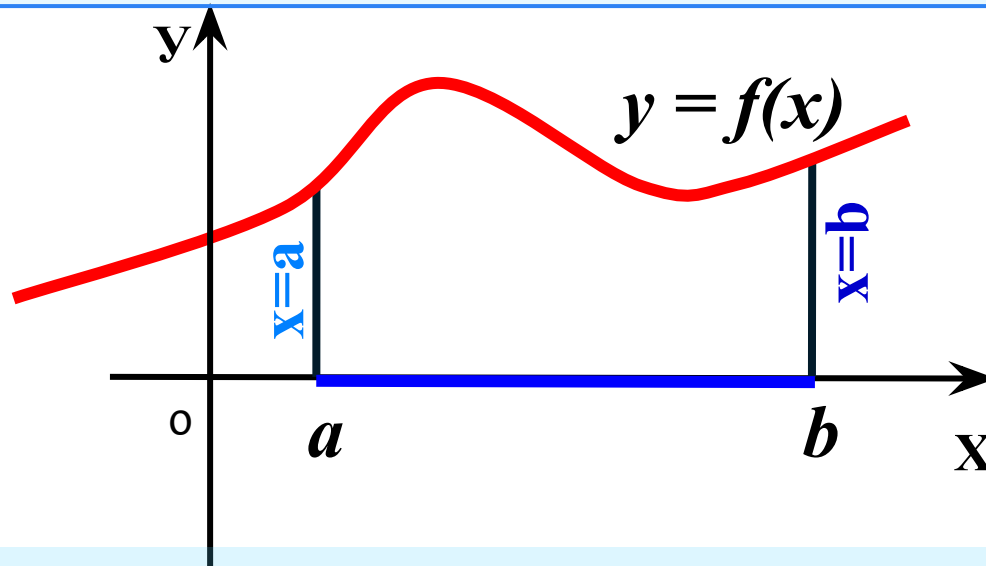


***Площадь
криволинейной
трапеции и
интеграл.***

Криволинейная трапеция

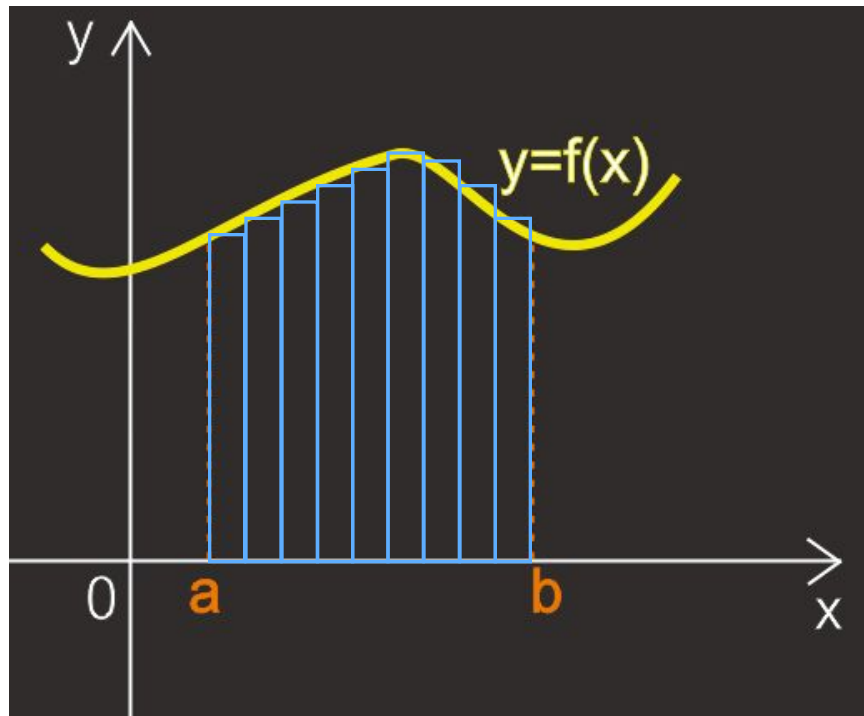
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$ и отрезком $[a;b]$.



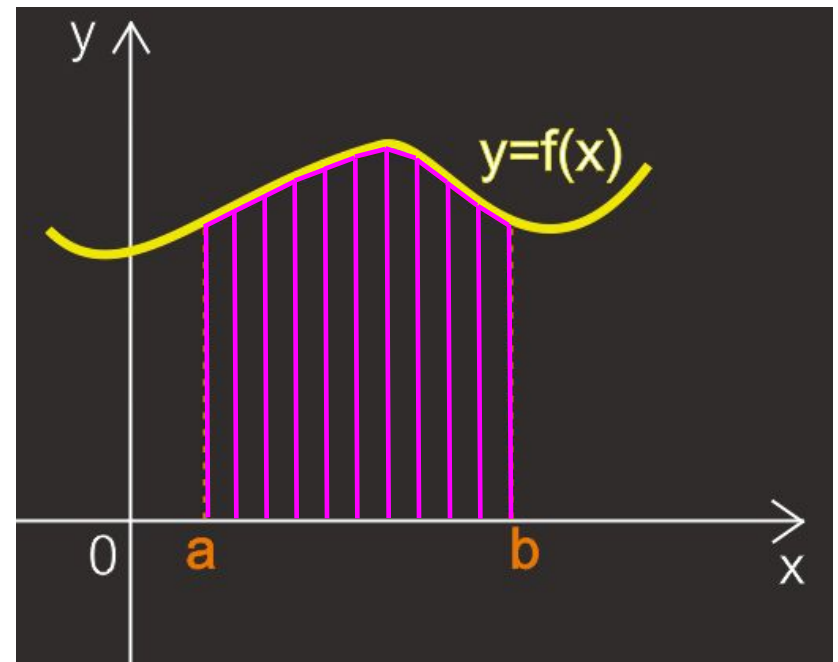
Отрезок $[a;b]$ называют *основанием* этой криволинейной трапеции

Способы вычисления криволинейной трапеции

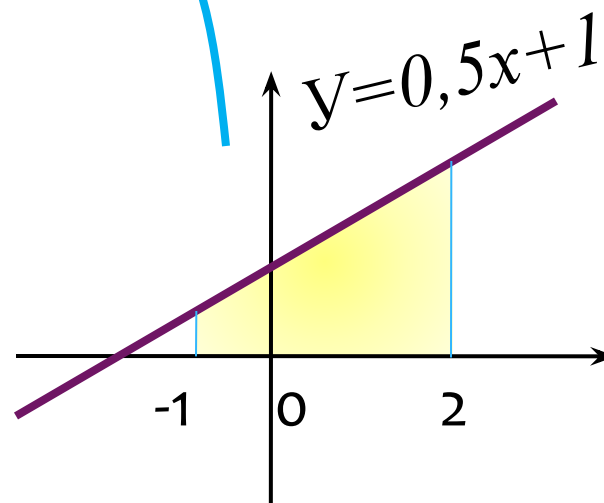
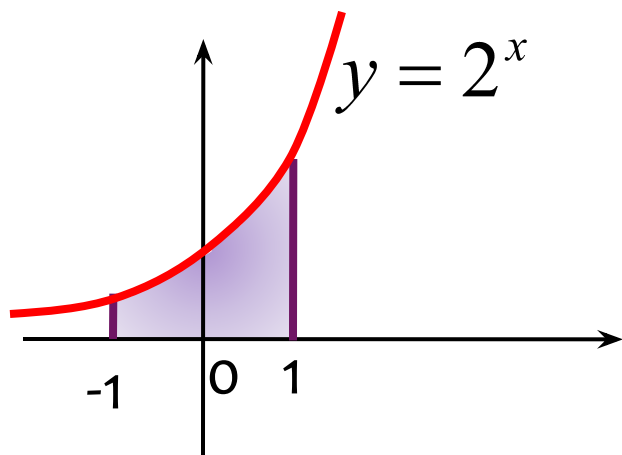
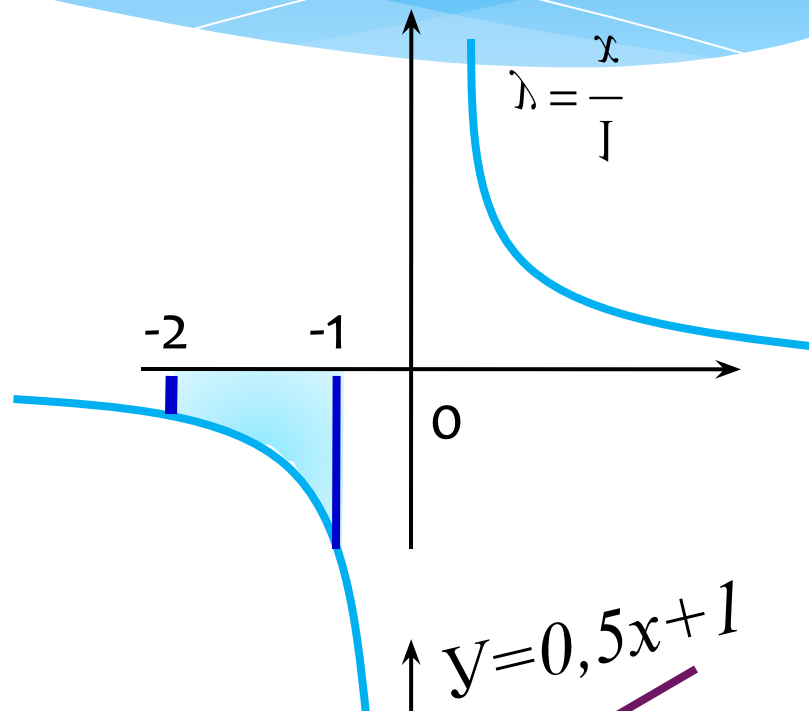
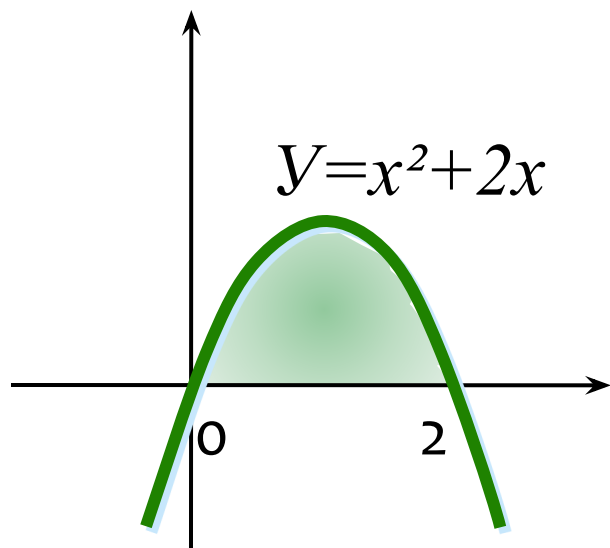
Метод
прямоугольников



Метод
трапеций



Криволинейная трапеция



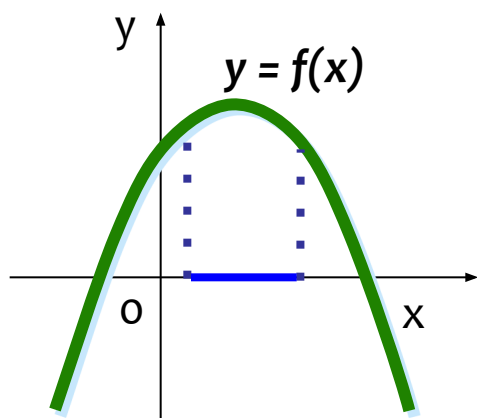
**Какие из заштрихованных на рисунке
фигур являются криволинейными
трапециями, а какие нет?**

Заполнить таблицу

№1	Да/нет
№2	
№3	
№4	
№5	
№6	

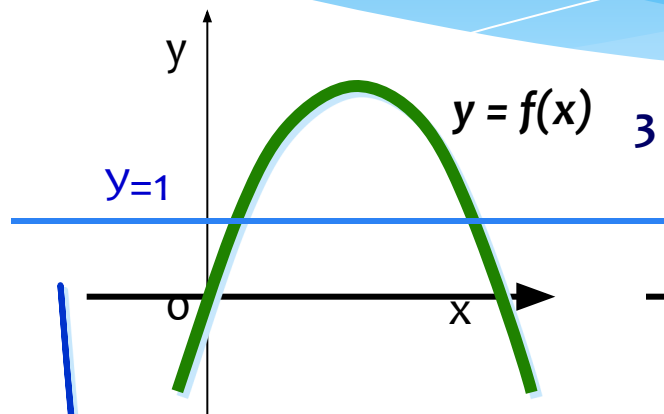
1

верно



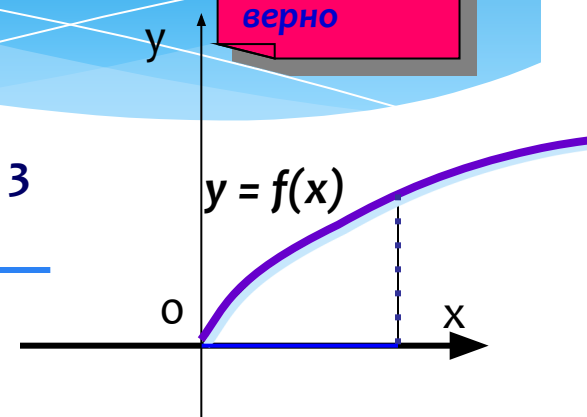
2

Не верно

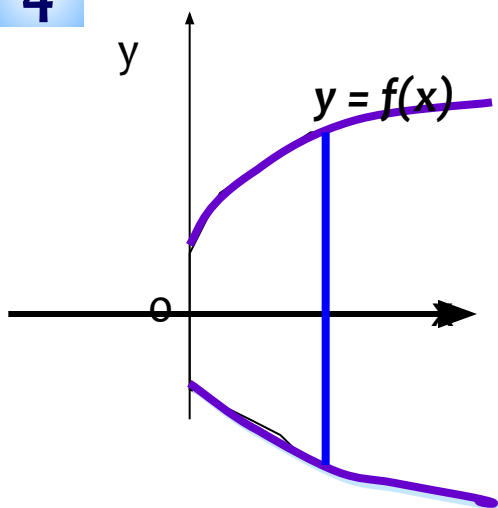


3

верно

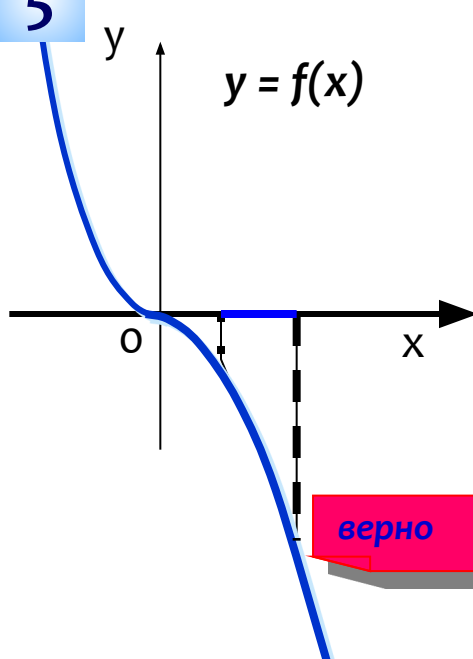


4



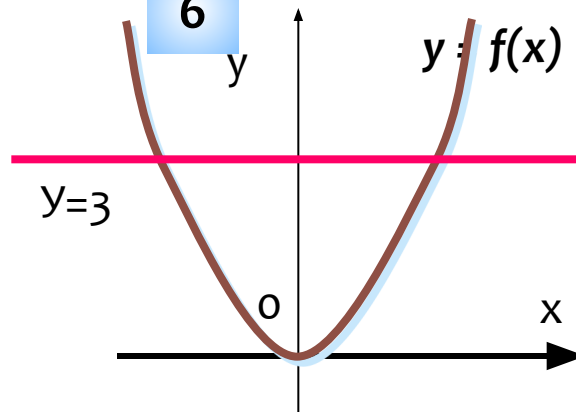
Не верно

5



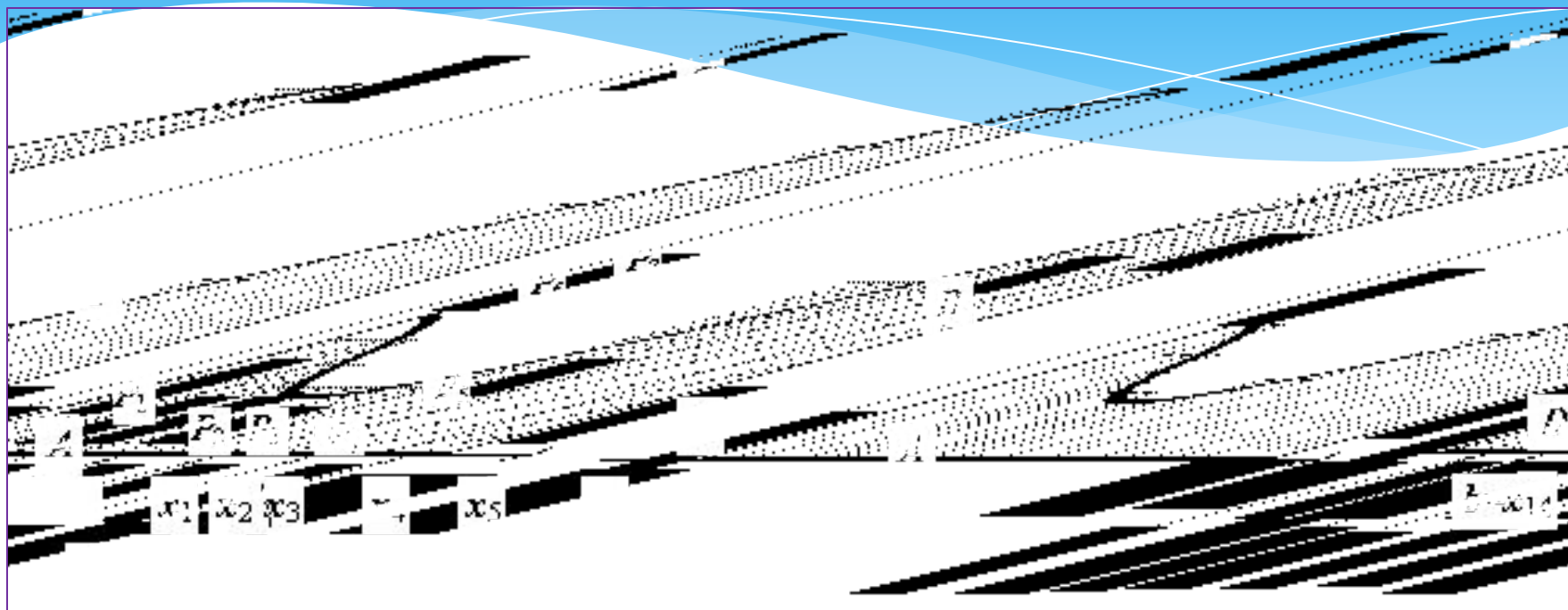
верно

6



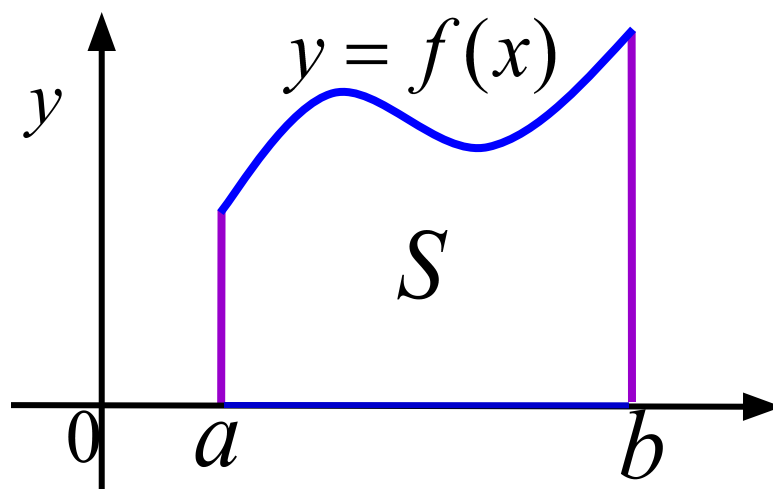
Не верно

Площадь криволинейной трапеции



Теорема. Любая функция $f(x)$, непрерывная на отрезке $[a;b]$ и имеющая на нем конечное количество экстремумов, имеет на этом отрезке первообразную.

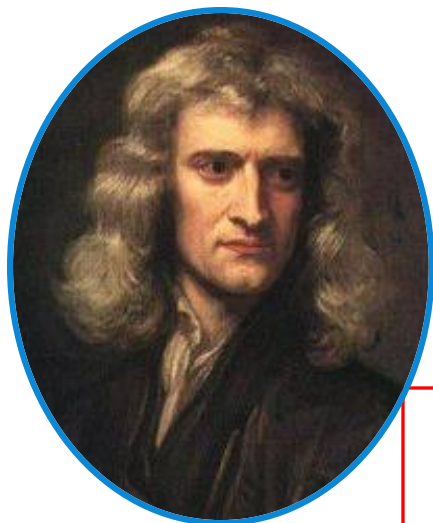
Площадь криволинейной трапеции.



$$S = F(b) - F(a)$$

где $F(x)$ – любая первообразная функции $f(x)$.

Формула Ньютона-Лейбница



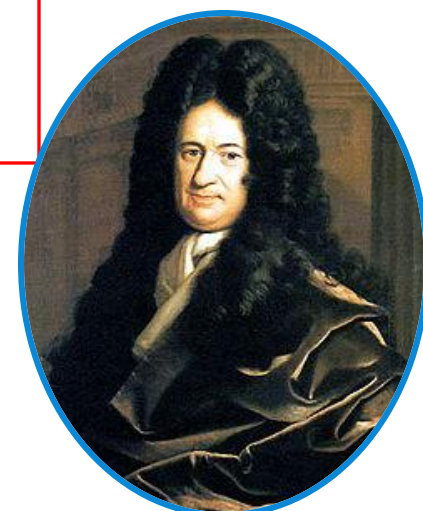
1643—1727

$$S = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

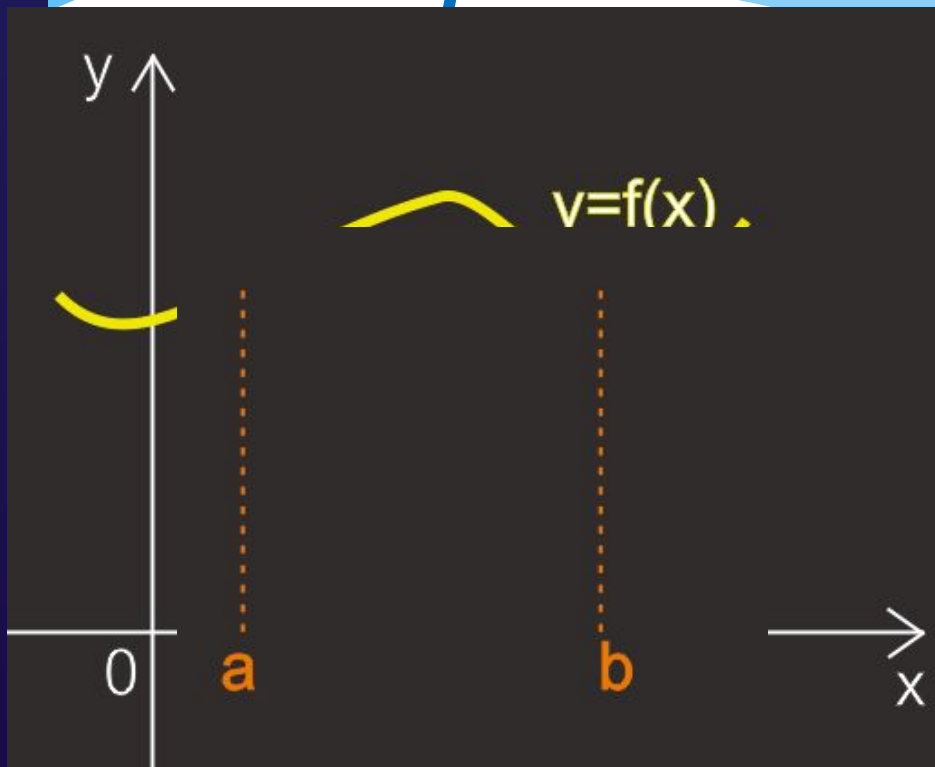
$$S = \int_a^b f(x)dx$$



1646—1716

Формула Ньютона-Лейбница

Алгоритм вычисления площади криволинейной трапеции:

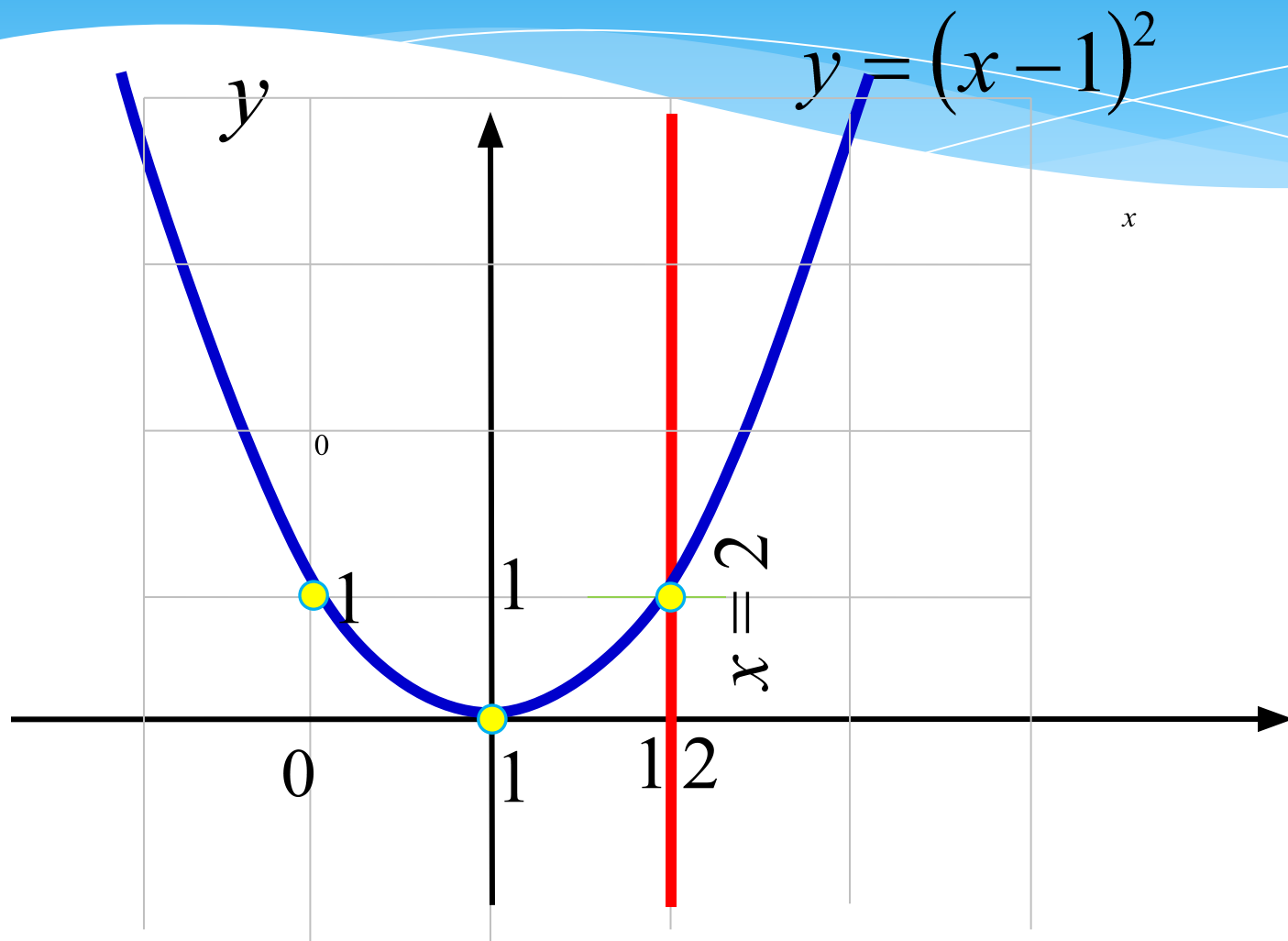


$$F(x) = \dots \dots$$

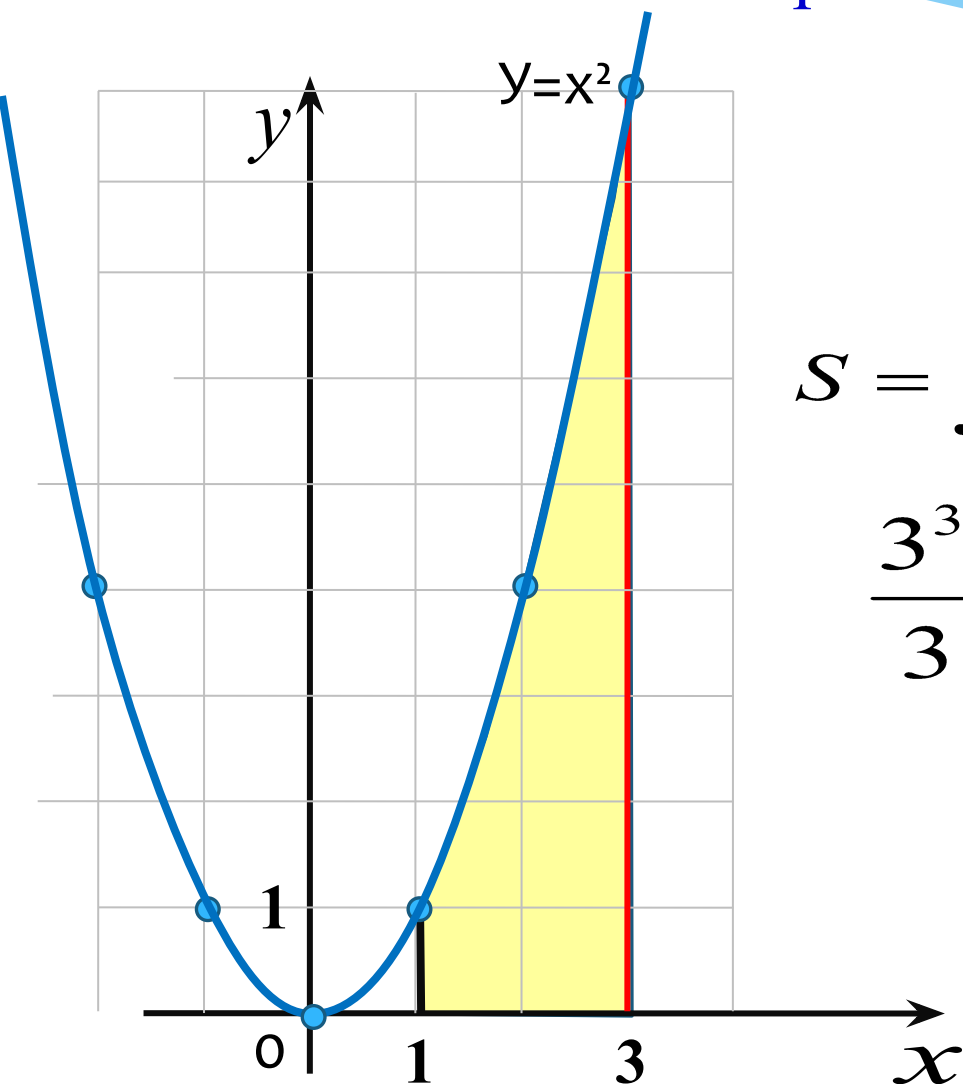
$$S = F(b) - F(a) = \dots \dots$$

1. Схематично изобразить график функции $f(x)$.
2. Провести прямые $x=a$ и $x=b$.
3. Записать одну из первообразных $F(x)$ функции $f(x)$.
4. Составить и вычислить разность $F(b) - F(a)$.

Изобразить криволинейную трапецию,
ограниченную графиком функции $y = (x-1)^2$,
осью Ox и прямой $x=2$.



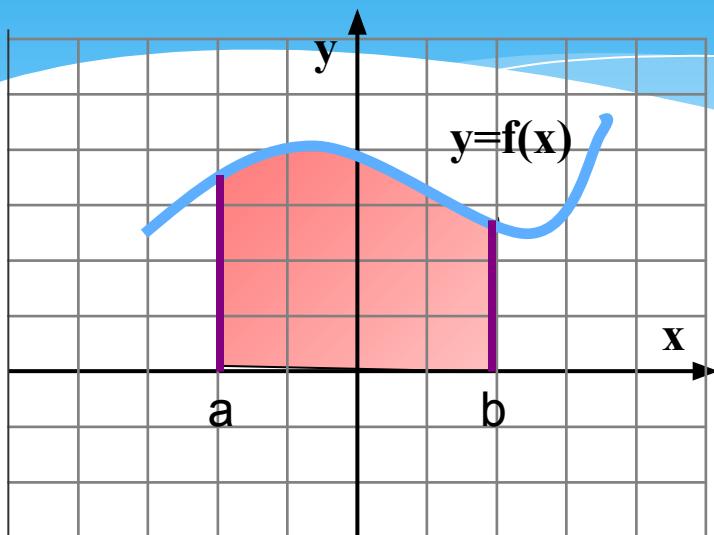
Найти площадь криволинейной трапеции,
изображенной на рисунке



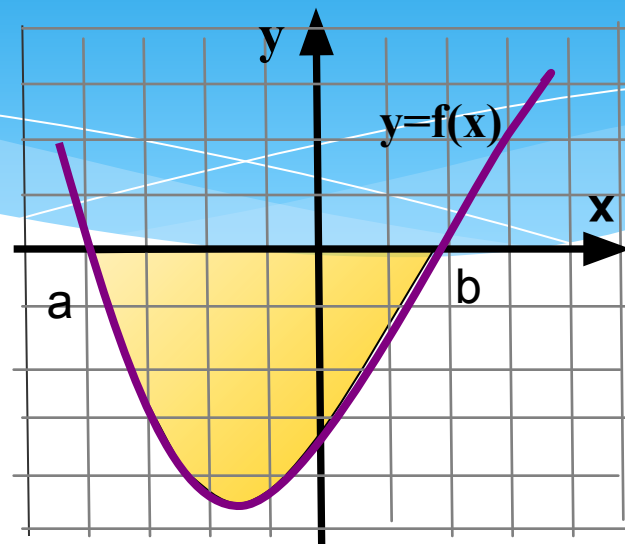
$$S = \int_a^b f(x) dx$$

$$S = \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 8\frac{2}{3} \text{ (кв.ед)}$$

Формулы вычисления площади с помощью интеграла

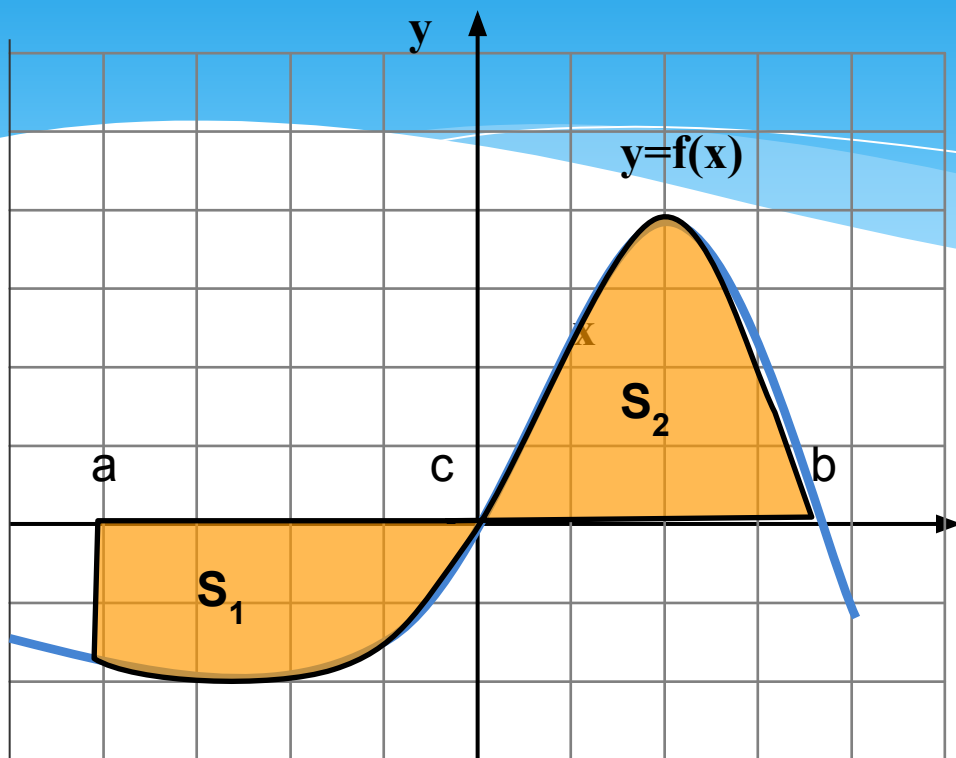


$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$

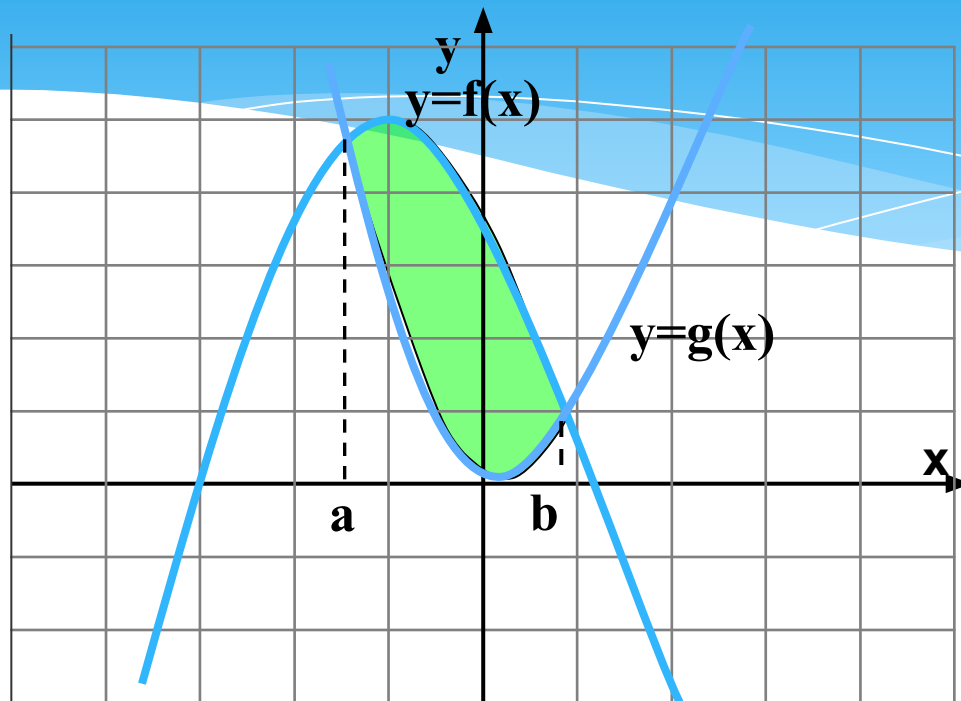
Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Формулы вычисления площади с помощью интеграла



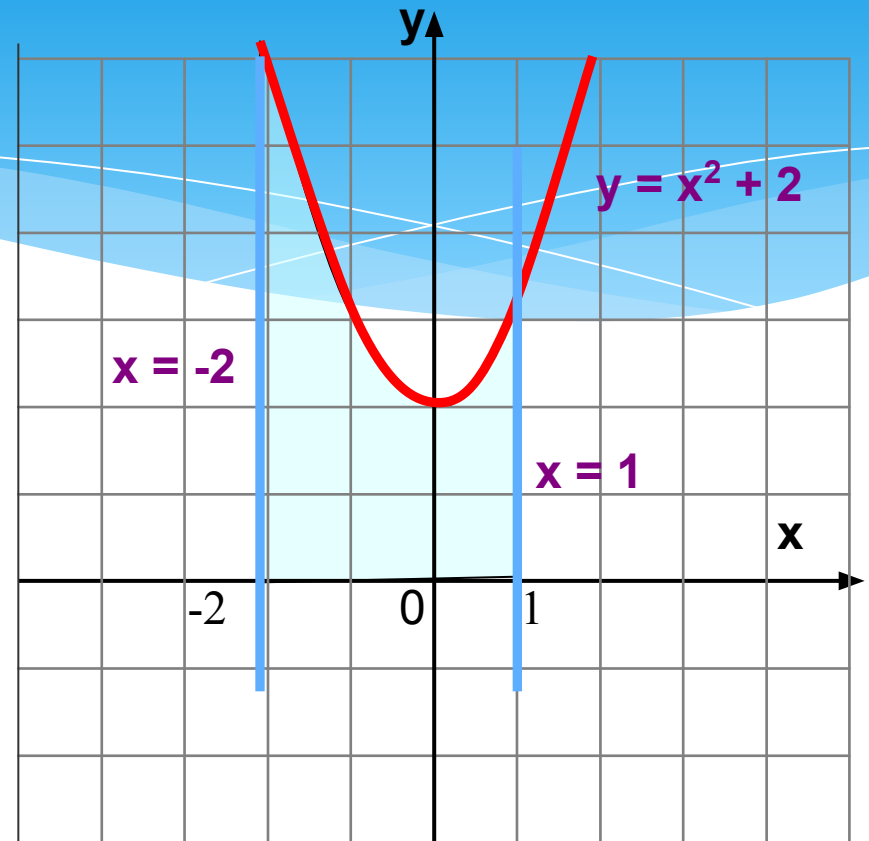
$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2 + 2$, $x = 1$, $x = -2$

$$S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx$$

$$S = \left(\frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2}^1$$

$$S = \frac{1}{3} + 2 - \left(-\frac{8}{3} - 4 \right)$$



$$S = 9 \text{ ед.кв}$$

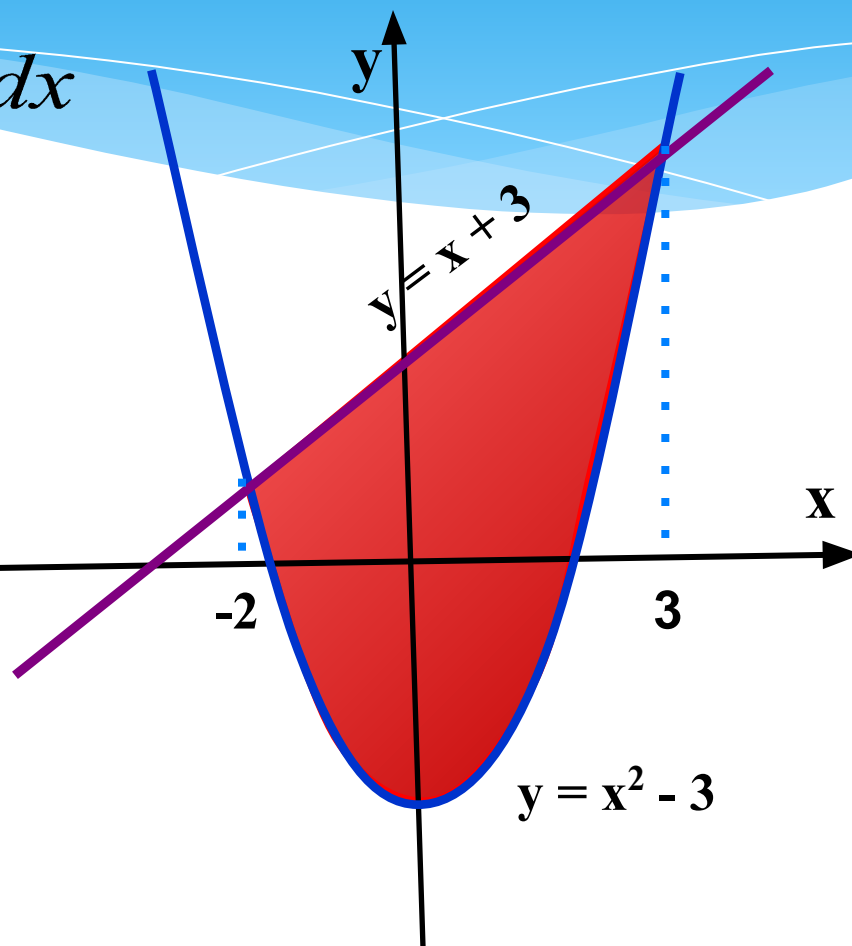
Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x - 3$, $y = x^2 - 3$

$$S = \int_{-3}^3 (x + 3 - (x^2 - 3)) dx$$

$$S = \int_{-2}^3 (x - x^2 + 6) dx$$

$$S = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 6x \right) \Big|_{-2}^3$$

$$S = 11\frac{5}{6}$$

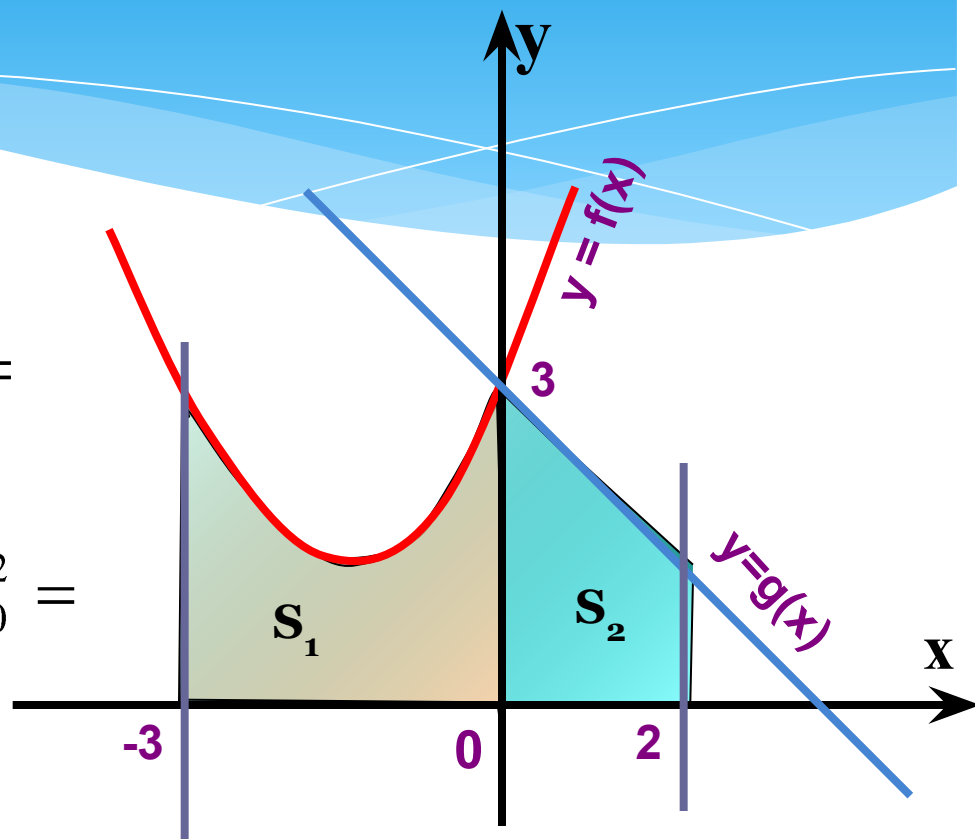


Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $g(x) = 3 - x$, $f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3$, $x = -3$, $x = 2$, $y = 0$

$$S_{\Phi} = S_1 + S_2$$

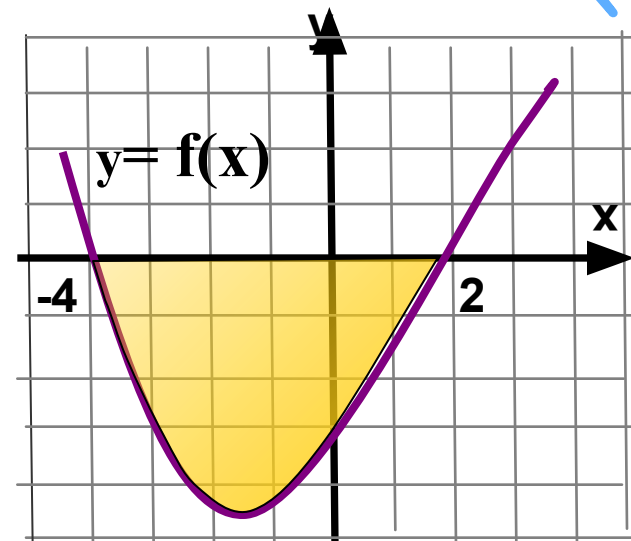
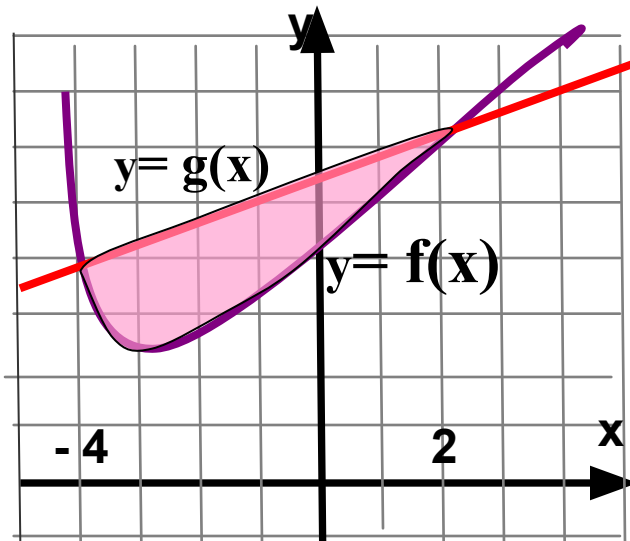
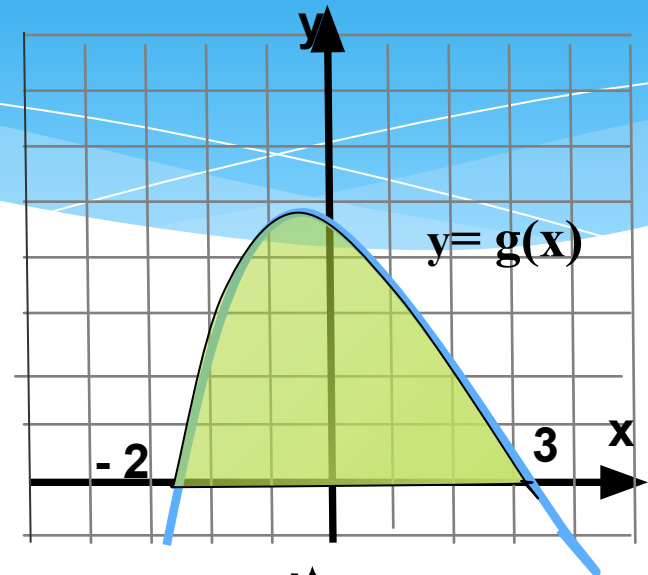
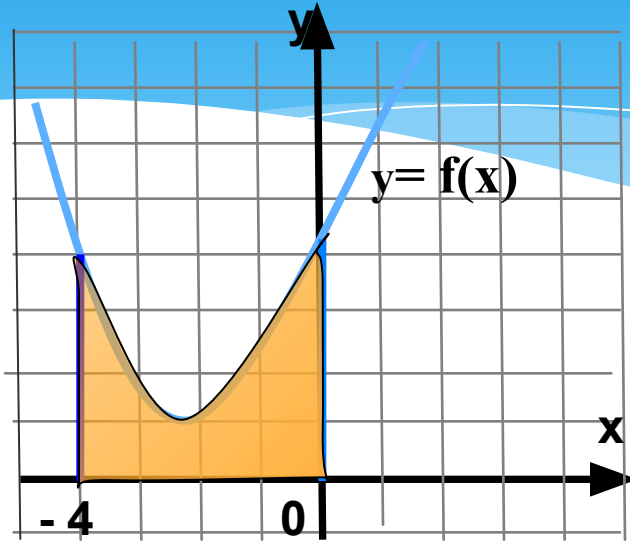
$$S_1 = \int_{-3}^0 (0,5x^2 + 2x + 3) dx =$$

$$S_2 = \int_0^2 (3 - x) dx = \left(3x - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^2 =$$

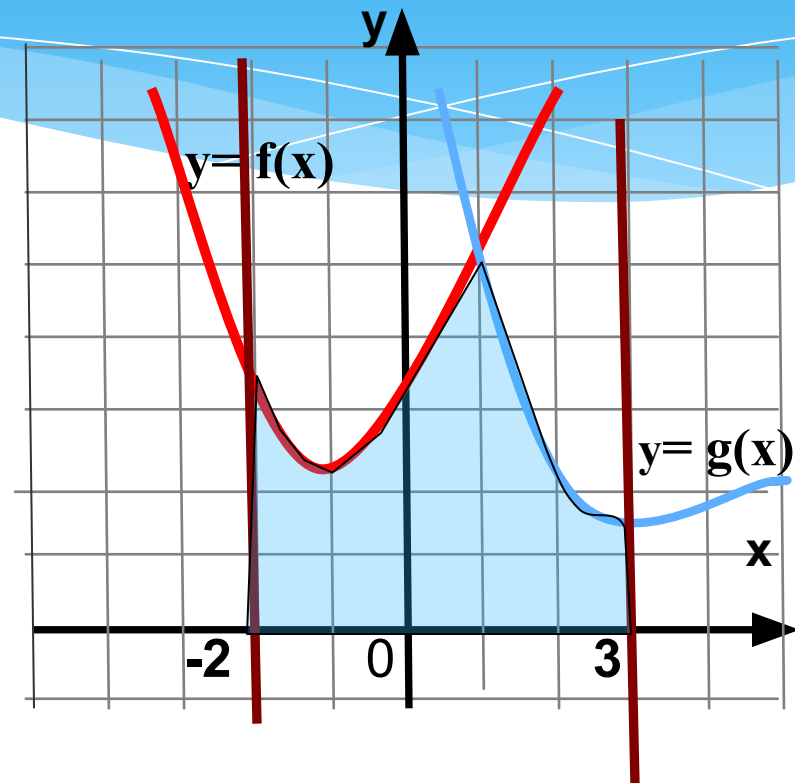
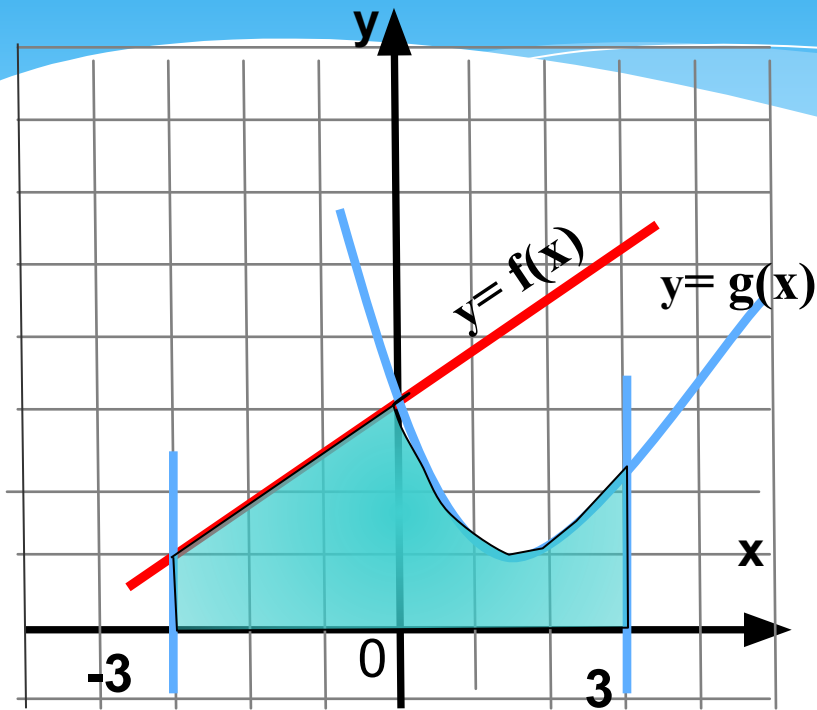


$$S_{\Phi} = 4,5$$

Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

Вариант 1

а) $f(x) = 2x + 1$

б) $f(x) = x^2$

$y = 0, x = 0, x = 3$

Вариант 2

а) $f(x) = 1 - x$

б) $f(x) = x^2$

$y = 0, x = 2, x = 4$

Сделать проверку, используя любой другой
известный способ.