

ГЛАВА 9

ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

- Электромагнитные волны распространяются с конечной скоростью. Это придает процессам, происходящим в электрических цепях, волновой характер, т.е. токи и напряжения в электрической цепи оказываются зависящими не только от времени t , но и от координаты сечения цепи x , т.е. $U(x,t)$; $i(x,t)$.
- Если $\lambda > L$, то цепь с сосредоточенными параметрами.
- Если $\lambda < L$, то цепь с распределенными параметрами. В ней невозможно выделить участок, обладающий одним свойством. Каждый участок цепи обладает одновременно свойствами R , L , C -элементов, т.е. параметры элементов как бы распределены по всему участку цепи.
- Примеры цепей с распределенными параметрами :
 - воздушно-двухпроводная линия 13.1а;
 - витая пара рис. 13.1б;
 - электрический кабель;
 - коаксиальный кабель 13.1в;
 - полосковая линия, прямоугольный или круглый волновод и т.д.
- Цепи с распределенными параметрами часто называют длинными линиями.

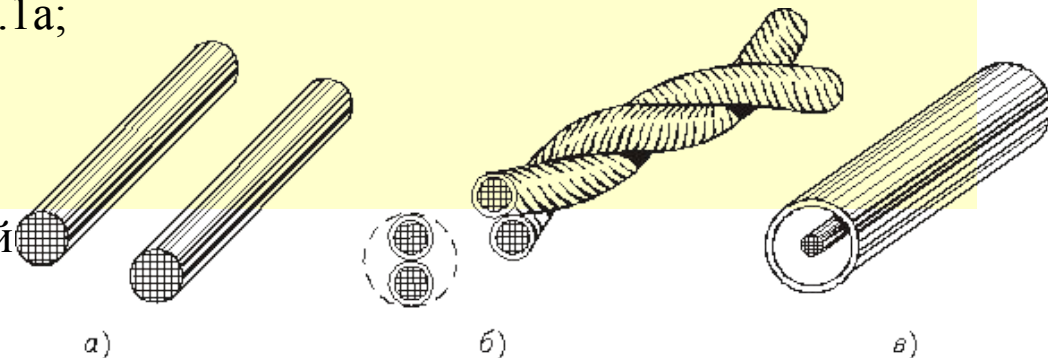


Рис. 13.1

9.1. Понятие о длинной линии и распространение волн в ней

- Рассмотрим воздушную двухпроводную линию, длина которой соизмерима или больше длины электромагнитной волны (рис. 9.1, а). При протекании тока по проводам вокруг них возникает магнитное поле H , что свидетельствует о наличии индуктивности, распределенной вдоль линии. Между проводами возникает электрическое поле, что говорит о емкости. Провода и диэлектрик между проводами нагреваются, что свидетельствует о наличии потерь, т.е. говорит о сопротивлении.

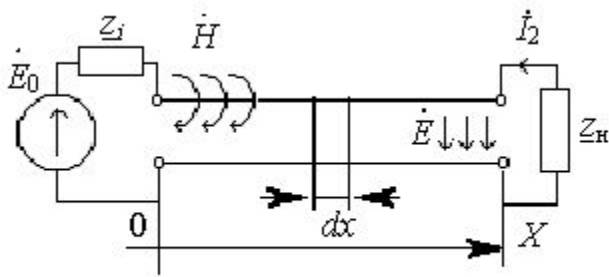
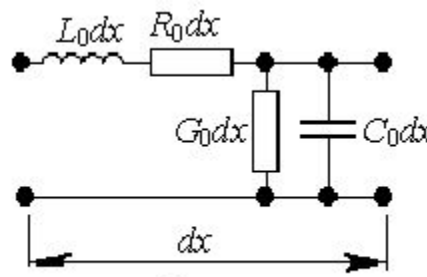


Рис. 9.1



б

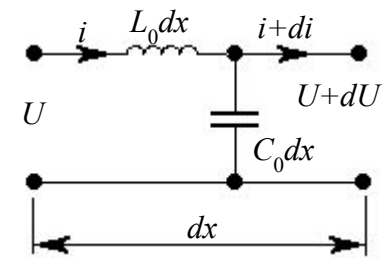


Рис. 9.2

Количественно физические параметры длинной линии характеризуются следующими **погонными (первичными)** параметрами, приходящимися на единицу длины, на метр:

L_0 – погонная индуктивность. Определяется как индуктивность короткозамкнутого отрезка линии длиной 1 м. Единица измерения Гн/м.

R_0 – погонное сопротивление. Определяется как сопротивление короткозамкнутого отрезка проводов длиной 1 м. Единица измерения Ом/м.

C_0 – погонная емкость. Определяется как емкость между проводами разомкнутого на конце отрезка линии длиной 1 м. Единица измерения Ф/м.

G_0 – поперечная проводимость. Определяется как проводимость между проводами, разомкнутыми на конце отрезка линии длиной 1 м. Единица измерения См/м.

Волновые уравнения

• Составим уравнения, позволяющие определить напряжение и ток в любом сечении длинной линии, для длинной линии без потерь (рис. 9.2). Запишем выражения относительно приращений напряжения и тока:

$$\left. \begin{aligned} dU &= -(L_0 dx) \frac{di}{dt} \\ di &= -(C_0 dx) \frac{dU}{dt} \end{aligned} \right\} \frac{d}{dx} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= -L_0 \frac{di}{dt} \\ \frac{di}{dx} &= -C_0 \frac{dU}{dt} \end{aligned} \right\} \frac{d}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= -L_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} &= -C_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= L_0 C_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}.$$

В общем случае решение волновых уравнений можно представить выражениями:
 где, f_1 и f_2 дважды дифференцируемые функции зависят от начальных и граничных условий, т.е. от сигналов, которые подводятся к длинной линии, но главное, эти функции должны быть дважды дифференцируемыми.

$$U(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right);$$

$$i(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) - f_2\left(t + \frac{x}{v}\right),$$

Первое слагаемое называется прямой волной - характеризует сигнал, который распространяется в направлении x , а второе – обратной волной – сигнал, который распространяется вдоль линии в противоположном направлении (рис. 9.3)

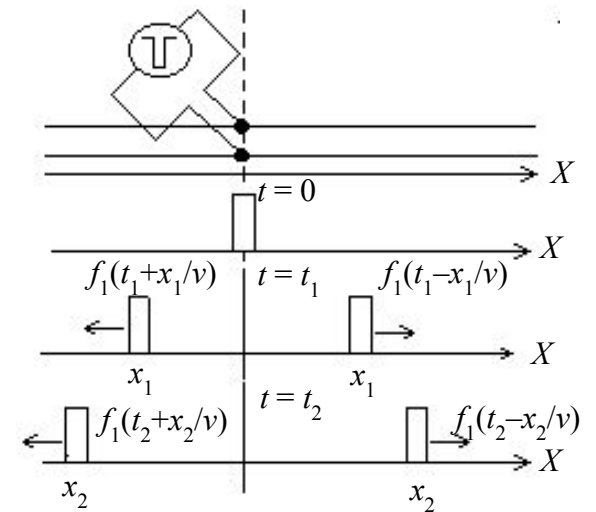


Рис. 9.3

9.2. Полубесконечная длинная линия

- Решение волновых уравнений значительно упрощается, если рассматривать полубесконечную длинную линию при гармоническом воздействии $e(t) = Em \cos \omega t$. В такой линии нет условий для распространения обратной волны, а потому существует лишь прямая, ее называют падающей волной.

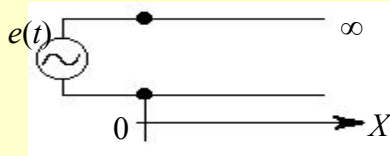


Рис. 9.4

$$U(x, t) = E \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_0} \right) = U_0 \cos(\omega t - \beta x);$$

$$i(x, t) = \frac{E}{\rho} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_0} \right) = I_0 \cos(\omega t - \beta x),$$

- Установившиеся процессы в такой линии в произвольном сечении являются гармоническими, но появляется фазовый сдвиг, который связан с конечной скоростью распространения волны. Напряжение и ток в любом сечении определяются из соотношений:

где $v_0 = \lambda/T = (L_0 C_0)^{-1/2}$ – скорость распространения сигнала в длинной линии;

- $\beta = \omega/v_0$ – коэффициент фазы, он характеризует фазовый сдвиг волны на единицу длины линии, иногда его называют *пространственной частотой* сигнала, так как $\beta = 2\pi/\lambda$, где λ – длина волны (это название дано по аналогии с тем, что $\omega = 2\pi/T$ – временная частота).
- Отношение комплексной амплитуды напряжения к комплексной амплитуде тока прямой волны называют волновым сопротивлением линии $\underline{Z}_в = U_m / I_m$. В линии без потерь оно имеет чисто резистивный характер $-\rho$, его называют характеристическим сопротивлением.

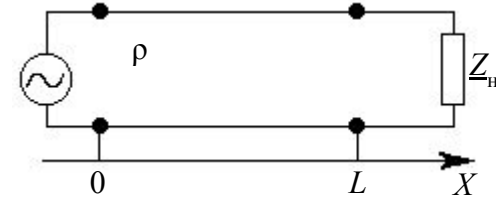
$(v_0, \beta, \underline{Z}_в)$ – называются волновыми, или вторичными, параметрами длинной линии.

Т.О., в длинной линии без потерь сигнал в любом сечении не изменяет своей формы и амплитуды, но наблюдается запаздывание вследствие конечной скорости

В линии с потерями наблюдается не только запаздывание во времени, но и затухание сигнала по амплитуде с возрастанием x

9.3. Линия конечной длины. Отражения

- На практике часто используются линии конечной длины. Пусть однородная линия длиной L нагружена на конце ($x = L$) на сопротивление Z_n . При $x = 0$ линия питается от генератора гармонической ЭДС с внутренним сопротивлением R_i . Волновое сопротивление линии $Z_v = \rho$.



- При гармоническом колебании мгновенное значение напряжения в любой точке определяется суммой падающей и отраженной волн напряжения, а мгновенные значения тока – разностью падающей и отраженной волн тока. Знаки в суммах связаны с тем, что положительные направления напряжений $U_{пад}$, $U_{отр}$ выбраны одинаково (сверху вниз), а у токов $I_{пад}$, $I_{отр}$ – встречно, поэтому они вычитаются.

$$U(x,t) = U_{пад} + U_{отр};$$

$$I(x,t) = I_{пад} - I_{отр},$$

где $U(x,t)$, $U_{пад}$, $U_{отр}$, $I(x,t)$, $I_{пад}$, $I_{отр}$ – комплексные амплитуды.

- Процессы, происходящие в длинной линии, определяются не только волновыми параметрами, которые характеризуют собственные свойства линии, но и коэффициентами отражения, которые зависят от согласования линии с нагрузкой.
- В установившемся режиме в линии присутствуют две волны. Эти волны распространяются в двух взаимно противоположных направлениях. Волна, движущаяся от генератора к нагрузке, называется прямой, или падающей. Волна, движущаяся от нагрузки к генератору, называется обратной, или отраженной. Появление обратной волны связано с отражением падающей волны от нагрузки. Таким образом, в длинной линии в каждый момент времени в каждой точке сечения присутствует алгебраическая сумма двух волн – падающей и отраженной.

- Комплексным коэффициентом отражения* длинной линии называют отношение комплексных амплитуд напряжений и токов отраженной и падающей

волн в произвольном сечении линии:

- комплексный коэффициент отражения напряжения;

$$P_U = \frac{U_{отр}}{U_{пад}} = \frac{Z_n - \rho}{Z_n + \rho}$$

- комплексный коэффициент отражения тока.

$$P_I = \frac{I_{отр}}{I_{пад}} = -\frac{Z_n - \rho}{Z_n + \rho}$$

9.4. Режимы работы длинной линии

- В зависимости от соотношения волнового сопротивления ρ и сопротивления нагрузки Z_n в длинной линии возможны три режима работы:
- **1. Режим бегущих волн** в линии имеет место, когда в ней распространяется только падающая волна напряжения и тока, а отраженная волна во всех сечениях равна нулю. В этом режиме вся энергия от источника питания передается в нагрузку, отражение отсутствует, следовательно, $U_{отр} = 0$ и $P_u = 0$.
- **2. Режим стоячих волн** имеет место, когда происходит полное отражение волны от нагрузки, т.е. в линии одновременно присутствуют две волны, амплитуды которых одинаковы: $U_{отр} = U_{пад}$, следовательно $|P_u| = 1$. В этом режиме энергия в нагрузке не выделяется.
- **3. Режим смешанных волн.** В этом режиме энергия частично выделяется в нагрузке, а частично отражается, т.е. в линии одновременно присутствуют две волны, амплитуды которых не одинаковы.

Условия режима бегущих волн.



Рис. 9.6

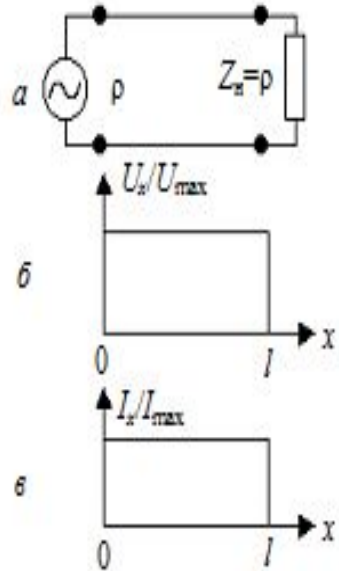


Рис. 9.7

- Режим бегущих волн возможен при следующих видах нагрузки:
- а) полубесконечная длинная линия (рис. 9.6). В ней нет конца, а потому и нет отраженной волны. Рис. 9.6
- б) линия нагружена на сопротивление, равное волновому $Z_n = \rho$ (рис. 9.7, а).
- Коэффициент отражения равен нулю

$$P_u = \frac{\rho - \rho}{\rho + \rho} = 0.$$

- В линии без потерь в режиме бегущих волн распределение амплитуд напряжения и тока по длине линии постоянно (рис. 9.7, б, в), а в линии с потерями амплитуды напряжения и тока убывают по экспоненте.
- Входное сопротивление линии в режиме бегущих волн равно волновому сопротивлению линии и не зависит от ее длины.
- В режиме бегущих волн передача энергии происходит только в одном направлении – от источника сигнала в нагрузку, такая нагрузка называется согласованной.

Режим стоячих волн.

- В этом режиме вся падающая волна отражается от нагрузки. Мощность, выделяемая на нагрузке, равна нулю. Режиме стоячих волн $P_u = 1$ возникает в следующих трех случаях (рис. 9.8):
- 1) линия, разомкнутая на конце $Z_n = \infty$.
- 2) $Z_n = 0$
- 3) $Z_n = jX$

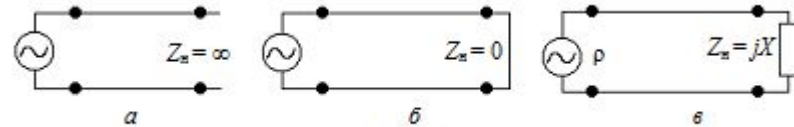


Рис. 9.8

- Рис. 9.90 // $Z_n = \infty$ U_x/U_{max} / I_x/I_{max} x $а б в$ – $3\lambda/4$ – $\lambda/4$ – λ – $\lambda/2$ узел / пучность
- Коэффициент отражения по напряжению $P_u = 1$. Это означает, что на конце линии волна по напряжению полностью отражается, т.е. амплитуда падающей волны равна амплитуде отраженной волны, причем знак отраженной волны совпадает с падающей, что приводит к удвоению напряжения на конце линии.
- Коэффициент отражения по току $P_i = -1$. Это означает, что на конце линии ток равен нулю.
- Распределение амплитуд напряжения и тока вдоль линии в режиме холостого хода приведены на рис. 9.9, б.
- Точки максимума напряжения или тока называются *пучностями* напряжения или тока, а точки, в которых амплитуда напряжения или тока равны нулю, называются *узлами*.
- В режиме холостого хода на конце линии имеет место пучность напряжения и узел тока.
- б) линия короткозамкнутая на конце: $Z_n = 0$. Коэффициенты отражения $P_u = 1$. Рис. 9.100 // $Z_n = 0$ U_x/U_{max} / I_x/I_{max} x $а б в$ – $3\lambda/4$ – $\lambda/4$ – λ – $\lambda/2$ Узел / Пучность
- Графики распределения амплитуд напряжения и тока показаны на рис. 9.10, б, в. На конце линии имеет место пучность тока и узел напряжения.
- в) линия нагружена на реактивное сопротивление $Z_n = jX$.
- Коэффициенты отражения P_u и P_i – комплексные величины, а их модули равны $|P_u| = |P_i| = 1$. Это означает, что амплитуды прямой и отраженной волн в линии одинаковы, но на конце нет ни пучности, ни узла.

Нелинейные цепи

Цепь, сопротивление которой не зависит от протекающего по ней тока, называется линейной, а цепь, сопротивление которой зависит от проходящего тока, называется нелинейной.

Расчет токов и напряжений в нелинейных цепях производится с помощью вольт-амперных характеристик нелинейных сопротивлений, содержащихся в исследуемых цепях. Вольт-амперная характеристика, представляющая собой зависимость между током и приложенным к нелинейному сопротивлению напряжением, изображается графиком, построенным на основании экспериментальных данных (рис. 2.10, а).

При последовательном соединении двух нелинейных сопротивлений R_1 и R_2 с вольт-амперными характеристиками 1 и 2 (рис. 2.10, б) ток в цепи I является общим для обоих сопротивлений, а приложенное напряжение U_1 и втором U_2 нелинейном сопротивлении, т. е. $U = U_1 + U_2$. Задаваясь раз-

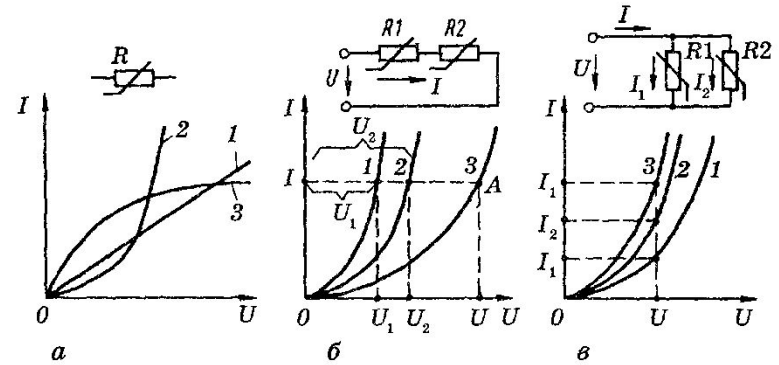


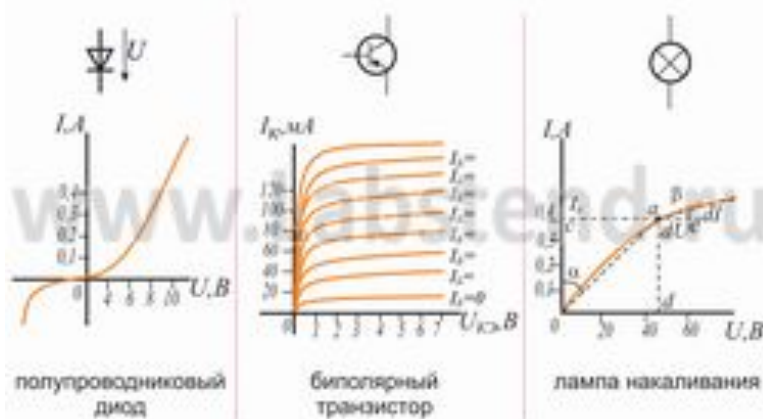
Рис. 2.10. Вольт-амперные характеристики и условные обозначения нелинейных сопротивлений: а — для различных типов сопротивлений; б — для двух последовательно включенных сопротивлений; в — для двух параллельно включенных сопротивлений

При параллельном соединении нелинейных сопротивлений R_1 и R_2 с вольт-амперными характеристиками 1 и 2 (рис. 2.10, в) ток в неразветвленной части цепи в любой момент равен сумме токов в этих сопротивлениях ($I = I_1 + I_2$), а напряжение на зажимах цепи U является общим для обоих сопротивлений. Откладывая на горизонтальной оси значе-

Электрические цепи постоянного тока

Вольт-амперные характеристики нелинейных электрических цепей постоянного тока

Нелинейная электрическая цепь содержит сопротивление с нелинейной зависимостью тока, протекающего через него, от приложенного к этому сопротивлению напряжения (с нелинейной В.А.Х.)



полупроводниковый диод

биполярный транзистор

лампа накаливания

$$R_{ст} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{m_x \cdot OC}{m_x \cdot OC} = m_x \cdot tg\alpha \quad \text{Статическое сопротивление в точке } a$$

$$R_{дин} = \frac{dU}{dI} \approx \frac{m_x \cdot \overline{ac}}{m_x \cdot bc} = m_x \cdot tg\beta \quad \text{Динамическое сопротивление в точке } a$$



Дисциплина: Электротехника и электроника

Лектор: Погодин Дмитрий Вадимович
Кандидат технических наук,
доцент кафедры РИИТ
(кафедра Радиоэлектроники и
информационно-измерительной
техники)