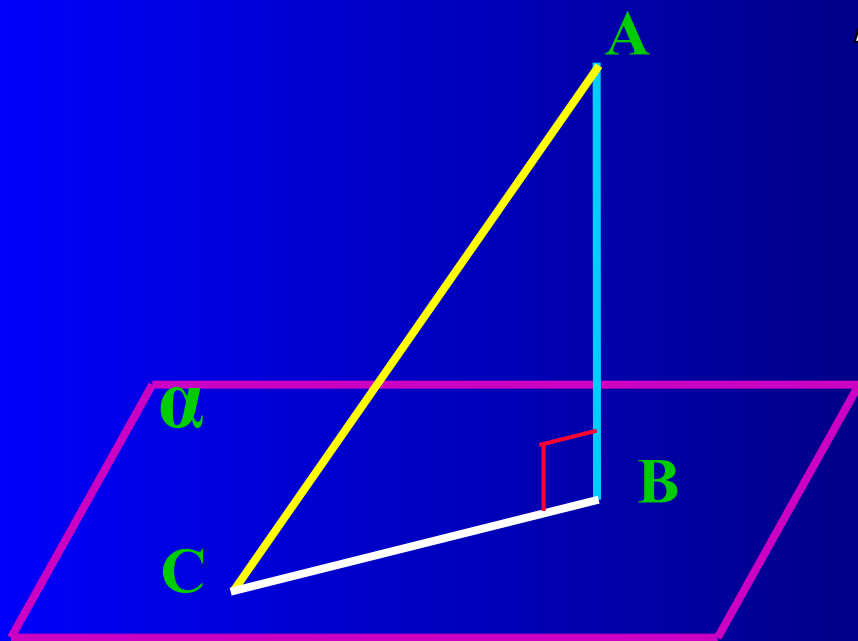


Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до плоскости

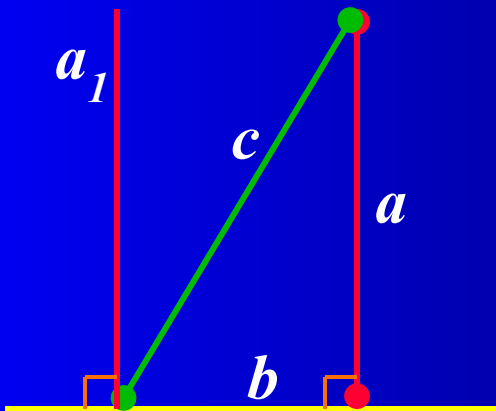
Обзор



Повторение

Отрезок — это часть прямой ограниченная двумя точками (концами отрезка).

Расстояние от точки до прямой измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

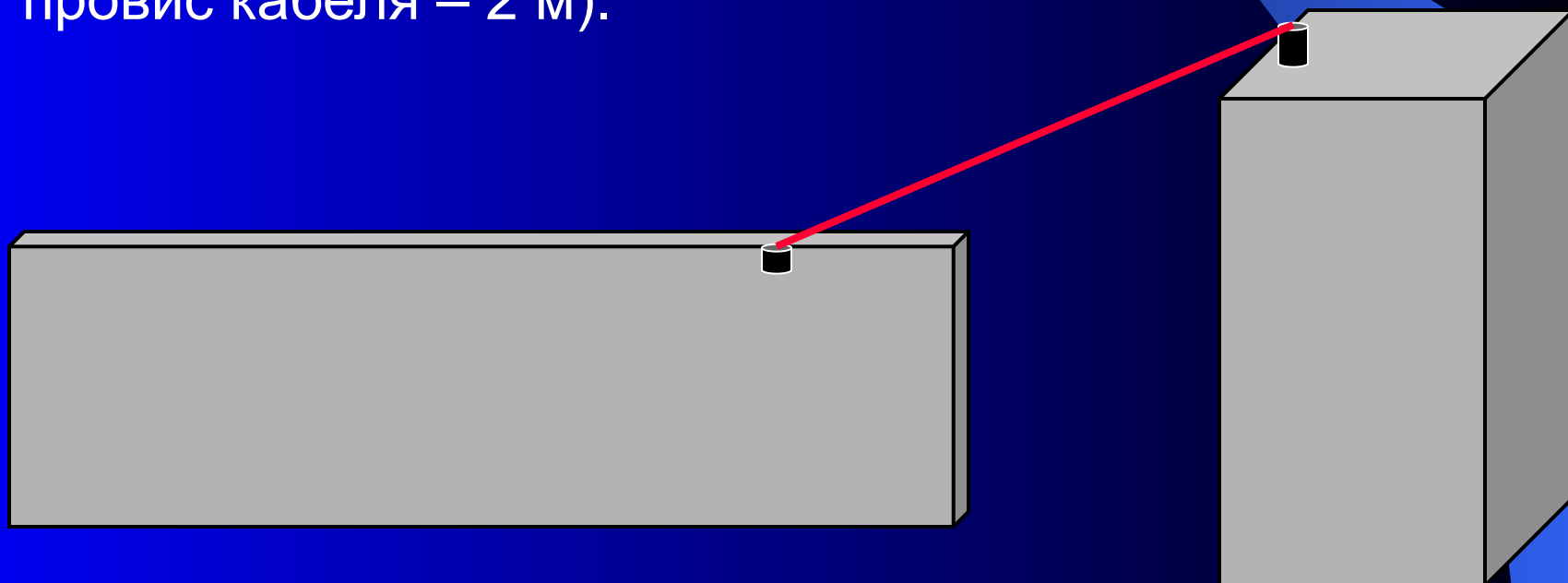


Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$

Теорема 3: Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

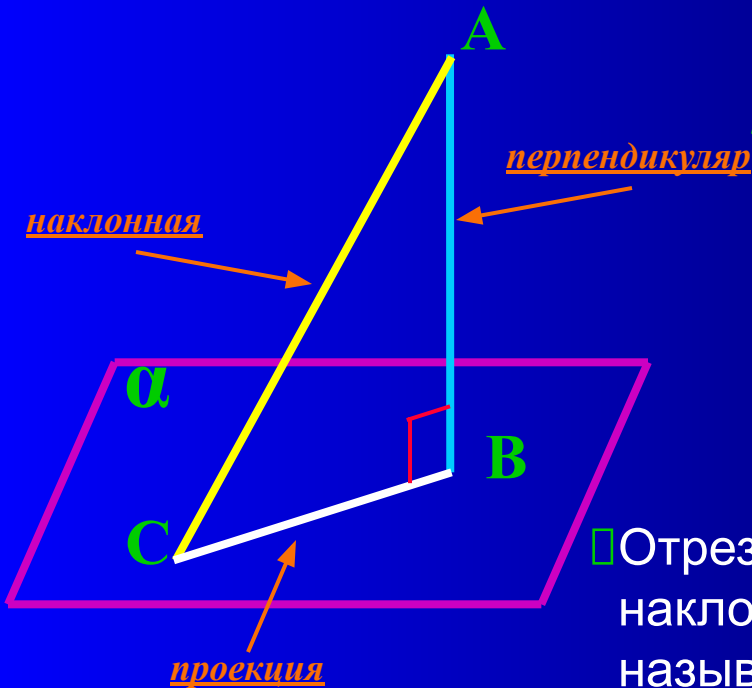
«ПРОБЛЕМА»

Между двумя домами решили провести локальную компьютерную сеть. Сколько метров сетевого кабеля необходимо приобрести, если высота одного дома 30 м, другого – 15 м, а проекционное расстояние по земле между точками подключения – 20 м? (учесть запас на провис кабеля – 2 м).



Раздел 1 – теоретический блок

- **Перпендикуляр**, опущенный из данной точки на данную плоскость - отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости (**Конец этого отрезка, лежащий в плоскости - основание перпендикуляра – т. В**).
- **Расстояние от точки до плоскости** - длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.



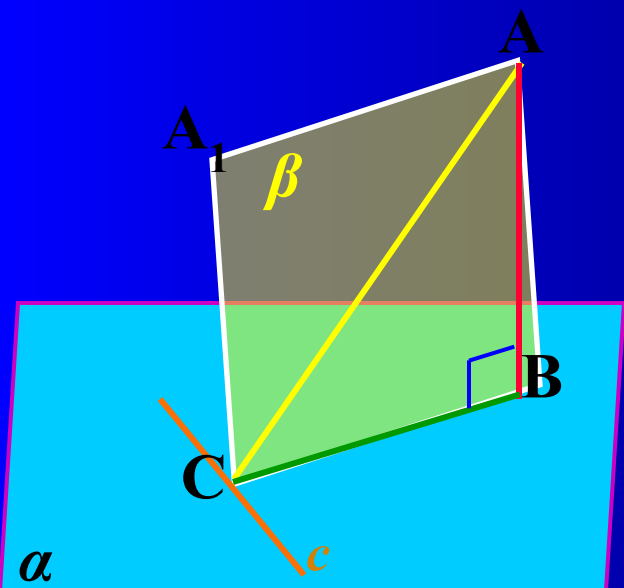
- **Наклонная**, проведенная из данной точки к данной плоскости - любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости (не перпендикулярный к плоскости). **Основание наклонной – т. С**.

- Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.

Теорема О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ.

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна наклонной.

И обратно: Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной.



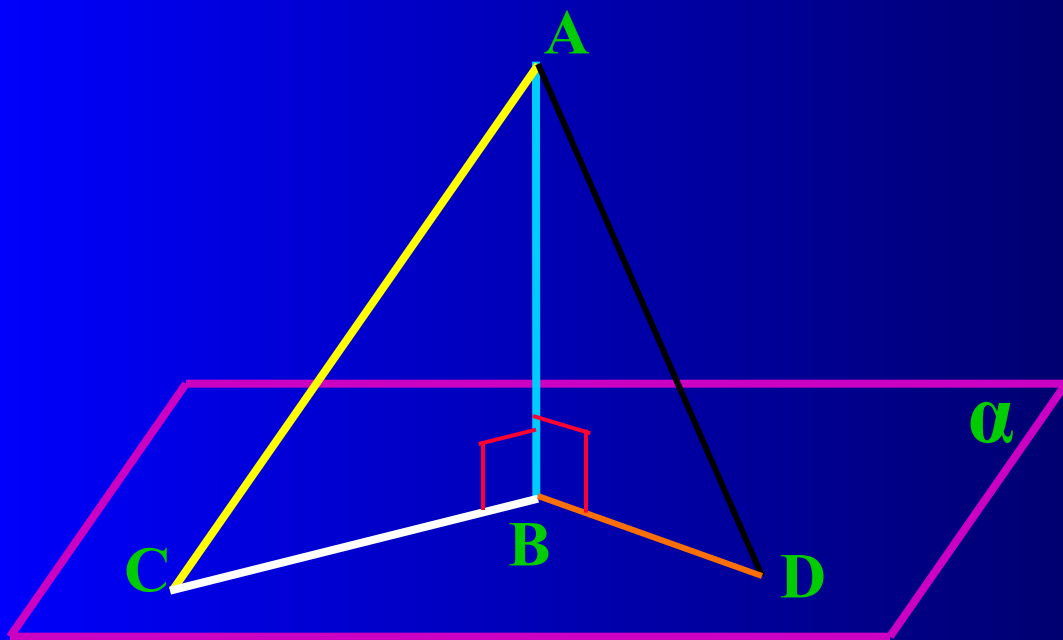
Доказательство: Пусть **AB** - перпендикуляр плоскости α , **AC** - наклонная и **c** - прямая в плоскости α , проходящая через основание **C**.

Проведем прямую **CA₁**, параллельную прямой **AB**. Она перпендикулярна плоскости α . Проведем через прямые **AB** и **CA₁** плоскость β . Прямая **c** перпендикулярна прямой **CA₁**. Если она перпендикулярна прямой **CB**, то она перпендикулярна плоскости β , а значит, и прямой **AC**.

АНАЛОГИЧНО. Если прямая **c** перпендикулярна наклонной **AC** то она, будучи перпендикулярна и прямой **CA₁** перпендикулярна плоскости β , а значит, и проекции наклонной **CB**. **Теорема доказана.**

Теорема: Если из одной точки, взятой вне плоскости, проведены к этой плоскости перпендикуляр и две наклонные, то:

1. две наклонные, имеющие равные проекции, равны;
2. из двух наклонных больше та, проекция которой больше.

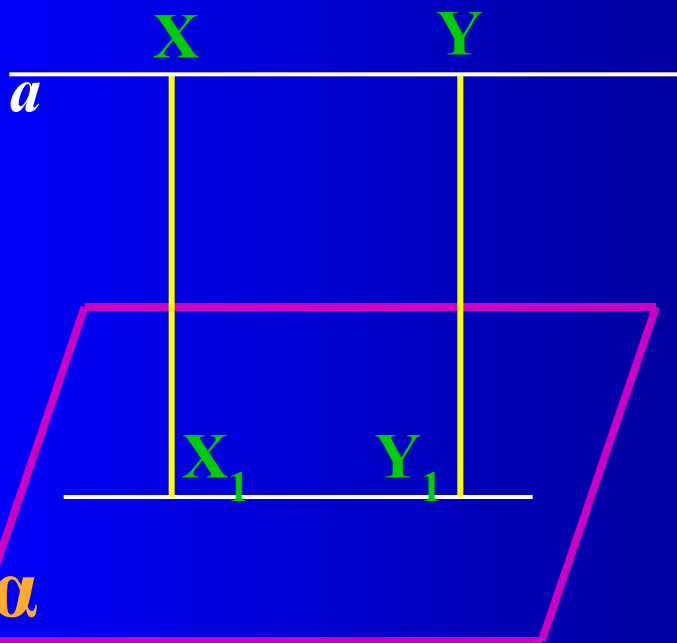


*Доказательство основано
на теореме Пифагора*

Опорная задача №1

Докажите, что если прямая параллельна плоскости, то все её точки находятся на одинаковом расстоянии от плоскости.

Решение: Пусть a - данная прямая и α - данная плоскость. Возьмем на прямой a две произвольные точки X и Y . Их расстояния до плоскости - это длины перпендикуляров XX_1 и YY_1 , опущенных на эту плоскость. По теореме 3 (Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны) прямые XX_1 и YY_1 параллельны, следовательно, лежат в одной плоскости. Эта плоскость пересекает плоскость по прямой X_1Y_1 . Прямая a параллельна прямой X_1Y_1 , так как не пересекает содержащую её плоскость. Итак у четырехугольника XX_1Y_1Y противоположные стороны параллельны. Следовательно, он параллелограмм, а значит $XX_1 = YY_1$.



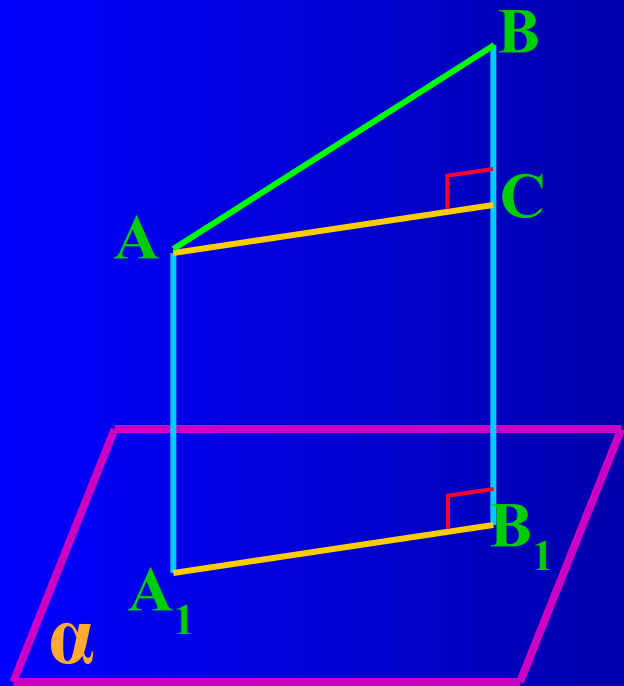
Опорная задача №2

Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удаленных на расстояние 4 м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5 м, а другого – 8 м. Найдите длину перекладины.

Решение:

1. Обозначим столб длина которого 5 м - AA_1 , а столб длина которого 8 м - BB_1 ; плоскость - α . Причем точки A_1 и B_1 принадлежат плоскости. тогда перекладина это AB .
2. По смыслу задачи столбы перпендикулярны плоскости на которой они стоят. Т.е. прямые AA_1 и BB_1 перпендикулярны плоскости. По теореме 3 прямые AA_1 и BB_1 параллельны и, кроме того, они перпендикулярны прямой A_1B_1 лежащей в плоскости.
3. Дополнительное построение: проведем прямую AC такую, что $AC \parallel A_1B_1$ и точка C принадлежит прямой BB_1 .
4. Так как отрезки параллельных прямых заключенные между параллельными прямыми равны, то $AC = A_1B_1$, т.е. равно 4 м.
5. Рассмотрим треугольник ACB , в нем угол $C = 90^\circ$; $AC = 4$ м; $BC = 8 - 5 = 3$ (м). По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB = 5$ м.

Ответ: длина перекладины 5 м.



Реши **«ПРОБЛЕМУ»**

Между двумя домами решили провести локальную компьютерную сеть. Сколько метров сетевого кабеля необходимо приобрести, если высота одного дома 30 м, другого – 15 м, а проекционное расстояние по земле между точками подключения – 20 м? (учесть запас на провис кабеля – 2 м).

