

8

**Класс  
ная  
работ  
а**

10

**класс**

**Десятичные и  
натуральные  
логарифмы**

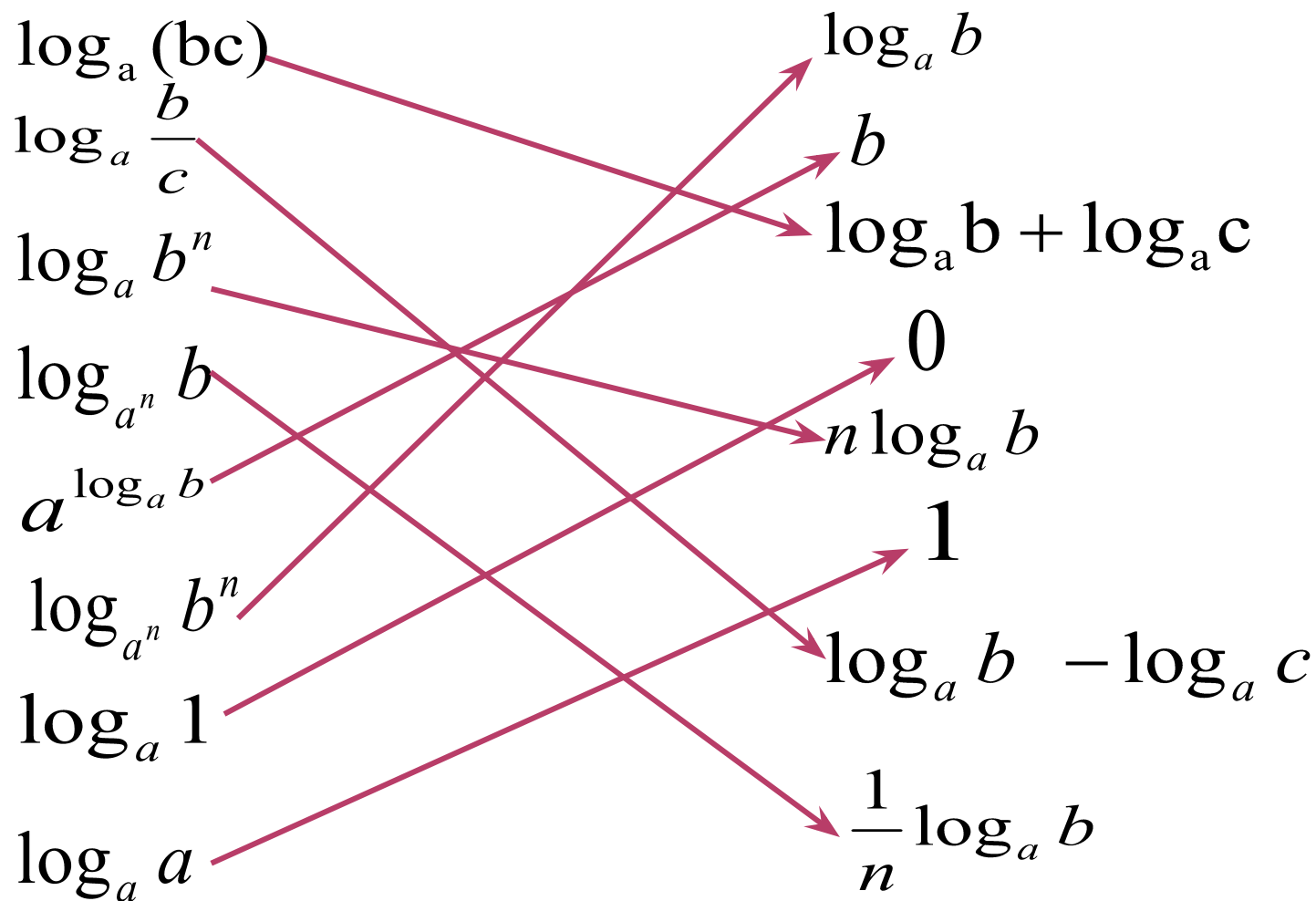
**Формула  
перехода к  
новому  
основанию**

## *Цели урока*

- ◎ Повторить свойства логарифмов
- ◎ Решать задачи
- ◎ Решать уравнения
- ◎ Ввести понятия натурального и десятичного логарифмов

# Свойства логарифмов

( $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, n \neq 0$ )



# Найдите значение выражений

$$\log_2 16 = 4$$

$$\log_{25} \frac{1}{5} = -0,5$$

$$\log_4 \frac{1}{2} = -0,5$$

$$\log_{\sqrt{2}} 4 = 4$$

$$7^{\log_7 3} = 3$$

$$5^{2\log_5 3} = 9$$

$$4^{3\log_4 9} = 3$$

$$8^{\log_{\sqrt{8}} 5} = 25$$

$$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 = 1$$

$$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} = 1$$

$$\log_{\frac{1}{15}} 3 + \log_{\frac{1}{15}} 75 = -2$$

$$\log_{\sqrt{5}} 65 - \log_{\sqrt{5}} 13 = 2$$

## *Десятичным логарифмом*

называется логарифм по основанию 10

Он обозначается *lg*,

$$\text{т.е. } \log_{10} m = \lg m$$

## *Натуральным логарифмом*

называется логарифм по основанию *e*

Он обозначается *ln*, т.е.  $\log_e m = \ln m$ .

Число *e* является иррациональным,

$$e \approx 2,718281828$$

Первое упоминание натурального логарифма сделал **Николас Меркатор** в работе *Logarithmotechnia*, опубликованной в 1668 году, хотя учитель математики **Джон Спайделл** ещё в 1619 году составил таблицу натуральных логарифмов.

Ранее его называли гиперболическим логарифмом, поскольку он соответствует площади под гиперболой

# Происхождение термина натуральный логарифм



Саму константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода.

Бернулли показал, что процентный доход в случае сложного процента имеет предел:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .

и этот предел равен 2,71828...

Экспоненту помнить способ есть  
простой:

два и семь десятых, дважды Лев Толстой

2.7 1828 1828

Букву  $e$  начал использовать Эйлер в 1727 году, а первой публикацией с этой буквой была его работа «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически» (1736)

Почему была выбрана именно буква  $e$ , точно неизвестно. Возможно, это связано с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»)

Другое предположение заключается в том, что буквы  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  уже довольно широко использовались в иных целях, и  $e$  была первой «свободной» буквой.



# Проблема

Обратите внимание - действия  
с логарифмами **возможны**  
**только при одинаковых**  
**основаниях!**

А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$

# Переход к новому основанию

## Теорема

Пусть дан логарифм  $\log_a b$ .

Тогда для любого числа  $c$  такого, что  $c > 0$  и  $c \neq 1$ , верно равенство:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

В частности, если положить  $c = b$ , получим:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$1) \log_5 16 \cdot \log_2 25 =$$

Воспользуемся сначала свойством  $\log_a b^n = n \log_a b$

$$= \log_5 2^4 \cdot \log_2 5^2 = 4 \log_5 2 \cdot 2 \log_2 5 =$$

Теперь перейдем к основанию 2  $\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$

$$= 8 \cdot \frac{1}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = 8$$

*Полезно запомнить*

$$\log_a b \cdot \log_b a = \log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b} = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

**Спасибо за  
урок**