



государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области "Самарский государственный колледж"

Все науки делятся на физику и коллекционирование марок
Эрнест Резенфорд

ФИЗИКА

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ



ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ



1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы
2. Масса и импульс тела
3. Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции
4. Третий закон Ньютона
5. Импульс произвольной системы тел
6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел
7. Закон сохранения импульса и однородность пространства



В основе так называемой классической, или Ньютоновской, механики лежат три закона динамики, сформулированных И. Ньютоном в 1687 г. Эти законы играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта

Законы Ньютона рассматривают как систему взаимосвязанных законов и опытной проверке подвергают не каждый отдельный закон, а всю систему в целом.

В специальной теории относительности, созданной А. Эйнштейном в 1905 г., подверглись радикальному пересмотру ньютоновские представления о пространстве и времени. Этот пересмотр привёл к созданию «механики больших скоростей», или, как её называют, релятивистской механики. Новая механика не привела, однако, к полному отрицанию старой ньютоновской механики. Уравнения релятивистской механики, в пределе (для скоростей малых, по сравнению со скоростью света), переходят в уравнения классической механики.

Первый закон Ньютона

всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.

скорость любого тела остаётся постоянной (в частности, равной нулю), пока воздействие на это

Поэтому первый закон Ньютона называют законом инерции. стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью

Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчёта, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются инерциальными системами отсчёта.

Инерциальной системой отсчёта

является такая система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно (т. е. с **постоянной скоростью**).

Инерция жизни, инерция скуки,

Инерция мысли и бытия.

И если б не это,

В какой части света, Не помня разлуки, Мог ныне быть я?

Таким образом, первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта.

**основной признак инерциальной системы
является отсутствие ускорения.**

Сущность первого закона Ньютона может быть сведена к трём основным положениям:

- все тела обладают свойствами инерции;
- существуют инерциальные системы отсчёта, в которых выполняется первый закон Ньютона;
- движение относительно. Если тело А движется относительно тела отсчета В со скоростью u , то и тело В, в свою очередь, движется относительно тела А с той же скоростью $u = -v'$ в обратном направлении:

Масса и импульс тела

Воздействие на данное тело со стороны других тел вызывает изменение его скорости, т. е. сообщает данному телу ускорение.

Опыт показывает, что одинаковое воздействие сообщает различным телам разные по величине ускорения.

Всякое тело противится попыткам изменить его состояние движения. Это свойство тел, как мы уже говорили, называется инертностью (следует из первого закона Ньютона).

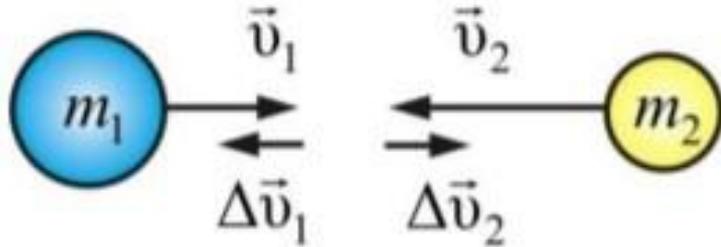
Мерой инертности тела является величина, называемая массой.

Чтобы определить массу некоторого тела, нужно сравнить её с массой тела, принятого за эталон массы (или сравнить с телом уже известной массы).

Масса – величина аддитивная (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

Система тел, **взаимодействующих** только между собой, называется **замкнутой**.

Рассмотрим замкнутую систему тел массами m_1 и m_2



Замкнутая система тел массами m_1 и m_2 , сталкивающихся друг с другом со скоростями u_1 и u_2

Столкнём эти два тела. Опыт показывает, что приращённые $\Delta \vec{v}_1$ и $\Delta \vec{v}_2$

$\Delta \vec{v}_1$ и $\Delta \vec{v}_2$ всегда имеют противоположное направление (отличное знаком), а модули приращений скорости с m (тело, обладающее большей массой, меньше изменяет скорость)

$$\frac{|\Delta \vec{v}_1|}{|\Delta \vec{v}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

Приняв во внимание направление скоростей, запишем $m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2$.

При $m = \text{const}$ (классическая механика), тогда имеем: $\Delta(m_1 \vec{v}_1) = -\Delta(m_2 \vec{v}_2)$

Произведение массы тела m на скорость \vec{u} называется импульсом тела \vec{p}

$$\vec{p} = m\vec{u}.$$

3. Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции

Во многих прикладных задачах требуется знать движение тела под действием заданных сил.

Скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе.

Отсюда $d\vec{p} = \vec{F}dt$ – изменение импульса тела равно

а $d\vec{p} = \vec{F}dt$ **импульсу силы**
Из $d\vec{p} = \vec{F}dt$ получим выражение второго закона через ускорение a

$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$. Так как $m = const$, то $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$. Но $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ тогда $m\vec{a} = \vec{F}$

Это привычная запись второго закона Ньютона или
основное уравнение динамики
поступательного движения материальной точки

Принцип суперпозиции, или принцип независимости действия сил

Силы в механике подчиняются принципу суперпозиции

Если на материальное тело действуют несколько сил, то результирующую силу \vec{F} можно найти из выражения:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i$$

Из второго закона Ньютона имеем

где a_i – ускорение тела под действием силы F_i . Таким образом, ускорение тоже подчиняется принципу суперпозиции

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i.$$

Если на материальную точку действует несколько сил, то каждая из них сообщает точке такое же ускорение, как если бы других сил не было.

Найдем изменение импульса тела за конечный промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t, \text{ или } \Delta(m\vec{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

т. е. изменение импульса тела равно импульсу силы.

4. Третий закон Ньютона

Действие тел друг на друга носит характер взаимодействия.

Третий закон Ньютона отражает тот факт, что сила есть результат взаимодействия тел, и устанавливает, что силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

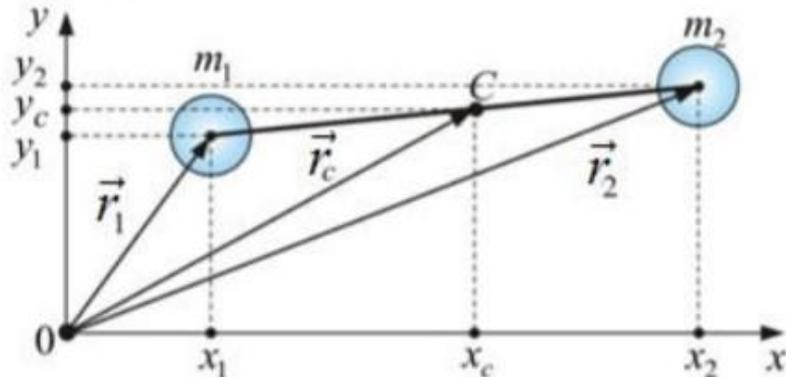
Однако третий закон справедлив не всегда. Он выполняется в случае контактных взаимодействий, т. е. при соприкосновении тел, а также при взаимодействии тел, находящихся на расстоянии друг от друга, но покоящихся друг относительно друга

5. Импульс произвольной системы тел

В любой системе частиц имеется одна замечательная точка C , называемая **центром инерции**, или **центром масс**, которая обладает рядом интересных и важных свойств.

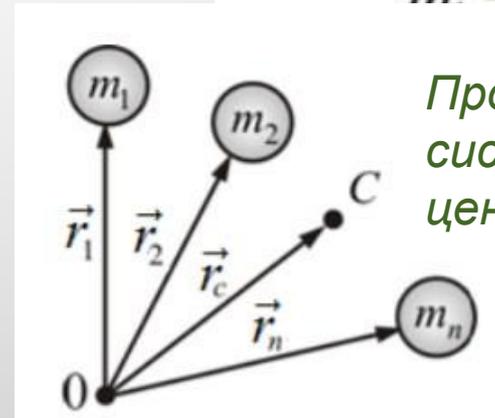
Положение этой точки характеризует распределение масс этой системы

Координаты центра масс системы, состоящей из двух тел массами m_1 и m_2



Радиус-вектор простой системы двух частиц m_1 и m_2 можно найти по формуле

$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$



Произвольная система тел с центром инерции C

В общем случае радиус-вектор центра масс системы, состоящей из n материальных точек, равен:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$

где

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$

– общая масса системы, n – число точек системы

5. Импульс произвольной системы тел

При этом не надо путать центр масс с центром тяжести системы – с точкой приложения равнодействующей сил тяжести всех тел системы.

Центр тяжести совпадает с центром масс (центром инерции), если g (ускорение силы тяжести) для всех тел системы одинаково (когда размеры системы гораздо меньше размеров Земли)

Скорость центра инерции системы v_c равна:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

Здесь
в

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

– импульс системы тел, v_i – скорость i -го тела системы. Так как

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = m \vec{v}_c$$

то импульс системы тел можно определить по формуле

$$\vec{p} = m \vec{v}_c$$

Импульс системы тел равен произведению массы системы на скорость её центра инерции.

Центр масс замкнутой системы движется всегда с постоянной скоростью, поскольку импульс такой системы сохраняется.

5. Импульс произвольной системы тел

Если продифференцировать $\vec{p} = m\vec{v}_c$ по времени и учесть, что производная импульса системы есть равнодействующая внешних сил, то получим **уравнение движения центра масс системы** в общем случае.

$$m \frac{d^2 \vec{r}_c}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Видно, что центр масс системы движется точно так же, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе всех частиц системы, под действием суммы всех внешних сил, приложенных к системе

6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Тела, не входящие в состав рассматриваемой системы, называют **внешними телами**, а силы, действующие на систему со стороны этих тел, – **внешними силами**. Силы взаимодействия между телами внутри системы называют **внутренними силами**.

Результирующая всех внутренних сил, действующих на i -е тело:

$$F_i^{\text{внутр}} = \sum_{k \neq i}^n F_{ik} = F_{i1} + F_{i2} + \dots + F_{in},$$

где $k \neq i$ – т. к. i -я точка не может действовать сама на себя.

6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Обозначим $\vec{F}_i^{\text{внеш}}$ результирующая всех внешних сил, приложенных к i -й точке системы.

По второму закону Ньютона можно записать систему уравнений:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) = \vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n},$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{F}_2^{\text{внеш}} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n},$$

$$\dots$$
$$\frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_n^{\text{внеш}} + \vec{F}_{n1} + \dots + \vec{F}_{n,n-1}.$$

Сложим эти уравнения и сгруппируем попарно силы F_{ik} и F_{ki} :

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + \dots + (\vec{F}_{n-1,n} + \vec{F}_{n,n-1}).$$

По третьему закону Ньютона, $F_{ik} = -F_{ki}$, поэтому все выражения в скобках в правой части уравнения равны нулю. Тогда остаётся

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Назовем $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}}$ главным вектором всех внешних сил, тогда $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$.

Скорость изменения импульса системы равна главному вектору всех внешних сил, действующих на эту систему.

Это уравнение называют *основным уравнением динамики поступательного движения системы тел*.

Так как импульс системы $\vec{p} = m\vec{v}_C$, то

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}_C) = \vec{F}.$$

Можно по-другому записать основное уравнение динамики поступательного движения системы тел:

$$m\vec{a}_C = \vec{F}$$

\vec{a}_C – ускорение центра инерции

6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Центр механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равная главному вектору внешних сил, приложенных к системе.

На основании третьего закона Ньютона, силы, действующие на тела системы со стороны других тел системы (внутренние силы), **взаимно компенсируют друг друга**. Остаются только **внешние силы**.

В общем случае движение тела можно рассматривать как сумму двух движений:

поступательного со скоростью $\vec{v} = \vec{v}_c$ и вращательного вокруг центра инерции.

7. Закон сохранения импульса и однородность пространства

Механическая система называется **замкнутой** (или изолированной), если на неё не действуют внешние силы, т. е. она не взаимодействует с внешними телами.

Строго говоря, каждая реальная система тел всегда незамкнута, т. к. подвержена, как минимум, воздействию гравитационных сил. Однако если внутренние силы гораздо больше внешних, то такую систему можно считать замкнутой (например, Солнечная система).

Для замкнутой системы равнодействующий вектор внешних сил **тождественно равен нулю**:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \equiv 0.$$

Отсюда

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_C = \text{const.}$$

Это есть закон сохранения импульса:

импульс замкнутой системы не изменяется во времени.

Импульс системы тел может быть представлен в виде произведения суммарной массы тел на скорость центра инерции: $\vec{p} = m\vec{v}_C$ отсюда

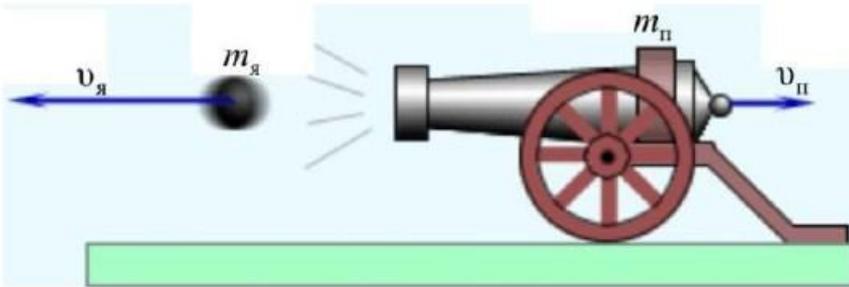
При любых процессах, происходящих в замкнутых системах, скорость центра инерции сохраняется неизменной.

$$m\vec{v}_C = \text{const.}$$

7. Закон сохранения импульса и однородность пространства

Закон сохранения импульса является одним из фундаментальных законов природы. Он был получен как следствие законов Ньютона, но он справедлив и для микрочастиц, и для релятивистских скоростей, когда v приближенно равна c .

Если система не замкнута, но главный вектор внешних сил $\vec{F} = 0$, то $\vec{p}_{\text{сист}} = \text{const}$, как если бы внешних сил не было (например, прыжок из лодки, выстрел из пушки или реактивное движение)



Выстрел из пушки.
Скорость ядра $v_я$, масса ядра $m_я$,
скорость пушки $v_п$, масса пушки $m_п$.
$$v_я m_я = v_п m_п$$



Закон сохранения импульса является следствием симметрии пространства – времени, в его основе лежит такое свойство пространства – времени, как однородность пространства.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

- 1. Какая система отсчета называется инерциальной? неинерциальной?**
- 2. Почему система отсчета, связанная с Землей, неинерциальная?**
- 3. Что такое сила? Как ее можно охарактеризовать?**
- 4. Является ли первый закон Ньютона следствием второго закона Ньютона? Почему?**
- 5. В чем заключается принцип независимости действия сил?**
- 6. Что называется, механической системой? Какие системы являются замкнутыми?**
- 7. Является ли Вселенная замкнутой системой? Почему?**
- 8. В чем заключается закон сохранения импульса? В каких системах он выполняется? Почему закон сохранения импульса является фундаментальным законом природы?**
- 9. Каким свойством пространства и времени обуславливается справедливость закона сохранения импульса?**
- 10. Что называется, центром масс системы материальных точек? Как движется центр масс замкнутой системы?**
- 11. В чем физическая сущность первого закона Ньютона? Сообщаете ли вы импульс Земле во время прогулки?**

ВНЕШНИЙ ВИД

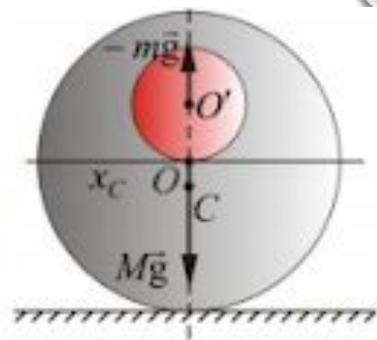
Это визитная карточка любого индивида, согласно которой можно судить о нем, его увлечениях и уровне развития.

Внешний вид может рассказать о внутреннем мире человека и его нравственных точках зрения.

Из однородной круглой пластинки вырезан круг, центр которого O' находится в середине вертикального радиуса большего круга $R = 0,5$ м (рис). Определите положение центра масс фигуры, если радиус отверстия $r = 0,2$ м. Каким типом равновесия обладает тело в данном положении?

Дано:
 $R = 0,5 \text{ м}$
 $r = 0,2 \text{ м}$
 $OO' = R/2$
 $x_C = ?$

Решение. Представим, что отверстие заполнено тем же материалом, из которого сделан круг. Тогда центр масс сплошного большого круга находится в точке O и в ней приложена сила тяжести $M\vec{g}$. Чтобы



скомпенсировать эффект заполнения отверстия, считаем, что в центре маленького круга должна быть приложена сила $-m\vec{g}$, направленная вверх.

Из соображений симметрии центр масс фигуры находится на вертикальной оси, соединяющей центры кругов OO' . Поместим начало вертикальной оси x в центр большого круга O . Учитывая выражение для

центра масс $x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$, получаем:

$$x_C = \frac{-m \cdot (R/2)}{M - m} = -\frac{\rho \pi r^2 \cdot (R/2)}{\rho \pi h (R^2 - r^2)} = -\frac{r^2 R}{2(R^2 - r^2)},$$

где ρ – плотность пластинки; h – её толщина.

Центр масс находится ниже центра большого круга на расстоянии x_C . Равновесие фигуры – устойчивое, поскольку центр тяжести занимает наинизшее из возможных положений. При отклонении круг будет стремиться вернуться в прежнее положение.

$$x_C = -\frac{0,2^2 \cdot 0,5}{2(0,5^2 - 0,2^2)} = -0,048 \text{ м.}$$

Ответ: $x_C = -0,048 \text{ м.}$

1. Есть 5 домов каждый разного цвета.
2. В каждом доме живет один человек, отличающийся от соседнего по национальности: немец, англичанин, швед, датчанин, норвежец.
3. Каждый пьет только один определённый напиток, курит определённую марку сигарет и держит определённое животное.
4. Никто из 5 человек не пьет одинаковые с другими напитки; не курит одинаковые сигареты и не держит одинаковое животное.

Подсказки:

1. Англичанин живет в красном доме.
2. Швед держит собаку.
3. Датчанин пьет чай.
4. Зелёный дом стоит слева от белого.
5. Жилец зелёного дома пьет кофе.
6. Человек, который курит «PallMall», держит птицу.
7. Жилец из среднего дома пьет молоко.
8. Жилец из желтого дома курит «Dunhill».
9. Норвежец живет в первом доме.
10. Курильщик «Marlboro» живет около того, кто держит кошку.
11. Человек, который содержит лошадь, живет около того, кто курит «Dunhill».
12. Курильщик сигарет «Winfield» пьет пиво.
13. Норвежец живет около голубого дома.
14. Немец курит «Rothmans».
15. Курильщик «Marlboro» живет по соседству с человеком,

| ПАРАМЕТР | ДОМ №1 | ДОМ №2 | ДОМ №3 | ДОМ №4 | ДОМ №5 |
|-----------|----------|----------|------------|-------------|----------|
| ЦВЕТ ДОМА | Жёлтый | Синий | Красный | Зелёный | Белый |
| НАЦИЯ | Норвежец | Датчанин | Англичанин | Немец | Швед |
| НАПИТОК | Вода | Чай | Молоко | Кофе | Пиво |
| СИГАРЕТЫ | Dunhill | Marlboro | Pall mall | Rothmans | Winfield |
| ЖИВОТНЫЕ | Кошка | Лошадь | Птица | <i>Рыба</i> | Собака |