74
16	17.258	18.639	20.157	21.824	23.657	25.672	27.888	30.324	33.003	35.949	39.190	42.753	46.671	50.980	55.717	60.925	87.442	138.11	218.47	344.90
17	18.430	20.012	21.761	23.697	25.840	28.213	30.840	33.750	36.973	40.544	44.500	48.883	53.738	59.117	65.075	71.673	105.93	173.64	285.01	466.61
18	19.614	21.412	23.414	25.645	28.132	30.905	33.999	37.450	41.301	45.599	50.396	55.749	61.724	68.393	75.836	84.140	128.12	218.05	371.51	630.92
19	20.811	22.840	25.117	27.671	30.539	33.760	37.379	41.446	46.018	51.158	56.939	63.439	70.748	78.968	88.211	98.603	154.74	273.56	483.97	852.74
20	22.019	24.297	26.870	29.778	33.066	36.785	40.995	45.762	51.159	57.274	64.202	72.052	80.946	91.024	102.44	115.38	186.69	342.95	630.16	1152.2
21	23.239	25.783	28.676	31.969	35.719	39.992	44.865	50.422	56.764	64.002	72.264	81.698	92.468	104.77	118.81	134.84	225.02	429.68	820.20	1556.5
22	24.471	27.299	30.536	34.248	38.505	43.392	49.005	55.456	62.877	71.402	81.213	92.502	105.49	120.43	137.63	157.41	271.03	538.10	1067.3	2102.2
23	25.716	28.845	32.452	36.618	41.430	46.995	53.435	60.893	69.531	79.542	91.147	104.60	120.20	138.30	159.27	183.60	326.23	673.63	1388.4	2839.0
24	26.973	30.421	34.426	39.082	44.501	50.815	58.176	66.764	76.789	88.496	102.17	118.15	136.83	158.66	184.17	213.98	392.48	843.03	1806.0	3833.7
25	28.243	32.030	36.459	41.645	47.726	54.864	63.248	73.105	84.699	98.346	114.41	133.33	155.62	181.87	212.79	249.21	471.98	1054.8	2348.8	5176.4
30	34.784	40.567	47.575	56.084	66.438	79.057	94.459	113.28	136.31	164.49	199.02	241.33	293.19	356.78	434.74	530.31	1181.9	3227.2	8729.8	23221.
35	41.659	49.994	60.461	73.651	90.318	111.43	138.23	172.31	215.71	271.02	341.58	431.66	546.66	693.55	881.15	1120.7	2948.3	9856.7	32422.	
40	48.885	60.401	75.400	95.024	120.80	154.76	199.63	259.05	337.87	442.58	581.81	767.08	1013.7	1342.0	1779.0	2360.7	7343.7	30089.		
45	56.479	71.891	92.718	121.03	159.70	212.74	285.74	386.50	525.84	718.88	986.61	1358.2	1874.1	2590.5	3585.0	4965.2	18281.	91831		
50	64.461	84.577	112.79	152.66	209.34	290.33	406.52	573.76	815.05	1163.9	1668.7	2400.0	3459.3	4994.3	7217.5	10435.	45496			

Таблица 5					
				i	
	<i>Коэффициент</i>	$K_{p,i} =$	$p \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]$		
		р-членов			
i		2	4	6	12
1,00%	0,01	1,0024938	1,0037422	1,0041586	1,0045751
2,00%	0,02	1,0049752	1,0074691	1,0083012	1,0091339
3,00%	0,03	1,0074457	1,0111807	1,0124281	1,0136766
4,00%	0,04	1,0099020	1,0148774	1,0165396	1,0182035
5,00%	0,05	1,0123475	1,0185594	1,0206356	1,0227149
6,00%	0,06	1,0147815	1,0222268	1,0247168	1,0272107
7,00%	0,07	1,0172040	1,0258802	1,0287830	1,0316914
8,00%	0,08	1,0196152	1,0295190	1,0328346	1,0361572
9,00%	0,09	1,0220153	1,0331441	1,0368717	1,0406083
10,00%	0,10	1,0244044	1,0367555	1,0408246	1,0450447
11,00%	0,11	1,0267827	1,0403533	1,0449034	1,0494668
12,00%	0,12	1,0291503	1,0439377	1,0488984	1,0538748
13,00%	0,13	1,0315073	1,0475091	1,0528797	1,0582688
14,00%	0,14	1,0338539	1,0510673	1,0568475	1,0626491
15,00%	0,15	1,0361903	1,0546127	1,0605875	1,0674451
16,00%	0,16	1,0385165	1,0581455	1,0645279	1,0718002
17,00%	0,17	1,0408327	1,0616657	1,0684553	1,0761421
18,00%	0,18	1,0431390	1,0651736	1,0723699	1,0804708
19,00%	0,19	1,0454356	1,0686693	1,0762719	1,0847867
20,00%	0,20	1,0477226	1,0721529	1,0801614	1,0890897
25,00%	0,25	1,0590170	1,0893956	1,0994268	1,1104190
30,00%	0,30	1,0700877	1,1063583	1,1184020	1,1314515
36,00%	0,36	1,0830952	1,1263664	1,1408121	1,1563225



Задача 1

Вы хотите накопить за 8 лет 5000 руб., делая ежегодные равные вклады в банк, выплачивающий проценты по годовой ставке 5% сложных. Сколько нужно вкладывать каждый раз?

Задача 2

Какую сумму взял в кредит на 2 года заемщик, если выплаты по кредиту предусмотрены договором в конце каждого месяца в размере 1000 рублей, включая проценты, а ставка по кредиту в договоре указана 12% годовых?

Задача 3

Кредит в сумме 300000 рублей взят на 2 года 6 месяцев под 24% годовых. Выплаты заемщик должен осуществлять ежемесячно равными суммами (аннуитетными платежами), начиная через месяц после получения кредита. Чему равен размер ежемесячных платежей?

Задача 1

Вы хотите накопить за 8 лет 5000 руб., делая ежегодные равные вклады в банк, выплачивающий проценты по годовой ставке 5% сложных. Сколько нужно вкладывать каждый раз?

Дано:

$$FV=5000$$

$$i_c=0,05$$

$$n=8$$

R-?

Формула 1.1

$$FV = R * S_{n,i}$$

Решение:

$$R = \frac{FV}{S_{8;5\%}} = \frac{5000}{9.549} = 523.62$$



Задача 2

Какую сумму взял в кредит на 2 года заемщик, если выплаты по кредиту предусмотрены в договоре в конце каждого месяца в размере 1000 рублей, включая проценты, а ставка по кредиту в договоре указана 12% годовых?

Дано:

R/p=1000

$i_c = j_{12} = 0,12$

n=2

m=12

p=12

PV=?

$$PV = \frac{R}{p} * \frac{a_{nm; \frac{j_m}{m}}}{S_{\frac{m}{p}; \frac{j_m}{m}}} \quad PV = R * \frac{a_{nm; \frac{j_m}{m}}}{m}$$

Решение:

$$PV = 1000 * \frac{a_{2*12; \frac{0,12}{12}}}{S_{\frac{12}{12}; \frac{0,12}{12}}} = 1000 * \frac{a_{24; 1\%}}{S_{1; 1\%}} = 1000 * \frac{21.244}{1} = 21244$$

$$PV = 1000 * 12 * \frac{a_{2*12; \frac{0,12}{12}}}{12} = 1000 * a_{24; 1\%} = 21244$$



Задача 3

Кредит в сумме 300000 рублей взят на 2 года 6 месяцев под 24% годовых. Выплаты заемщик должен осуществлять ежемесячно равными суммами (аннуитетными платежами), начиная через месяц после получения кредита. Чему равен размер ежемесячных платежей?

годовых?

Дано:

$$PV=300000$$

$$i_c = j_{12} = 0,24$$

$$n=2,5$$

$$m=12$$

$$p=12$$

$$R/p-?$$

$$PV = \frac{R}{p} * \frac{a_{nm; \frac{j_m}{m}}}{S_{\frac{m}{p}; \frac{j_m}{m}}} \quad PV = R * \frac{a_{nm; \frac{j_m}{m}}}{m}$$

Решение:

$$\frac{R}{p} = \frac{300000}{a_{2.5*12; \frac{0.24}{12}}} * S_{\frac{12}{12}; \frac{0.24}{12}} = \frac{300000}{a_{30; 2\%}} * 1 = \frac{300000}{22.396} = 13395.25$$





Параметры кредита

Настройки калькулятора позволяют задавать дополнительные параметры кредита, но нужно учитывать, что в каждом банке есть свои особенности расчетов

Сумма кредита:

3000000

руб.

Срок кредита:

30

мес.

Процентная ставка:

24

% в год

Дополнительные параметры

Единовременные комиссии:?

0

% от суммы кредита

Ежемесячные комиссии:?

0

% от суммы кредита

Вид платежа:?

аннуитетный

Начало выплат:

Август

2018

Рассчитать

Сумма ежемесячного платежа:

13 395 руб.

Переплата по процентам за кредит:

101 849 руб.

Итоговая переплата с учетом комиссий:

101 849 руб.

Эффективная процентная ставка:

26,8 %



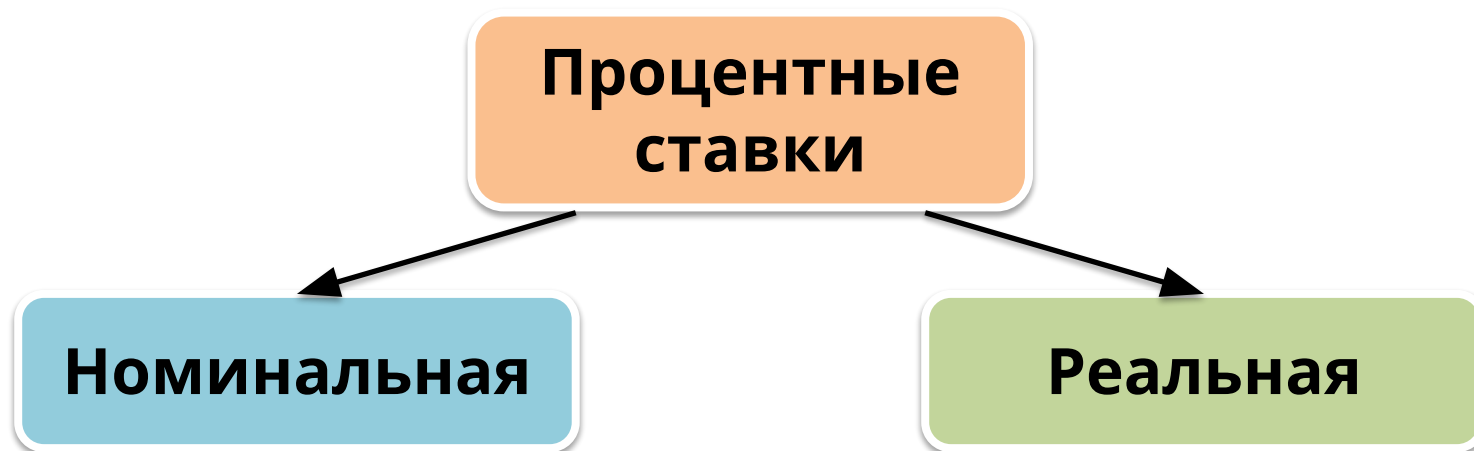
Признаки задач по рентам (аннуитетам)

1. Много (несколько) одинаковых потоков через одинаковые промежутки времени

Типичные ошибки:

- Путаем m (количество начислений процентов в году – капитализаций) и p – количество выплат по ренте в году при записи условий задачи;
- В формулах R - годовая выплата (нужно перевести в p -срочных рентах – умножить платеж на p);
- Путаем таблицы коэффициентов (подписать таблицы);
- Не правильно обозначен платеж в условиях:
 - 1 раз в год – годовая – R ;
 - несколько раз в году - p -срочная рента – R/p ;
 - один раз за период, больше чем год (1 раз в 5, 2, 3 года) – рента с периодом больше года – R_r

Учет инфляции при определении доходности инвестиций



- показывает доходность на вложенный капитал
- рассчитывается как отношение суммы годового дохода к сумме инвестирования

- процентная ставка в постоянных ценах (при отсутствии инфляции)

Учет инфляции при определении доходности инвестиций

Зависимость между реальными и номинальными процентными ставками в упрощенном виде определяют как разницу между номинальной доходностью и инфляцией

Более правильно при определении реальной доходности пользоваться формулой Фишера:

$$r_p = \frac{1 + r_n}{1 + i} - 1$$

Или

$$r_n = r_p + i + r_p * i$$

r_p - реальная процентная ставка

r_n - номинальная процентная ставка

i - инфляция (коэффициент)



Учет инфляции при определении доходности инвестиций (пример)

Исходные данные:

- Номинальная доходность по инвестициям составляет 15% годовых
- Годовая инфляция (i) составляет 10%

**Реальная
доходность**

$$(1+0,15) / (1+0,1) - 1 \\ = 0,0455 \text{ или } 4,55\%$$

От показателя реальной доходности можно перейти к показателю номинальной доходности

**Номинальная
доходность**

$$r_p + i + r_p * i = \\ 4,55 + 10 + 4,55 * 0,1 = 15\%$$



Пример расчета реальной доходности на основе потребительской корзины

	Текущий год	Следующий год	Прирост, %
Доход, руб.	100	115	15%
Стоимость потребительской корзины, руб.	100	110	10%
Количество корзин, которое может приобрести человек на свой доход	1	1,0455	4,55%

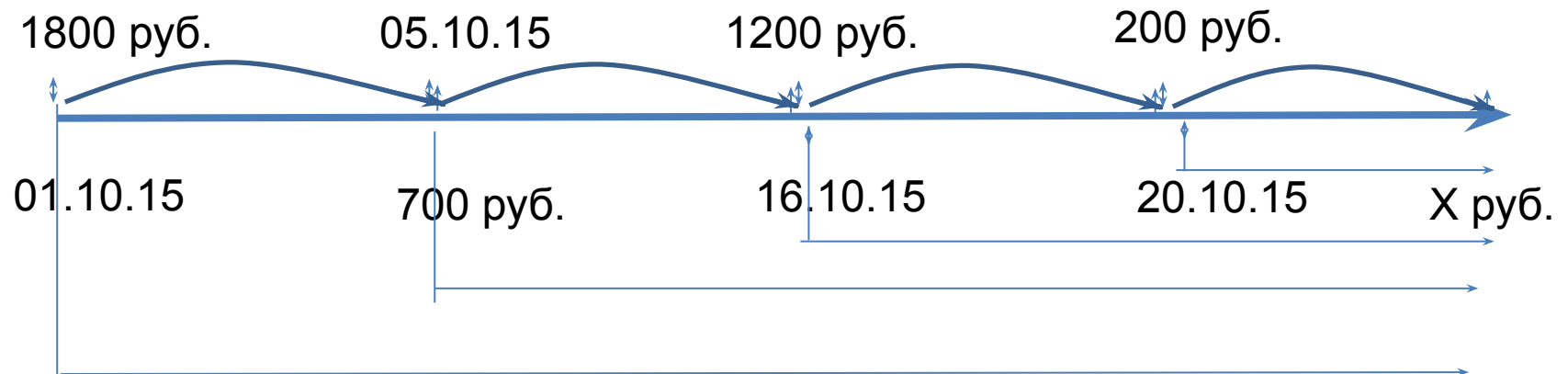
● При увеличении дохода на 15% и при инфляции в 10%, потребление инвестора увеличилось на 4,55%

● Это и есть реальная доходность



Задача 9

В соответствии с договором банковского вклада банк производит ежемесячное начисление процентов на остаток средств из расчета ставки процентов, установленной банком для вкладов до востребования – 5% годовых. Остаток средств на счете клиента на 01.10.15 г. составил 1800 рублей; 05.10.15 г. со счета было списано 700 руб.(т.е. остаток средств на начало дня 6 октября составил 1100); 16.10.15г. на счет было зачислено 1200 руб., а 20.10.15 – зачислено 200 руб.. после чего остаток средств не менялся до конца месяца. Требуется определить, какую сумму процентов должен начислить банк клиенту за октябрь месяц.



1	A	B	C	D	E	F	G
2	период	дней начисле ния	Остаток на счете на начало периода	5,00 %	Начисле- ние процентов за период	Движе- ние средств	Остаток на счете на конец периода
3					=C4*D2* B4/365		=C4+F4
4	01.10-05.10	5	1800		1,23	-700	1100
5	06.10-16.10	11	1100		1,66	1200	2300
6	17.10-20.10	4	2300		1,26	200	2500
7	21.10-31.10	11	2500		3,77	7,92	2507,92
				ИТОГО	7,92		