

Функция $y = kx^2$

Функция $y = k/x$

Алгебра

8 класс

Функция $y = 2x^2$ и её график

$$x = 0 \quad y = 2 \cdot 0^2 = 0 \quad (0; 0)$$

$$x = 0,5 \quad y = 2 \cdot 0,5^2 = 0,5 \quad (0,5; 0,5)$$

$$x = 1 \quad y = 2 \cdot 1^2 = 2 \quad (1; 2)$$

$$x = 1,5 \quad y = 2 \cdot 1,5^2 = 4,5 \quad (1,5; 4,5)$$

$$x = 2 \quad y = 2 \cdot 2^2 = 8 \quad (2; 8)$$

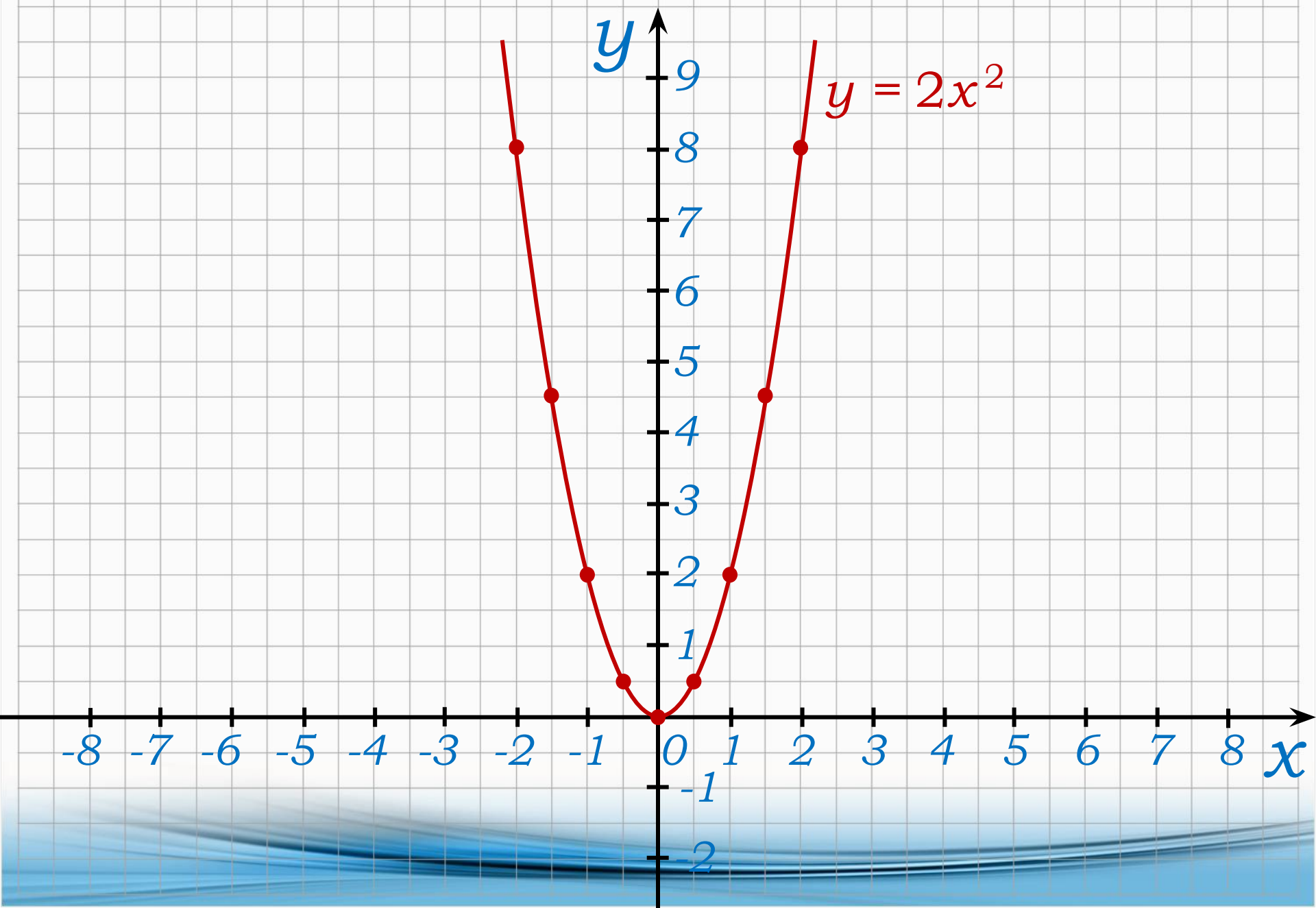
$$x = 2,5 \quad y = 2 \cdot 2,5^2 = 12,5 \quad (2,5; 12,5)$$

$$x = 3 \quad y = 2 \cdot 3^2 = 18 \quad (3; 18)$$

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	0	0,5	2	4,5	8	12,5	18

x	-0,5	-1	-1,5	-2	-2,5	-3	-3,5
y	0,5	2	4,5	8	12,5	18	24,5

Функция $y = 2x^2$ и её график



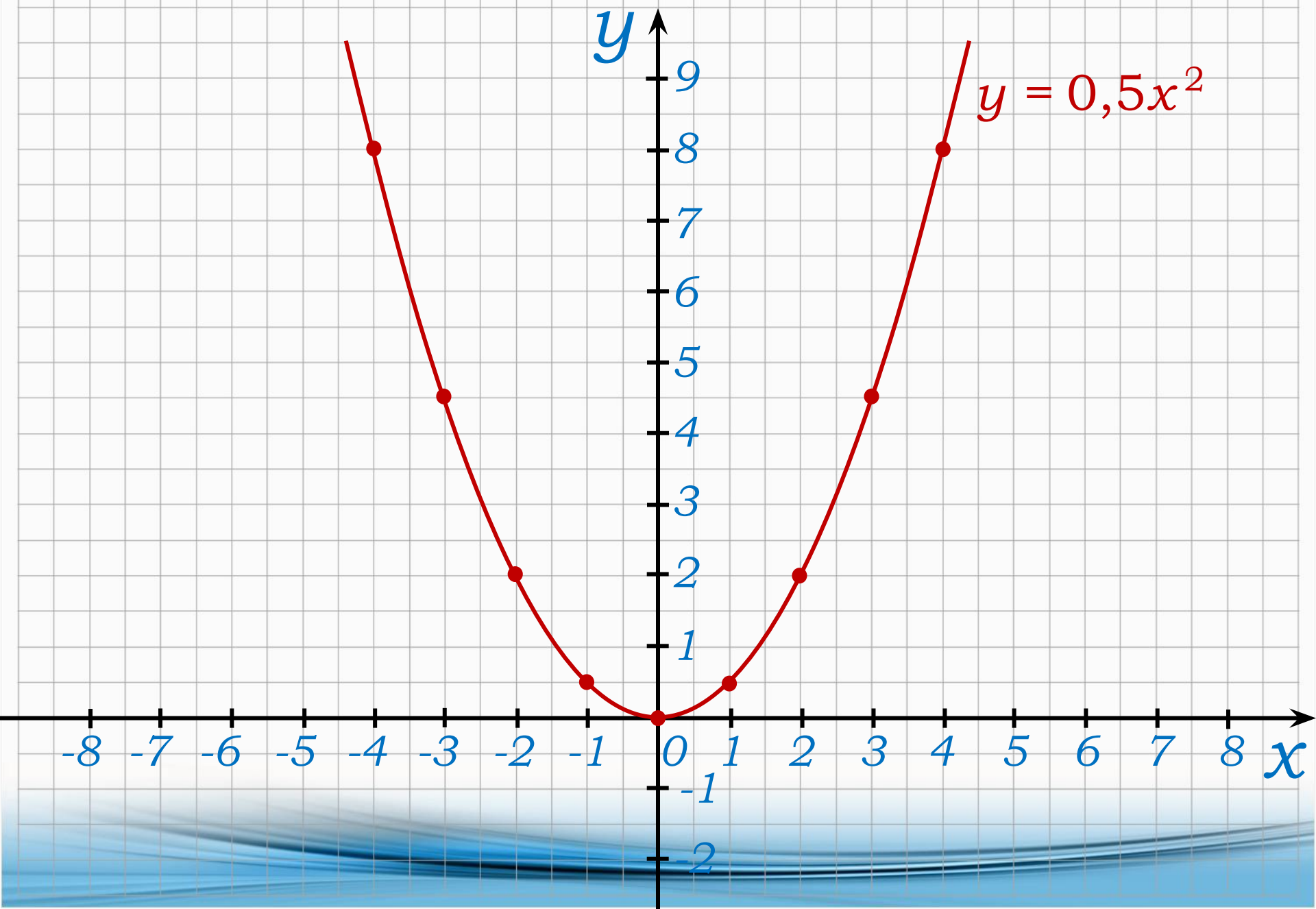
Функция $y = 0,5x^2$ и её график

$x = 0$	$y = 0,5 \cdot 0^2 = 0$	$(0; 0)$
$x = 1$	$y = 0,5 \cdot 1^2 = 0,5$	$(1; 0,5)$
$x = 2$	$y = 0,5 \cdot 2^2 = 2$	$(2; 2)$
$x = 3$	$y = 0,5 \cdot 3^2 = 4,5$	$(3; 4,5)$
$x = 4$	$y = 0,5 \cdot 4^2 = 8$	$(4; 8)$

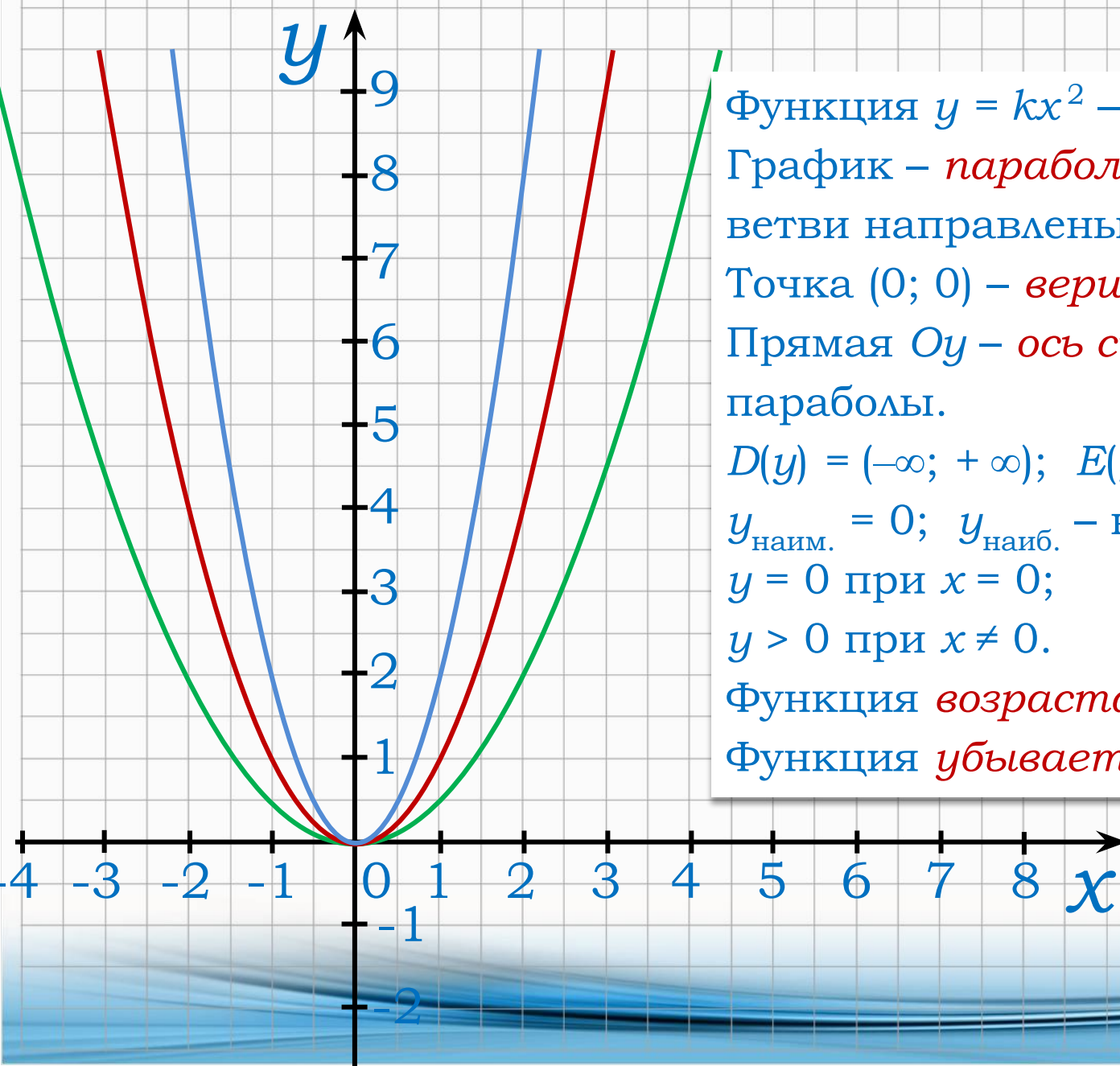
x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	2	4,5	8

x	-1	-2	-3	-4
y	0,5	2	4,5	8

Функция $y = 0,5x^2$ и её график

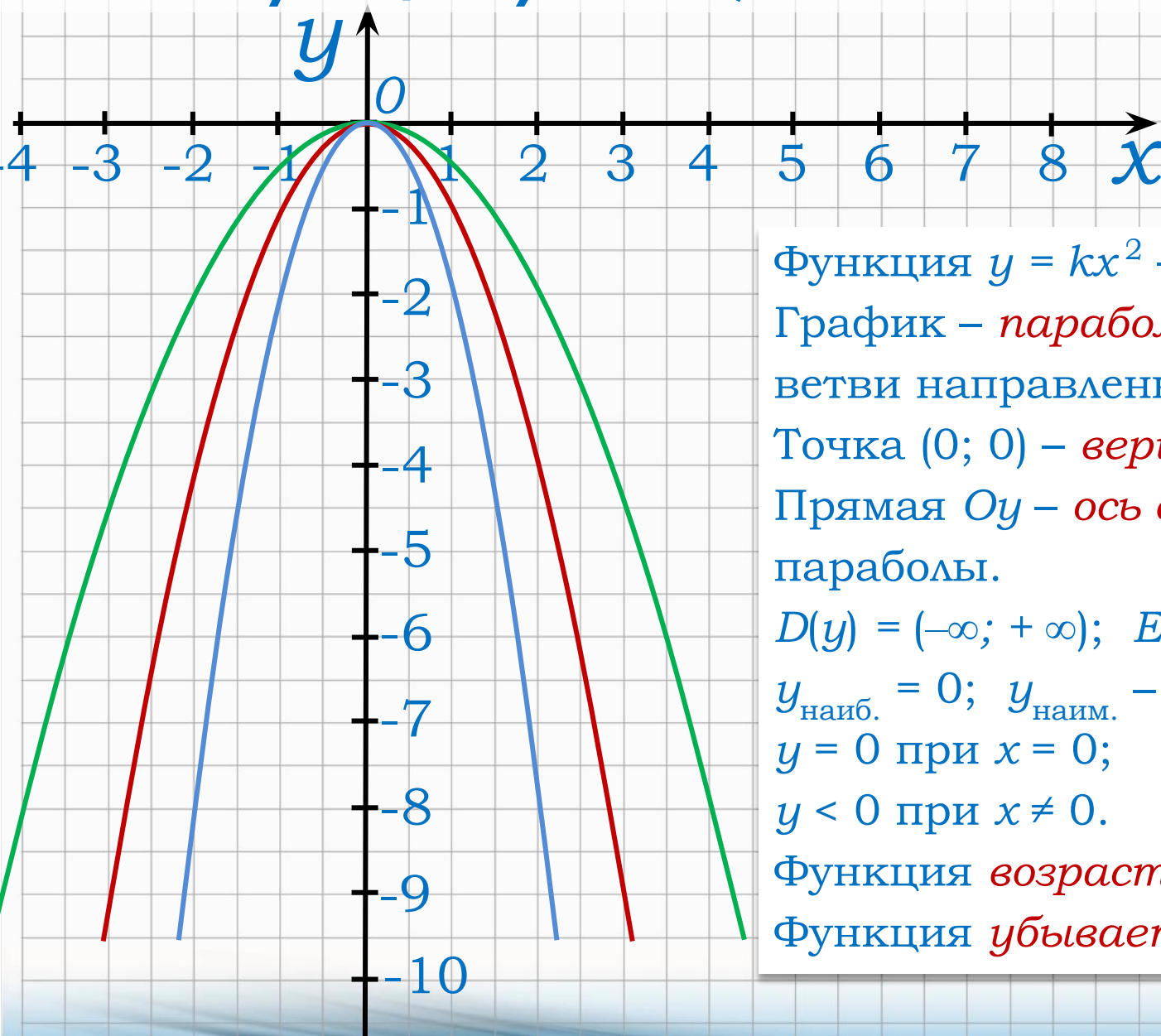


Функция $y = kx^2$, $k > 0$ и её свойства



Функция $y = kx^2$ – *квадратичная*
График – *парабола*,
ветви направлены вверх, если $k > 0$.
Точка $(0; 0)$ – *вершина* параболы.
Прямая Oy – *ось симметрии*
параболы.
 $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $E(y) = [0; +\infty)$.
 $y_{\text{наим.}} = 0$; $y_{\text{наиб.}}$ – не существует;
 $y = 0$ при $x = 0$;
 $y > 0$ при $x \neq 0$.
Функция *возрастает* при $x \geq 0$.
Функция *убывает* при $x \leq 0$.

Функция $y = kx^2$, $k < 0$ и её свойства



Функция $y = kx^2$ – *квадратичная*
График – *парабола*,
ветви направлены вниз, если $k < 0$.
Точка $(0; 0)$ – *вершина* параболы.
Прямая Oy – *ось симметрии*
параболы.

$D(y) = (-\infty; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; 0]$.

$y_{\text{наиб.}} = 0$; $y_{\text{наим.}}$ – не существует;

$y = 0$ при $x = 0$;

$y < 0$ при $x \neq 0$.

Функция *возрастает* при $x \leq 0$.

Функция *убывает* при $x \geq 0$.

Функция $y = kx^2$ и её график

Найти точки пересечения параболы $y = 2x^2$ и прямой $y = -x + 6$

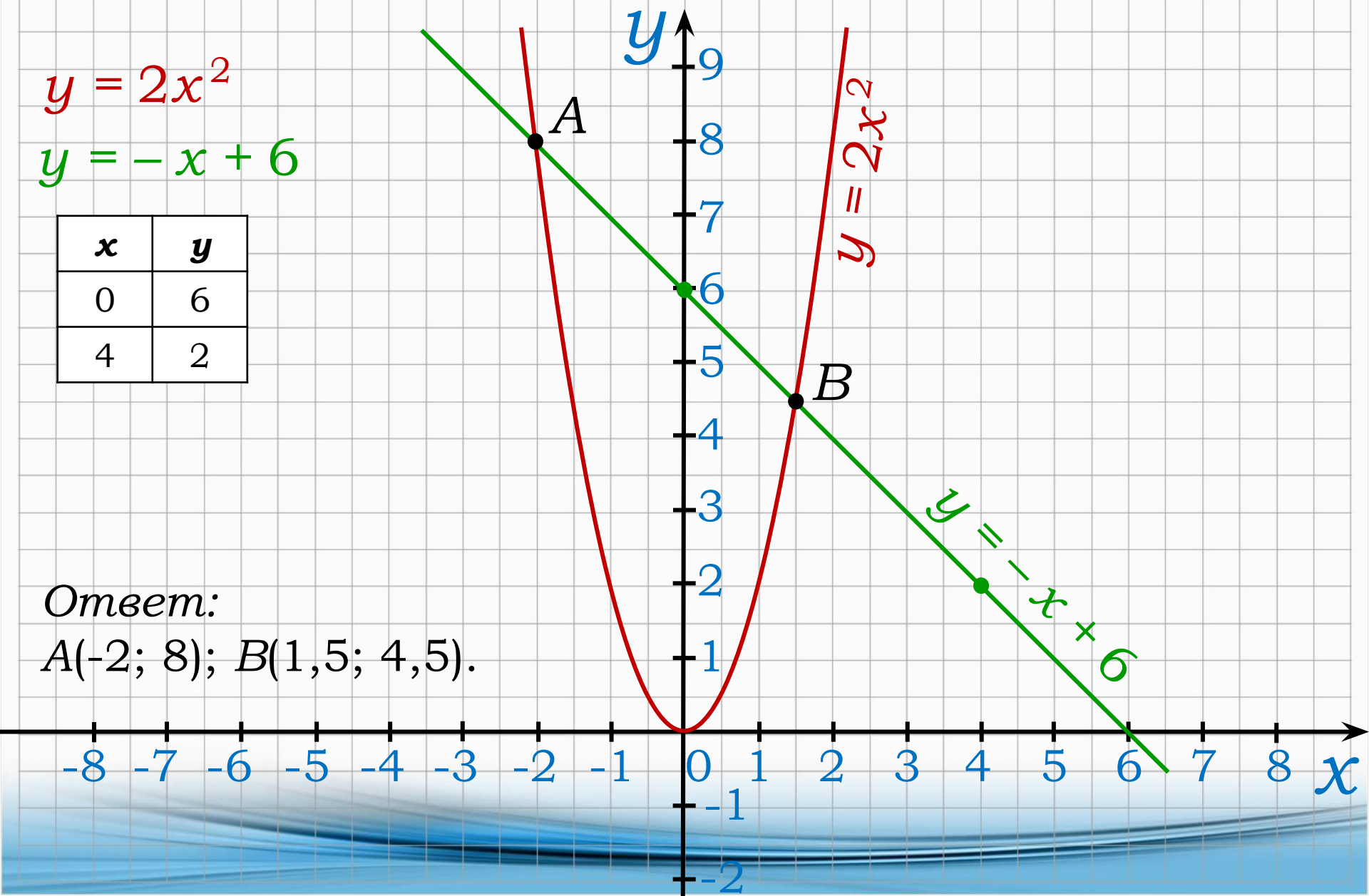
$$y = 2x^2$$

$$y = -x + 6$$

x	y
0	6
4	2

Ответ:

$A(-2; 8); B(1,5; 4,5)$.



Функция $y = k/x$ и её график

$$y = 4/x$$

$$x = 0,5 \quad y = 4:0,5 = 8 \quad (0,5; 8)$$

$$x = 1 \quad y = 4:1 = 4 \quad (1; 4)$$

$$x = 2 \quad y = 4:2 = 2 \quad (2; 2)$$

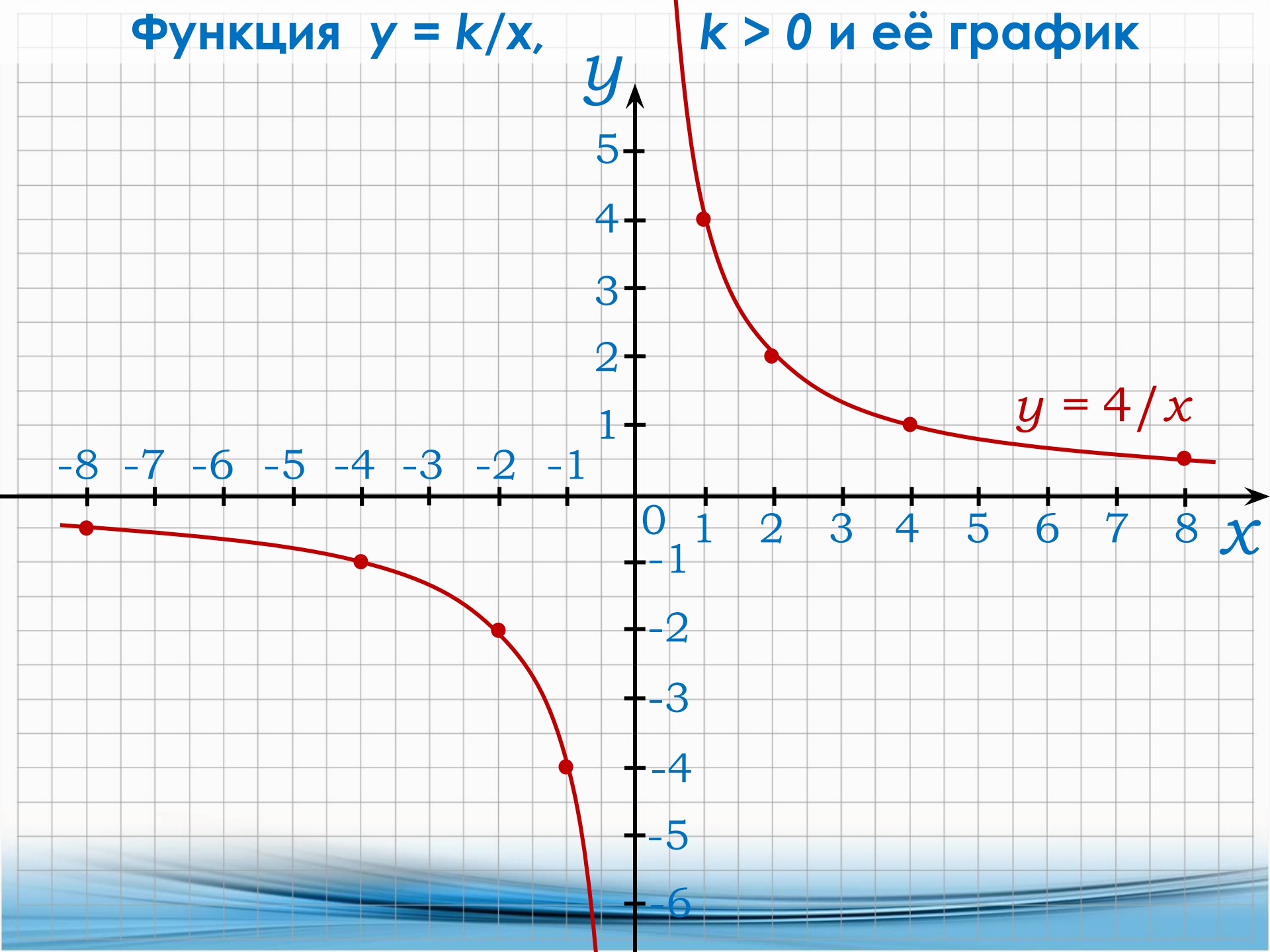
$$x = 4 \quad y = 4:4 = 1 \quad (4; 1)$$

$$x = 8 \quad y = 4:8 = 0,5 \quad (8; 0,5)$$

x	0,5	1	2	4	8
y	8	4	2	1	0,5

x	-0,5	-1	-2	-4	-8
y	-8	-4	-2	-1	-0,5

Функция $y = k/x$, $k > 0$ и её график



Функция $y = k/x$, $k > 0$ и её график

Функция $y = k/x$ – *обратная пропорциональность*

График – *гипербола*, ветви расположены в I и III координатных углах, если $k > 0$.

Точка $(0; 0)$ – *центр симметрии*

Оси координат – *асимптоты*

$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

$y > 0$ при $x > 0$; $y < 0$ при $x < 0$.

Функция *убывает* при $x < 0$ и $x > 0$.

Наибольшего и наименьшего значений функции *нет*.

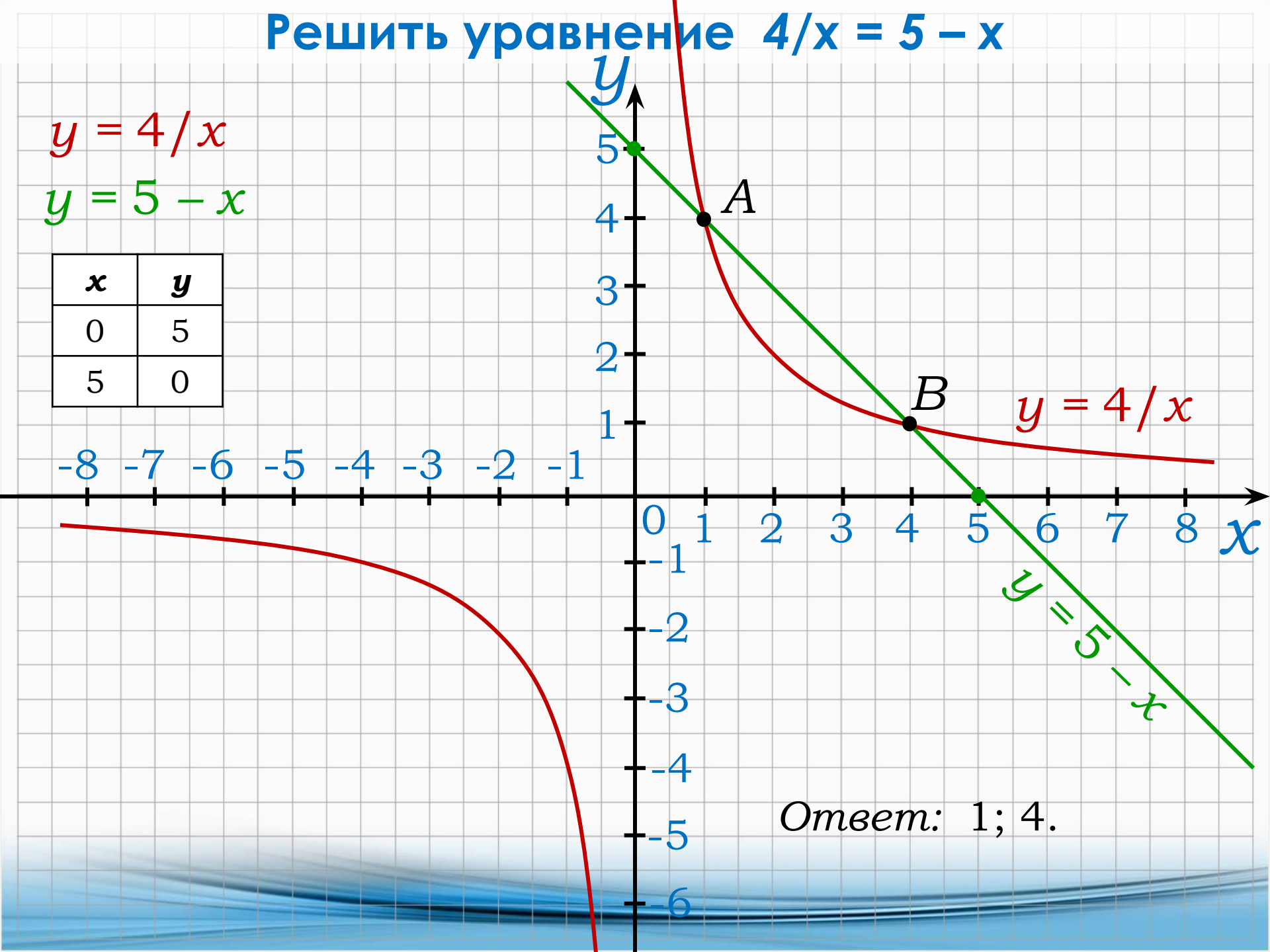
Функция не ограничена ни сверху, ни снизу.

Решить уравнение $4/x = 5 - x$

$$y = 4/x$$

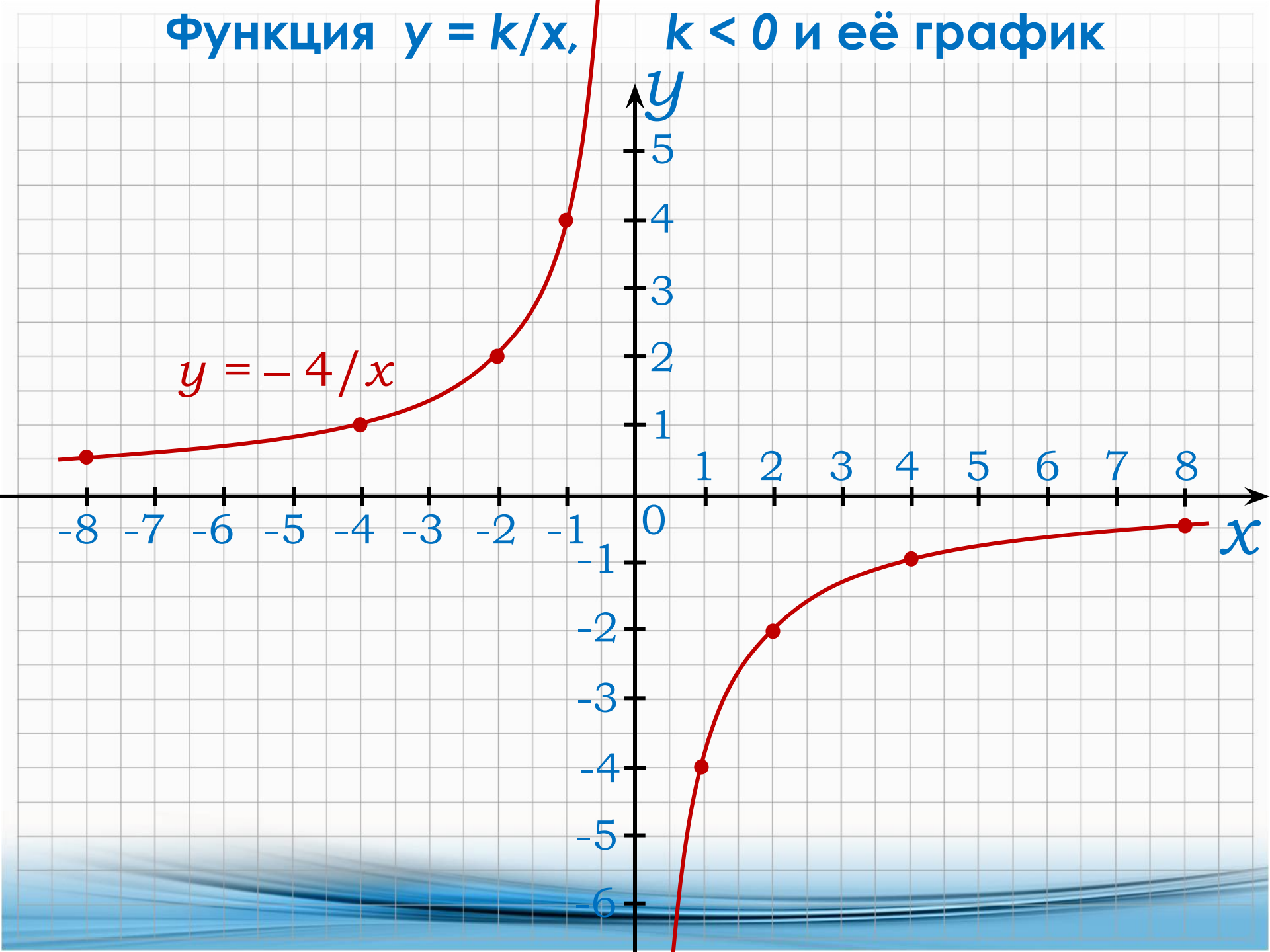
$$y = 5 - x$$

x	y
0	5
5	0



Ответ: 1; 4.

Функция $y = k/x$, $k < 0$ и её график



Функция $y = k/x$, $k < 0$ и её график

Функция $y = k/x$ – *обратная пропорциональность*

График – *гипербола*, ветви расположены в II и IV координатных углах, если $k < 0$.

Точка $(0; 0)$ – *центр симметрии*

Оси координат – *асимптоты*

$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

$y > 0$ при $x < 0$; $y < 0$ при $x > 0$.

Функция *возрастает* при $x < 0$ и $x > 0$.

Наибольшего и наименьшего значений функции *нет*.

Функция не ограничена ни сверху, ни снизу.

Преобразование графика функции $y = f(x)$

1. Построение графика функции $y = f(x - n)$

Сдвиг графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x на n единиц **вправо**, если $n > 0$;

Сдвиг графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x на n единиц, **влево** если $n < 0$.

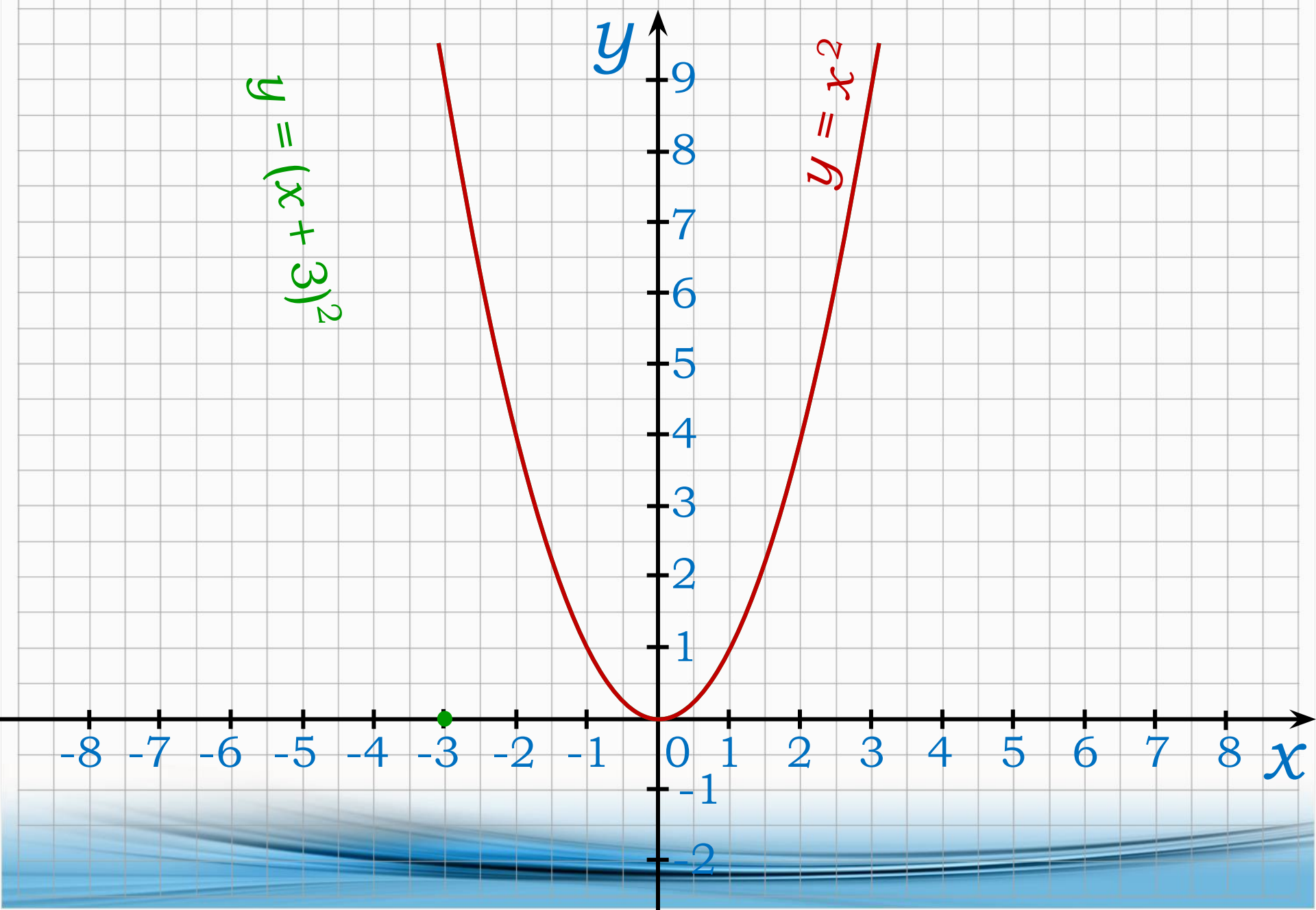
2. Построение графика функции $y = f(x) + t$

Сдвиг графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y на t единиц **вверх**, если $t > 0$;

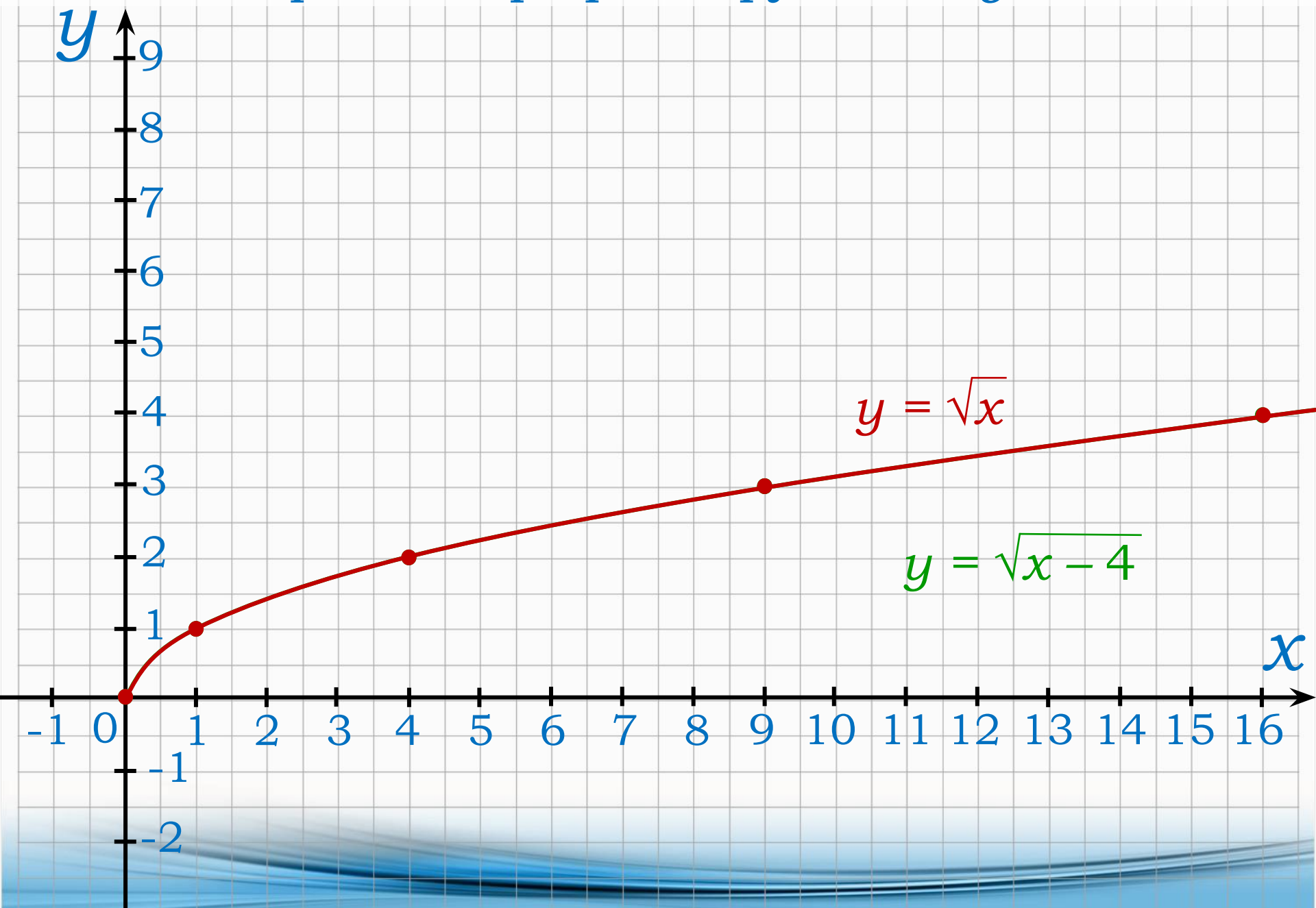
Сдвиг графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y на t единиц, **вниз** если $t < 0$.

3. Построение графика функции $y = f(x - n) + t$

1. Построение графика функции $y = (x + 3)^2$



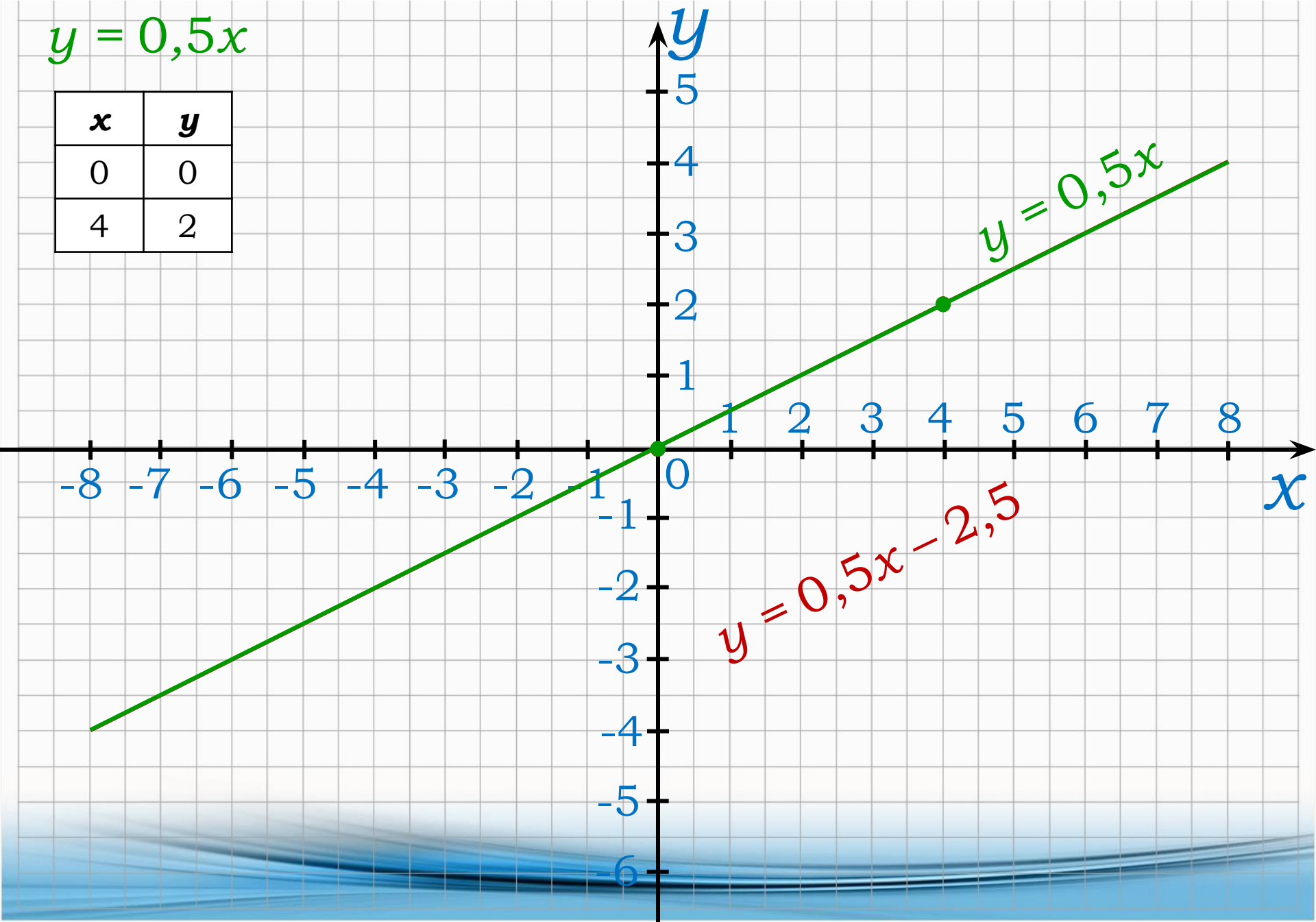
1. Построение графика функции $y = \sqrt{x - 4}$



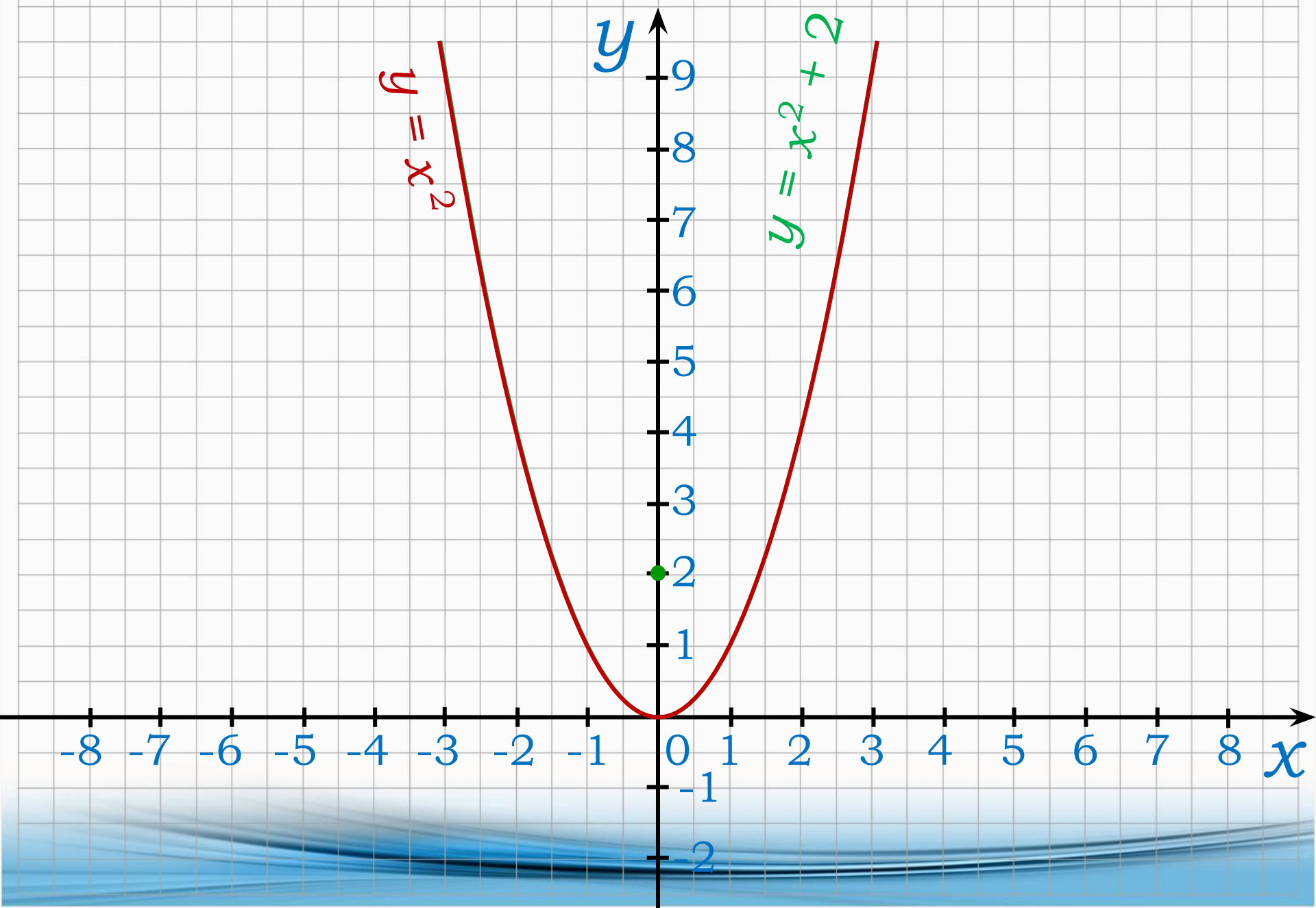
2. Построение графика функции $y = 0,5x - 2,5$

$$y = 0,5x$$

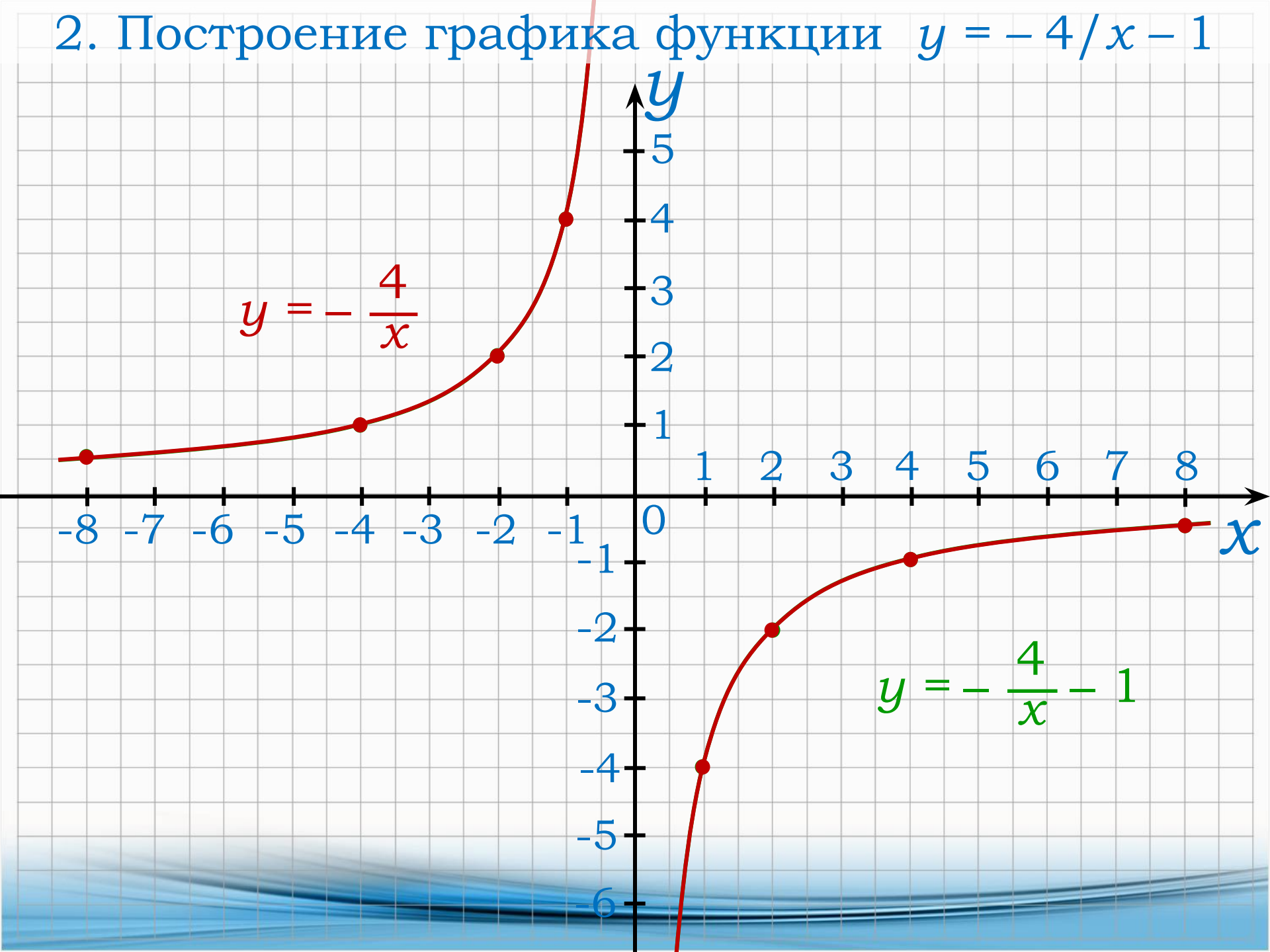
x	y
0	0
4	2



2. Построение графика функции $y = x^2 + 2$



2. Построение графика функции $y = -4/x - 1$

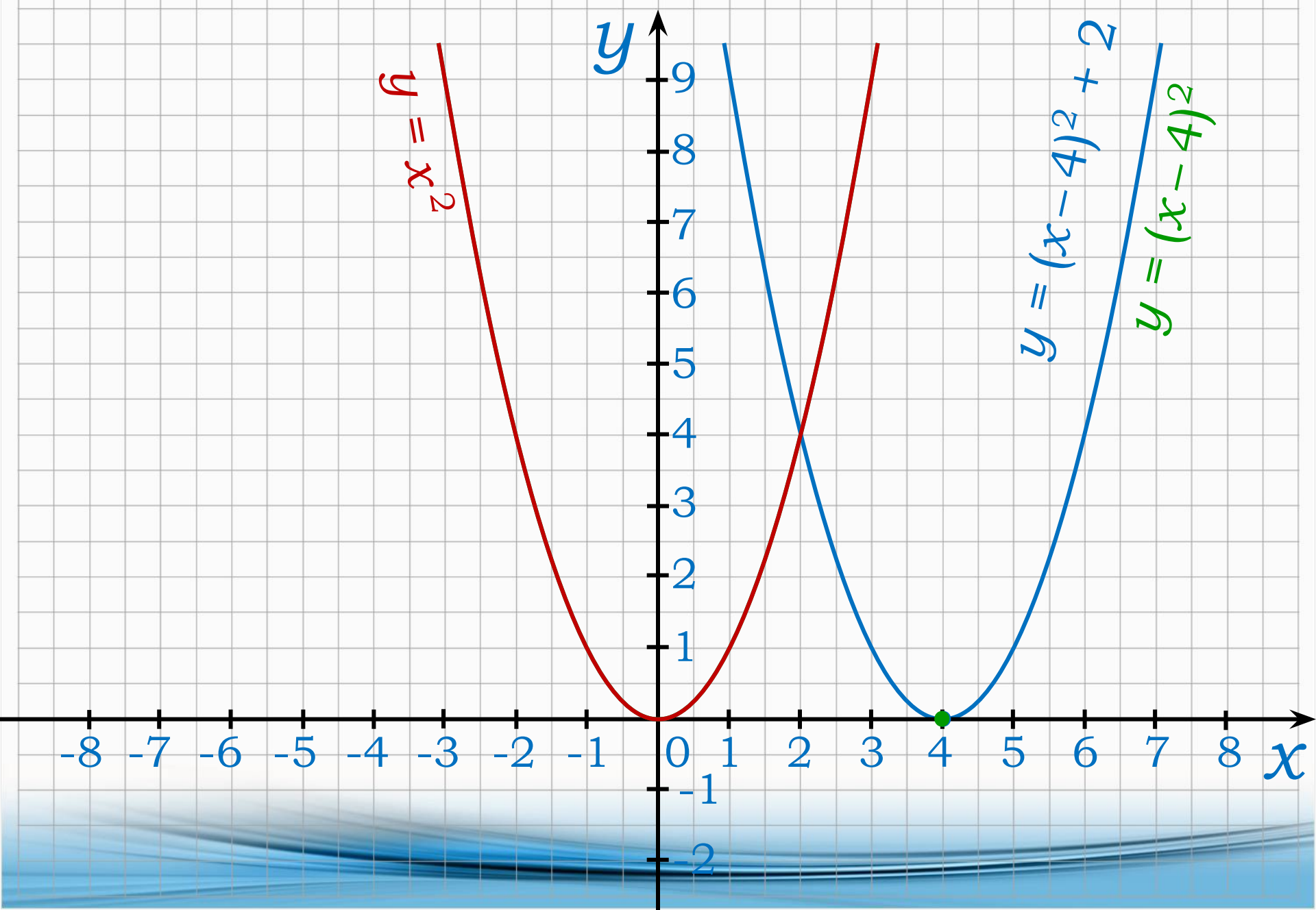


Алгоритм построения графика функции $y = f(x - n) + m$

1 способ:

1. Построить график функции $y = f(x)$.
2. Осуществить параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x на $|n|$ единиц **вправо**, если $n > 0$; **влево** если $n < 0$.
3. Осуществить параллельный перенос полученного в п. 2 графика вдоль оси y на $|m|$ единиц **вверх**, если $m > 0$; **вниз** если $m < 0$.

3. Построение графика функции $y = (x - 4)^2 + 2$



Алгоритм построения графика функции $y = f(x - n) + m$

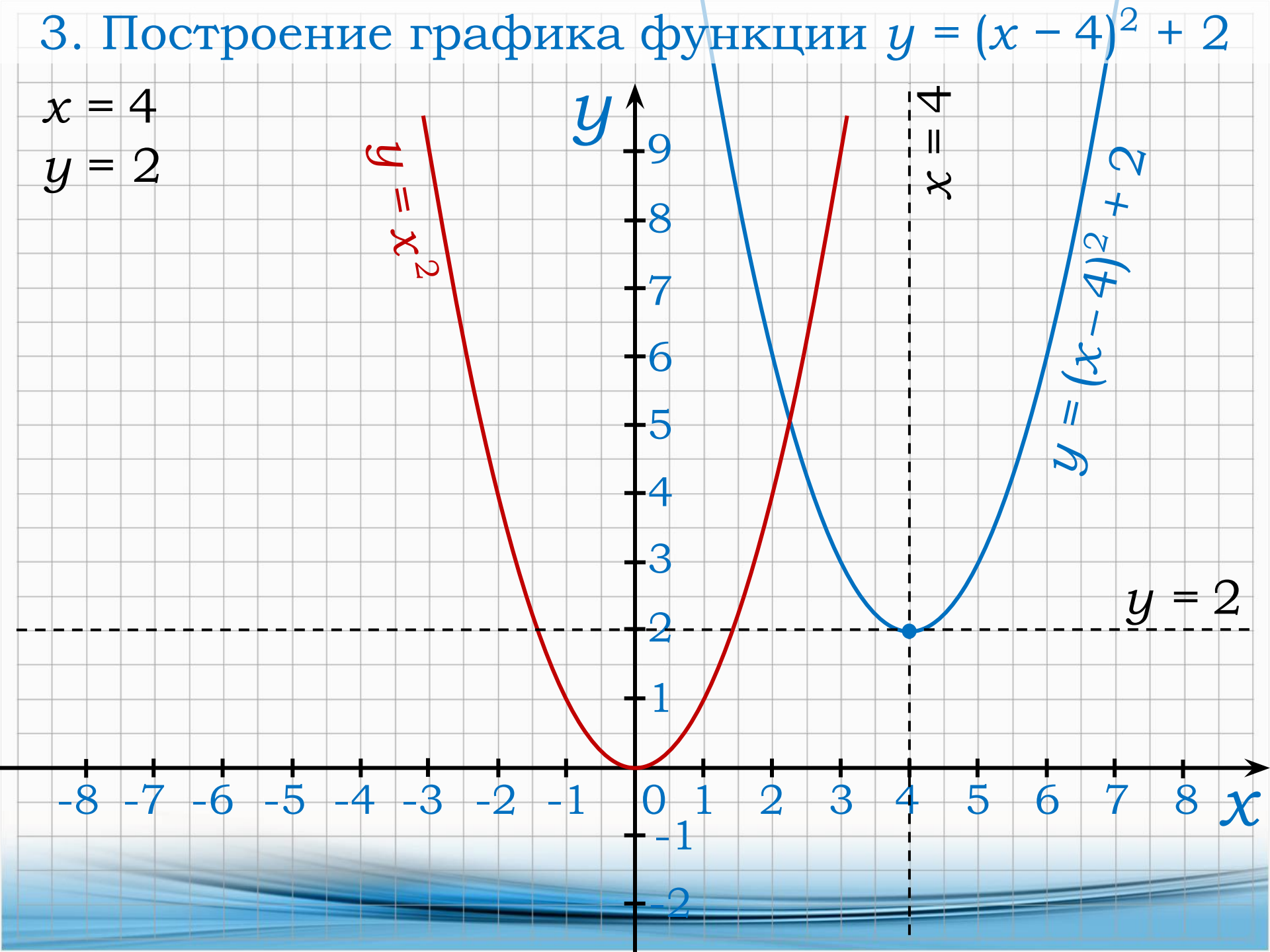
2 способ:

1. Перейти к вспомогательной системе координат, проведя пунктиром прямые $x = n$, $y = m$, т.е. выбрав в качестве начала новой системы координат точку $(n; m)$.
2. Построить в «новой» (пунктирной) системе координат график функции $y = f(x)$.

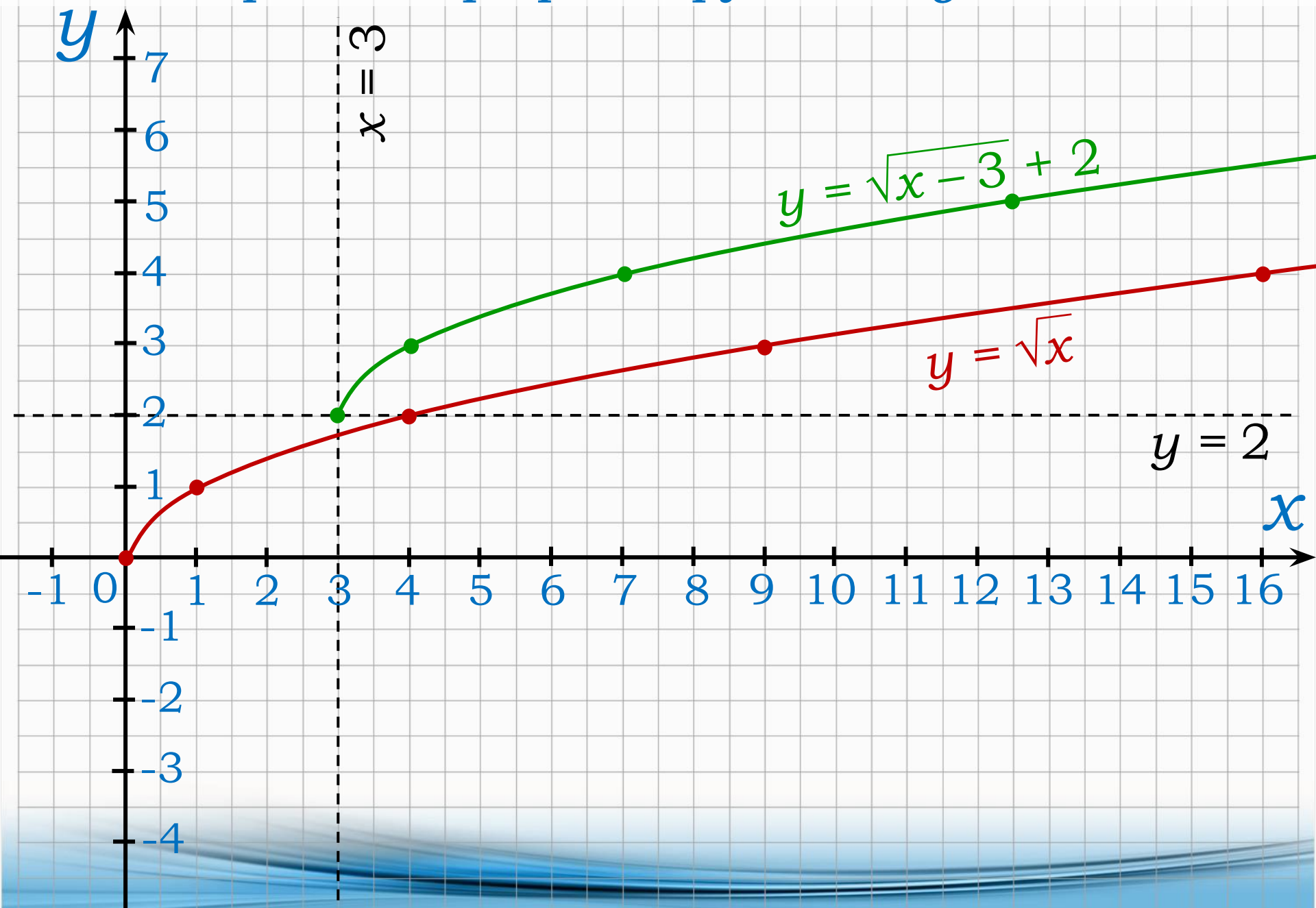
3. Построение графика функции $y = (x - 4)^2 + 2$

$$x = 4$$

$$y = 2$$



3. Построение графика функции $y = \sqrt{x-3} + 2$



Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

Функцию $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – произвольные числа, причем $a \neq 0$, называют **квадратичной функцией**.

$ax^2 + bx + c$ – называют **квадратным трёхчленом**

ax^2 – старший член квадратного трёхчлена

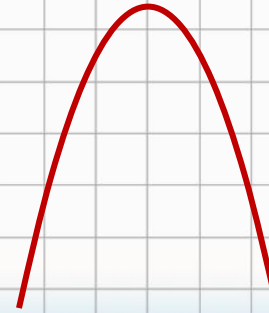
a – старший коэффициент

c – свободный коэффициент

Если $a > 0$, то



Если $a < 0$, то



Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

Графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= (ax^2 + bx) + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c = \\ &= a \left(\left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a^2} \right) + c = \\ &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \end{aligned}$$

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

$$ax^2 + bx + c = a(x - n)^2 + m$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$n = -\frac{b}{2a}; \quad m = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Координаты вершины параболы:

$$x_B = -\frac{b}{2a}; \quad y_B = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Ось симметрии параболы:

$$x_o = -\frac{b}{2a}$$

Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

Пример 1

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$a = 1; \quad b = 4; \quad c = 1$$

Ветви параболы направлены *вверх*, т.к. $a = 1 > 0$.

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2;$$

$$y_B = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1 - 4^2}{4 \cdot 1} = \frac{4 - 16}{4} = -3$$

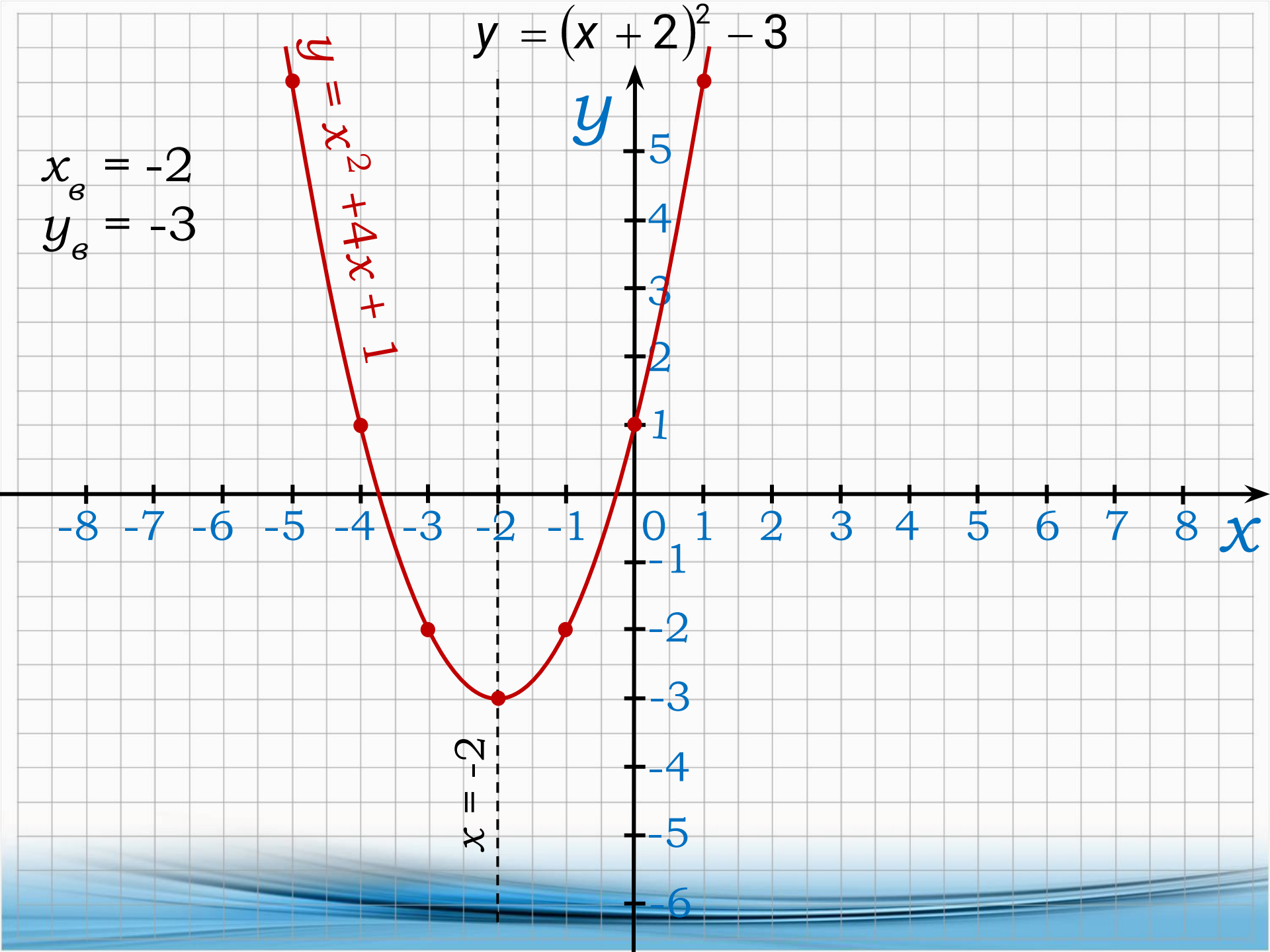
$(-2; -3)$ – координаты вершины параболы

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

Ось симметрии параболы: $x_o = -2$.

Доп. точки:

x	0	-1	-3	-4	1
y	1	-2	-2	1	6



Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график

Пример 2

$$y = -2x^2 + 4x - 3$$

$$a = -2; \quad b = 4; \quad c = -3$$

Ветви параболы направлены **вниз**, т.к. $a = -2 < 0$.

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-2)} = 1;$$

$$y_B = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot (-2) \cdot (-3) - 4^2}{4 \cdot (-2)} = \frac{24 - 16}{-8} = -1$$

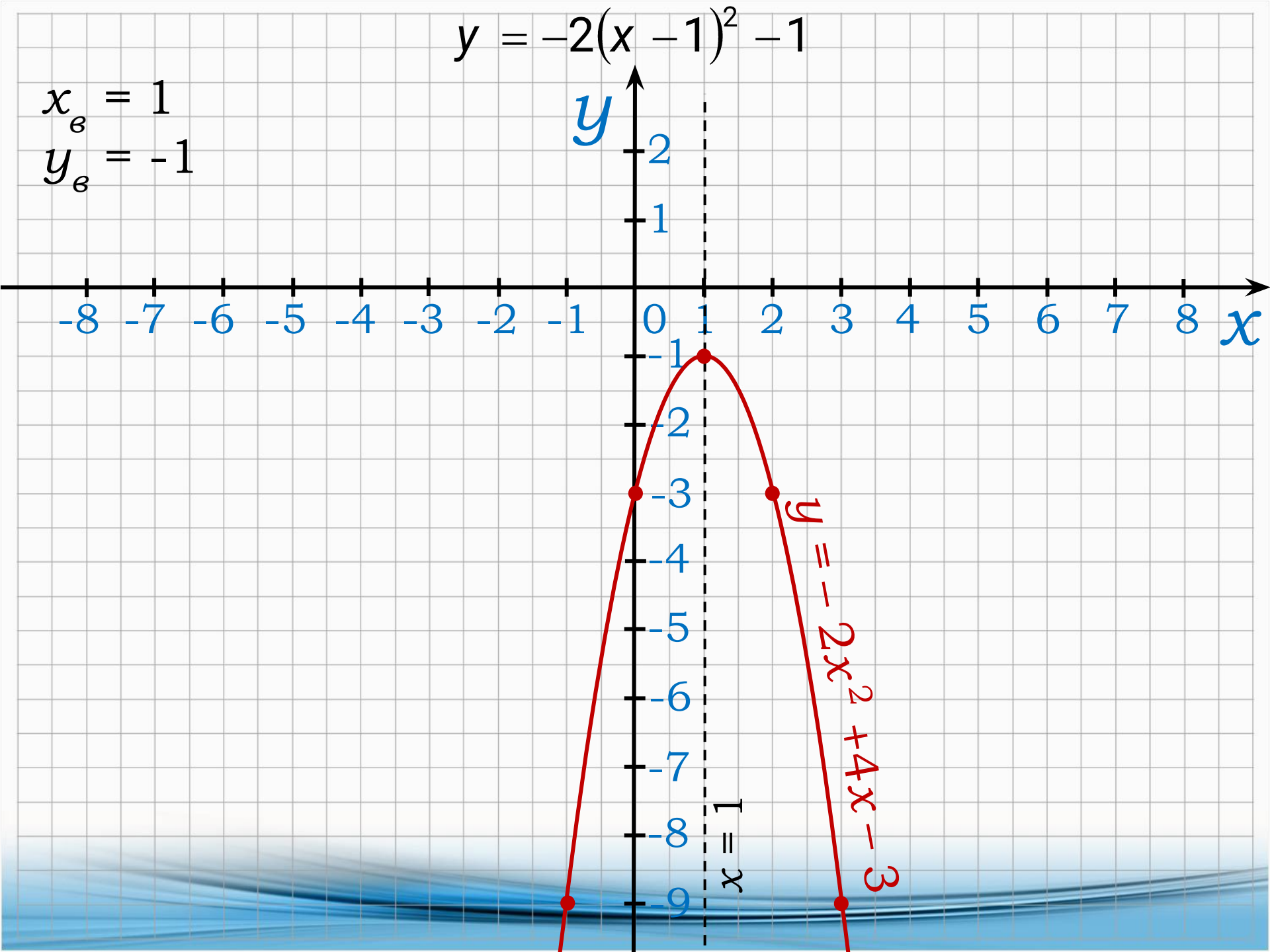
(1; -1) – координаты вершины параболы

$$y = -2(x - 1)^2 - 1$$

Ось симметрии параболы: $x_0 = 1$.

Доп. точки:

x	0	2	-1	3
y	-3	-3	-9	-9



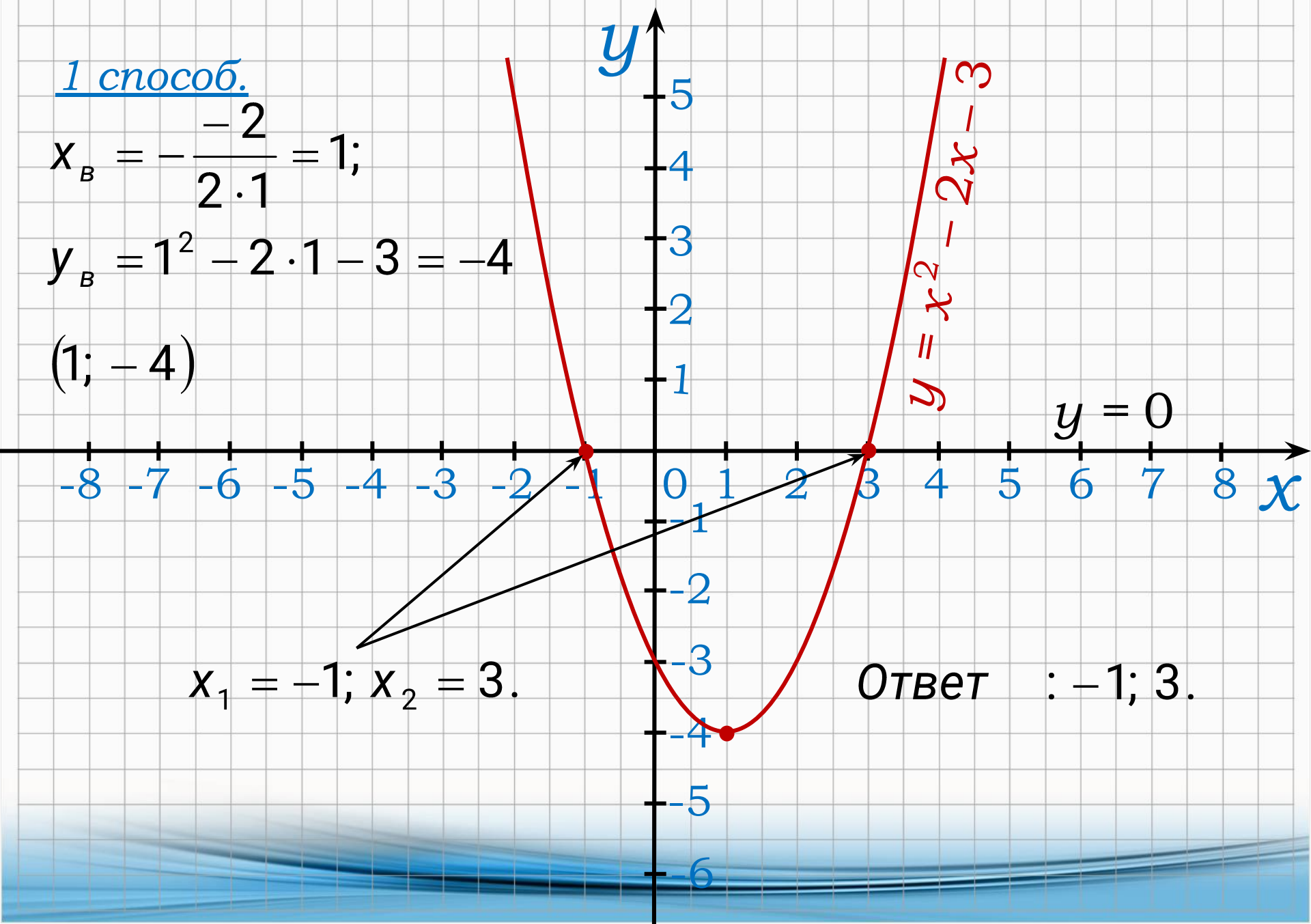
Решите графически уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$.

1 способ.

$$x_B = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1;$$

$$y_B = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$$

$(1; -4)$



$x_1 = -1; x_2 = 3.$

Ответ : $-1; 3.$

Решите графически уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$.

2 способ.

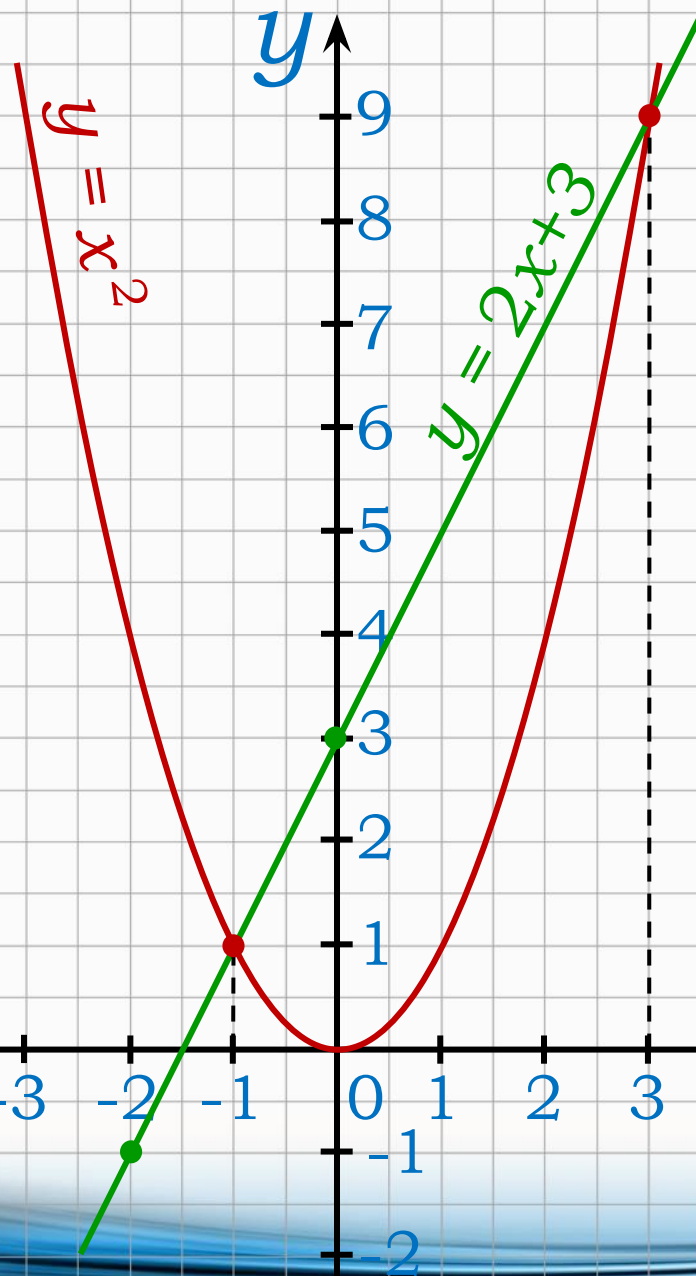
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 = 2x + 3$$

1) $y = x^2$

2) $y = 2x + 3$

x	y
0	3
-2	-1



$$x_1 = -1; x_2 = 3.$$

Ответ : -1; 3.

Использованы ресурсы

- *Алгебра 8 класс. Учебник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Москва: Мнемозина, 2015 г.*