

# Метод главных элементов для решения системы линейных уравнений

Студент группы: ФМ-12-15

Мижеев В. Ю.

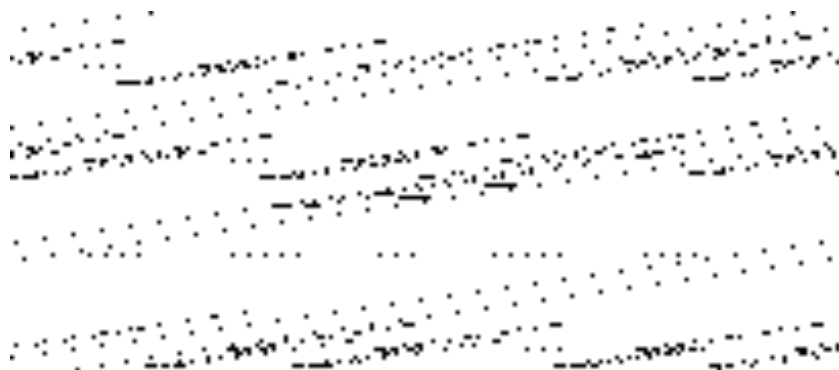
Формулы:

Запишем систему линейных уравнений следующим образом:

$$A\bar{x} = \bar{b} . \quad (1)$$

Расширенная матрица  $A$  этой системы имеет вид:

(2)



продолжение

- На первом шаге элемент  $a_{11} \neq 0$  называется ведущим. Разделим на него первую строку матрицы  $A$ , в результате получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \dots & \frac{a_{1n}}{a_{11}} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (3)$$

продолжение

- Найдем  $x_1$  из (3), подставим его значение во все остальные уравнения и тем самым исключим  $x_1$  из всех уравнений, кроме первого. Взяв теперь полученную систему без первого уравнения, повторяем этот процесс, беря в качестве ведущего элемента коэффициент при  $x_2$  и т.д. Этот процесс, называемый прямым ходом метода Гаусса, продолжается до тех пор, пока в левой части последнего ( $n - \text{ого}$ ) уравнения не останется лишь один член с неизвестным  $x_n$ , т.е. матрица системы будет приведена к треугольному виду. Обратный ход метода Гаусса состоит в последовательном вычислении искомых неизвестных: решая последнее уравнение, находим единственное неизвестное  $x_n$ . Далее, используя это значение, из предыдущего уравнения вычисляем  $x_{n-1}$  и т.д. Последним находим  $x_1$  из первого уравнения.

Схему вычислений по методу Гаусса с выбором главного элемента поясняет следующий пример:

- $$\begin{aligned} 2,74x_1 - 1,18x_2 + 3,17x_3 &= 2,18; \\ 1,12x_1 + 0,83x_2 - 2,16x_3 &= -1,15; \\ 0,18x_1 + 1,27x_2 + 0,76x_3 &= 3,23. \end{aligned}$$

Решение ведется в таблице 1.

| m <sub>i</sub> | Коэф-ты при неизвестных |                      |                       | Сво-бодн.<br>члены    | $\Sigma$              | $\Sigma'$             |                  |
|----------------|-------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
|                | x1                      | x2                   | x3                    |                       |                       |                       |                  |
| А              | -1<br>0,6814<br>-0,2397 | 2,74<br>1,12<br>0,18 | -1,18<br>0,83<br>1,27 | 3,17<br>-2,16<br>0,76 | 2,18<br>-1,15<br>3,23 | 6,91<br>-1,36<br>5,44 | —                |
| Б              | -1<br>0,1596            | 2,9870<br>-0,4768    | 0,0259<br>1,5528      | —<br>—                | 0,3355<br>2,7075      | 3,3484<br>3,7835      | 3,3485<br>3,7837 |
| В              | —                       | —                    | 1,5569                | —                     | 2,7601                | 4,3170                | 4,3181           |

продолжение

- Выбираем максимальный элемент в столбцах  $x_1, x_2, x_3$  раздела A ( $a_{13}=3,17$ ). Заполняем столбец  $t_i$  раздела A, полученный делением элементов столбца  $x_3$  (результат деления берется с обратным знаком) на максимальный элемент  $a_{13} = 3,17$ :

1. *Journal of the American Medical Association*, 1997; 277: 1033-1036.

11/27/2011

продолжение

- В столбец  $\Sigma$  записываются суммы коэффициентов строк матрицы A:

$$2,74+(-1,18)+3,17+2,18=6,91;$$

$$1,12+0,83+(-2,16)+(-1,15)= -1,36;$$

$$0,18+1,27+0,76+3,23=5,44.$$

продолжение

- Переход к разделу Б ведется следующим образом: строку, содержащую главный (ведущий) элемент, умножаем на  $m_i$  и прибавляем к соответствующей  $i$  — ой строке. Результат записываем в раздел Б. Строка с ведущим элементом в раздел Б не переписывается.

$$2,74 \times 0,6814 + 1,12 = 2,9870;$$

$$(-1,18) \times 0,6814 + 0,83 = 0,0259;$$

$$2,28 \times 0,6814 + (-1,15) = 0,3355;$$

$$6,91 \times 0,6814 + (-1,36) = 3,3485$$

(результат заносится в столбец  $\Sigma'$ ).

продолжение

- Далее считает сумму  $\sum$  в каждой строке раздела Б.

$$2,9870+0,0259+0,3355=3,3484;$$

$$-0,4768+1,5528+2,7075=3,7835.$$