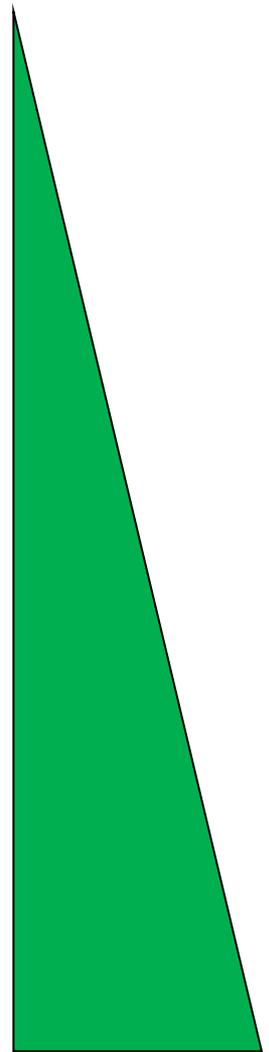
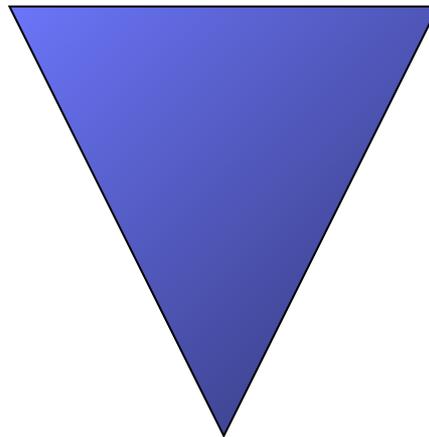
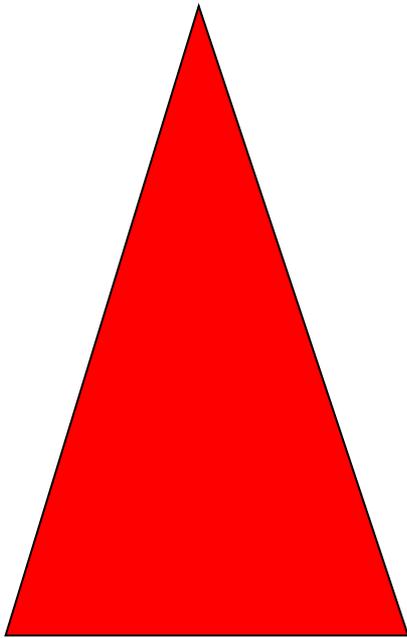


# Треугольники



# План урока

## **1. Повторение**

- **Виды треугольников**
- **Замечательные линии треугольника**
- **Свойства треугольников**
- **Соотношение сторон и углов треугольника**
- **Площадь треугольника**

## **2. Решение задач .**

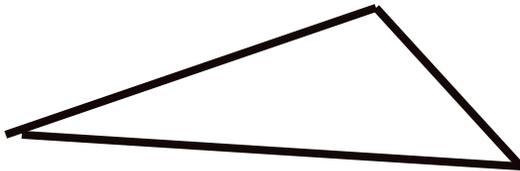
## **3. Самостоятельная работа**

## **4. Подведение итогов**

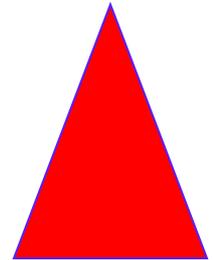


# Виды треугольников

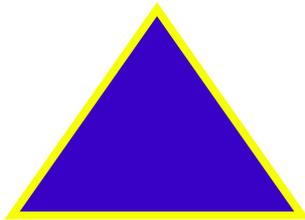
? Произвольный  
треугольник



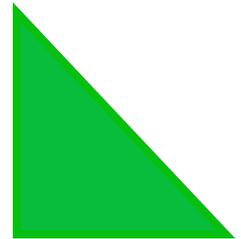
? Равнобедренный  
треугольник



? Равносторонний  
треугольник

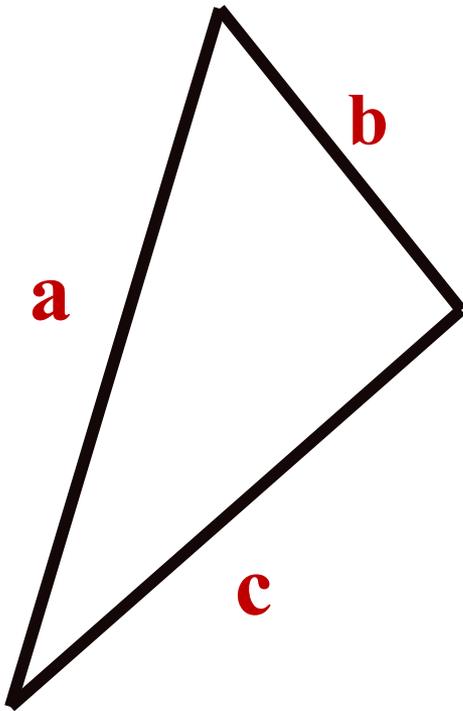


? Прямоугольный  
треугольник



# Свойства

## произвольный треугольника

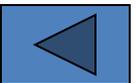


» **Сумма углов**  
**треугольника** равна  $180^\circ$

» **Любая сторона**  
**треугольника** меньше  
суммы двух других  
сторон, но больше  
модуля их разности

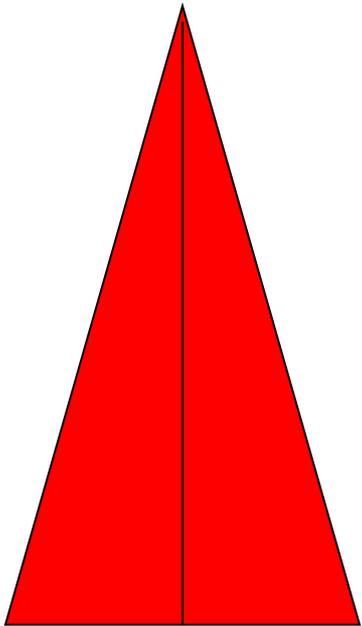
» Против большей стороны в  
треугольнике лежит  
**большой угол.**

» **Внешний угол**  
треугольника равен сумме  
двух внутренних углов, не  
смежных с ним



# Свойства

## равнобедренного треугольника



Треугольник, у которого две стороны равны называется **равнобедренным**.

Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона-основанием.

- Если треугольник- равнобедренный, то для него справедливы все следующие утверждения.
- Если для треугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он равнобедренный.
- Углы, прилежащие к одной из сторон (основанию) равны.
- Медиана, биссектриса и высота, проведенные к одной из сторон (основанию), совпадают.
- Треугольник имеет одну ось симметрии.

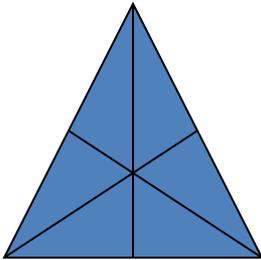


# Свойства равностороннего треугольника

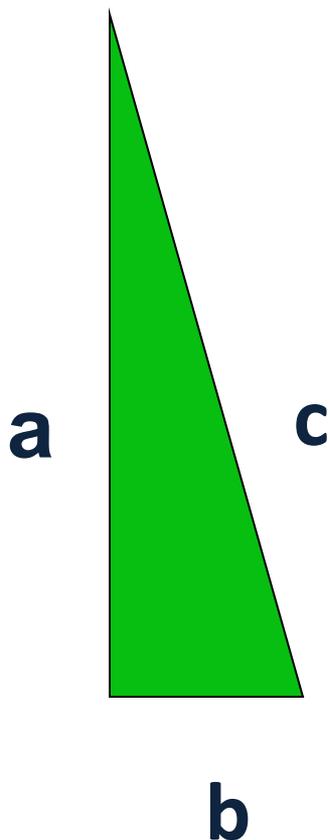
Треугольник, у которого три стороны равны, называется **равносторонним**.

Равносторонний треугольник называется также правильным треугольником

- Если треугольник- равносторонний, то для него справедливы все следующие утверждения.
- Если для треугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он равносторонний.
  - Все углы равны.
- Каждая медиана совпадает с биссектрисой и высотой, проведенными из той же вершины.
- Центры вписанной и описанной окружностей *совпадают*.
- Треугольник обладает поворотной симметрией: *он не изменяется при повороте на  $120^\circ$*



# Свойства прямоугольного треугольника



Треугольник, у которого один угол прямой, называется **прямоугольным треугольником**.

Стороны, прилежащие к прямому углу называются **катетами**, а сторона, противолежащая прямому углу - **гипотенуза**

.

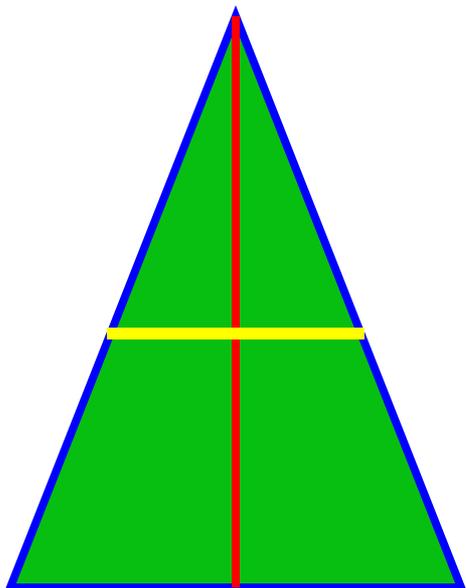
## Теорема Пифагора

Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

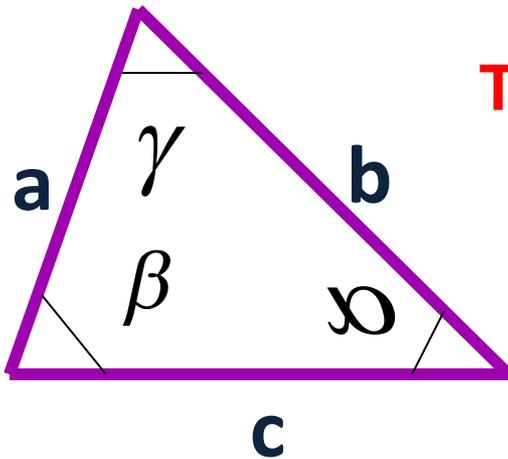


# Замечательные линии треугольника



- » **Высота**-перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону треугольника.
- » **Биссектриса**- отрезок, который соединяет вершину треугольника с точкой на противоположной стороне и делит внутренний угол пополам.
- » **Медиана**- отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.
- » **Средняя линия** -отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.
- » **Серединный перпендикуляр** -прямая, перпендикулярная стороне треугольника и делящая ее пополам.

# Решение треугольников



**Теорема синусов**

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

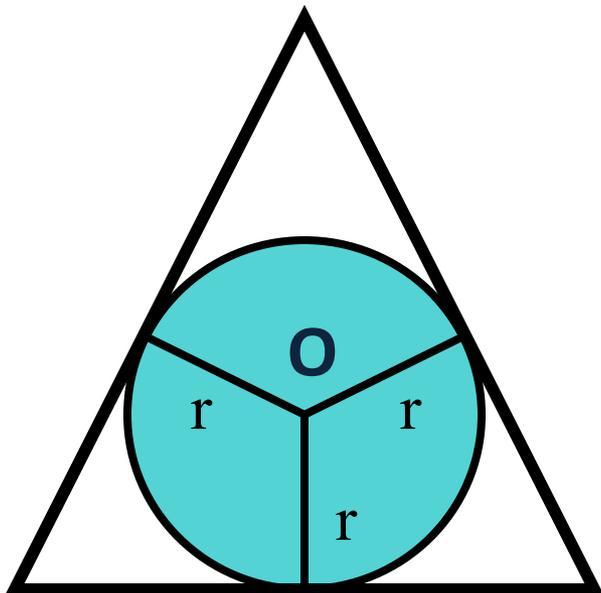
**Теорема косинусов**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

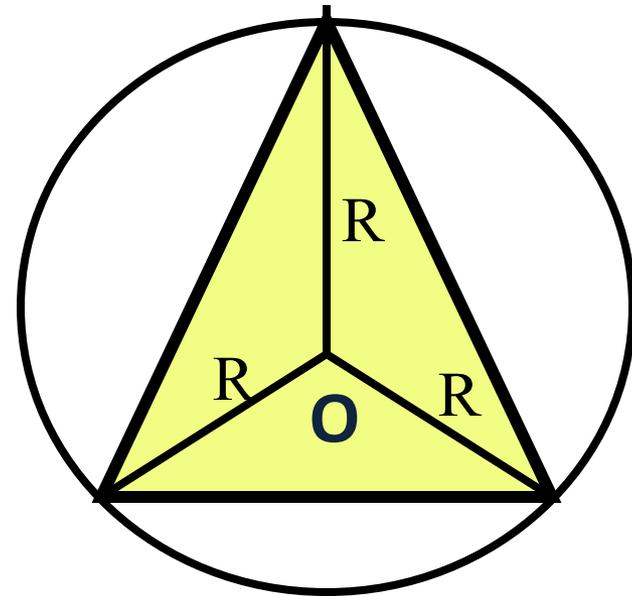


# Окружность,

- Вписанная в  треугольник



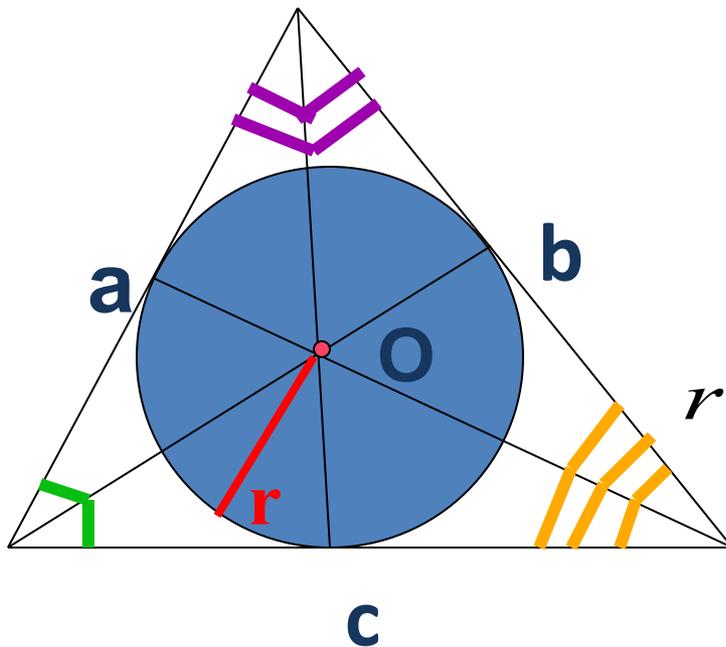
- Описанная около  треугольника



# Окружность, вписанная в треугольник

В любой треугольник можно вписать окружность.

**Центр вписанной окружности** - точка пересечения биссектрис.



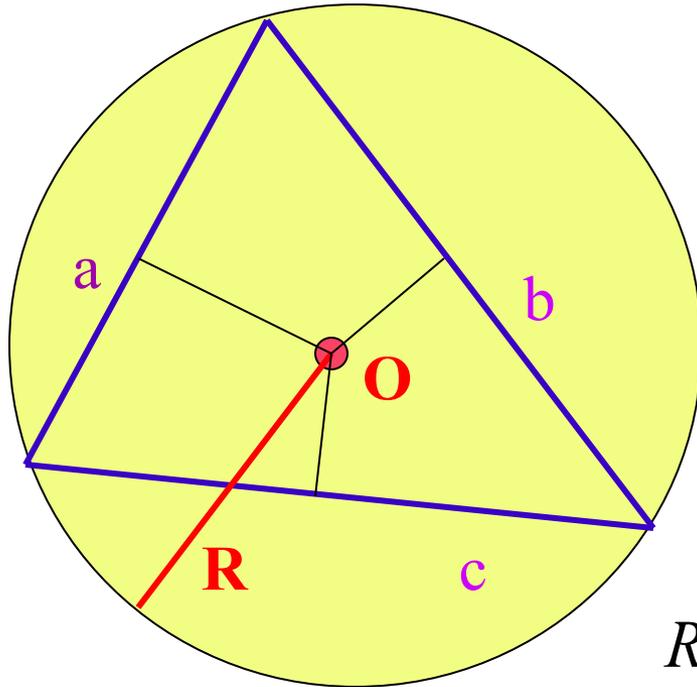
**Радиус** вписанной окружности **r**

$$r = \frac{S}{p}, \text{ где } S - \text{площадь треугольника}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2}, \text{ } p - \text{полупериметр}$$



# Окружность, описанная около треугольника



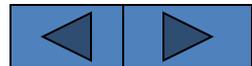
Около любого треугольника  
можно **описать окружность**

**Центр описанной** окружности-  
точка пересечения **серединных**  
перпендикуляров.

**Радиус описанной окружности**

$$R = \frac{abc}{4S},$$

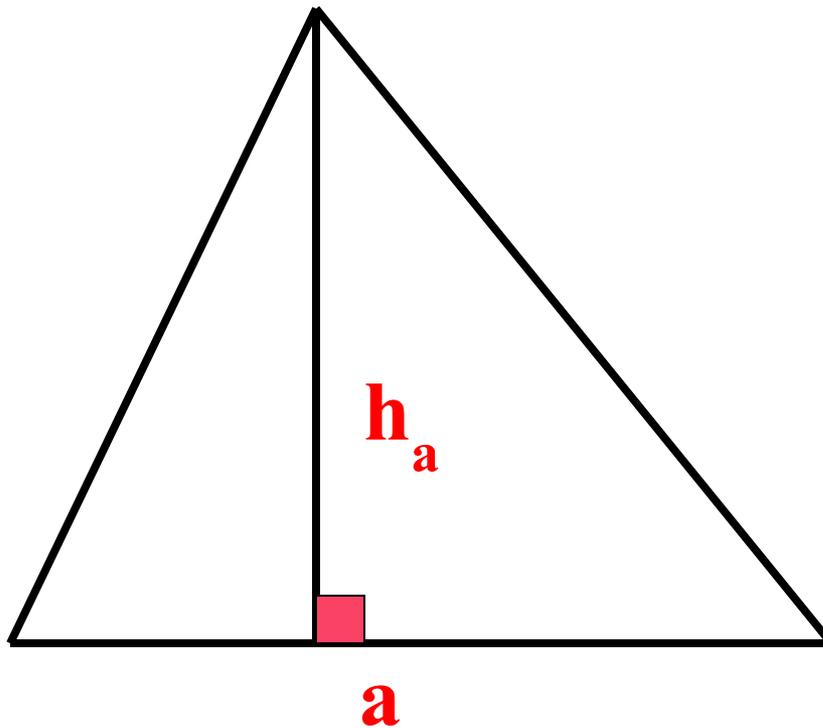
где  $S$ - площадь  
треугольника



# Площадь треугольника

-   Через сторону и высоту.
-   Через две стороны и угол между ними.
-   Через три стороны.
-   Через полупериметр и радиус вписанной окружности.
-   Через произведение сторон и радиус описанной окружности.

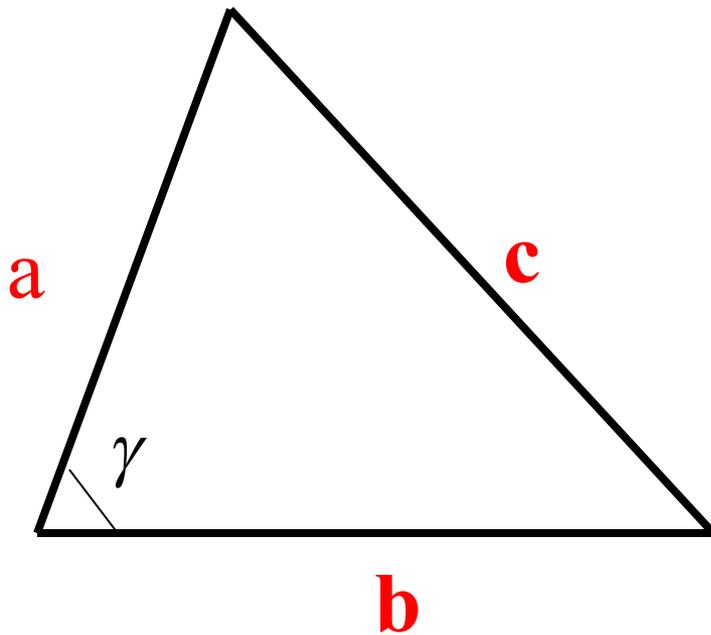
# Площадь треугольника через сторону и высоту



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$



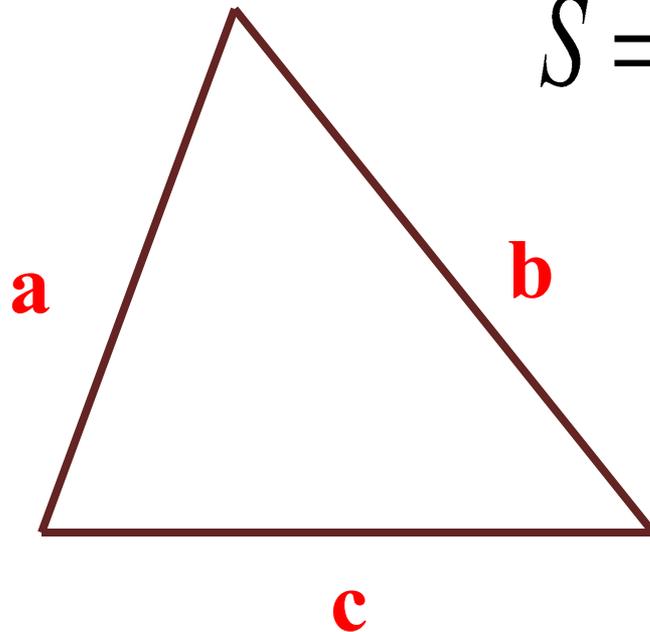
**Площадь треугольника  
через две стороны и угол  
меду ними**



$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

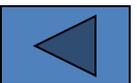


# ФОРМУЛА ГЕРОНА

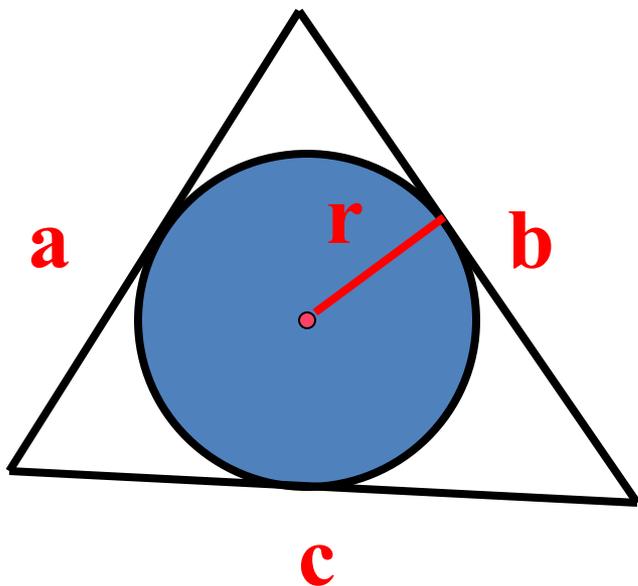


$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где  $p = \frac{a+b+c}{2}$

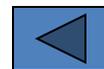


# Площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности



$$S = pr,$$

где  $p = \frac{a + b + c}{2}$



# РЕШЕНИЕ

- ЗАДАЧ

- Задача №1

***У треугольника со сторонами 8 см и 4 см проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к стороне 8 см, равна 3 см. Чему равна высота проведенная к стороне 4***



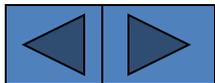
## Задача №2

*Найдите меньшую высоту треугольника,  
у которого  
стороны равны 13 см, 14 см, 15 см.*



## Задача №3

*Найдите площадь равнобедренного  
треугольника, у которого  
боковые стороны равны 1 см, а угол  
между ними равен  $30^\circ$*



# ОТВЕТЫ:

**Задача №1**      **6 см.**

**Задача №2**      **11,2см**

**Задача №3**      **0,5 см**



# Самостоятельная работа

## 1 вариант

### Задача №1

Стороны треугольника равны 14см, 16см и 18см.

Найдите площадь треугольника, а также радиусы вписанной и описанной окружности.

## 2 вариант

### Задача №1

Стороны треугольника равны 8см, 10см, и 12см.

Найдите площадь треугольника, а также радиусы описанной и вписанной окружности

Ответ:  $48\sqrt{5}\text{см}^2$ ,  $2\sqrt{5}\text{см}$ ,  $\frac{21\sqrt{5}}{5}\text{см}$ . Ответ:  $15\sqrt{7}\text{см}^2$ ,  $\frac{16\sqrt{7}}{7}\text{см}$ ,  $\sqrt{7}\text{см}$ .

