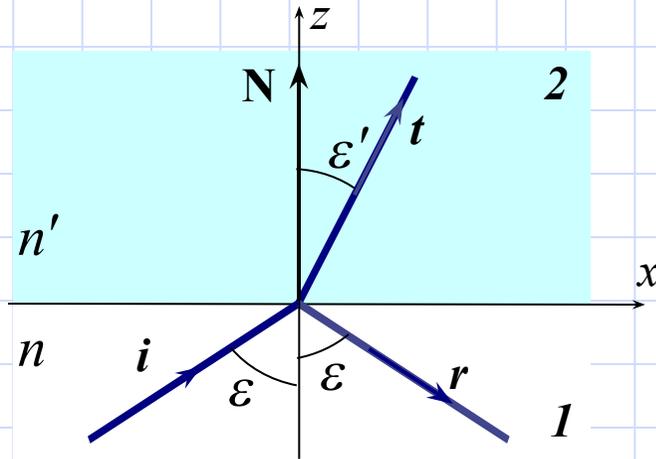


# ФОТОНИКА

## Лекция 3

### Прохождение излучения через границу раздела двух сред

# Отражение и преломление излучения на границе раздела двух сред



- **Угол падения**  $\varepsilon$  – это угол между лучом  $i$ , падающим на преломляющую или отражающую поверхность, и нормалью  $\mathbf{N}$  к поверхности в точке падения
- **Угол преломления**  $\varepsilon'$  – это угол между преломленным лучом  $t$  и нормалью  $\mathbf{N}$  к поверхности в точке преломления
- **Угол отражения**  $\varepsilon$  – это угол между отраженным лучом  $r$  и нормалью  $\mathbf{N}$  к поверхности в точке отражения
  - ◆  $\mathbf{N}$  – вектор нормали к поверхности в точке падения единичной длины

# Закон преломления

- Уравнение падающей плоской волны:

$$U_i(\mathbf{r}) = U_i e^{ik_0(\mathbf{q}_i, \mathbf{r})}$$

- Уравнение преломленной плоской волны:

$$U_t(\mathbf{r}) = U_t e^{ik_0(\mathbf{q}_t, \mathbf{r})}$$

- Уравнение отраженной плоской волны:

$$U_r(\mathbf{r}) = U_r e^{ik_0(\mathbf{q}_r, \mathbf{r})}$$

- где  $\mathbf{q}_i$   $\mathbf{q}_t$   $\mathbf{q}_r$  – оптические векторы падающей, отраженной и преломленной волн,  $k_0$  – волновое число,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор произвольной точки

# Закон преломления в векторной форме

- На границе раздела двух сред:

$$(\mathbf{q}_i, \mathbf{r}) = (\mathbf{q}_t, \mathbf{r})$$

- Равенство соблюдается для всех  $\mathbf{r}$ , перпендикулярных вектору нормали:

$$(\mathbf{q}_t, \mathbf{r}) - (\mathbf{q}_i, \mathbf{r}) = 0 \quad \text{при} \quad (\mathbf{r}, \mathbf{N}) = 0$$

или:

$$((\mathbf{q}_t - \mathbf{q}_i), \mathbf{r}) = 0 \quad \text{при} \quad (\mathbf{r}, \mathbf{N}) = 0$$

или:

$$(\mathbf{q}_t - \mathbf{q}_i) \perp \mathbf{r} \quad \text{при} \quad \mathbf{N} \perp \mathbf{r}$$

- Выполнение этих условий возможно если:

$$(\mathbf{q}_t - \mathbf{q}_i) \parallel \mathbf{N}$$

# Закон преломления в векторной форме

- Закон преломления в векторной форме:

$$(\mathbf{q}_t - \mathbf{q}_i) = \mathbf{N} \cdot \Gamma$$

- где  $\Gamma$  – некоторый скаляр

или:

$$[\mathbf{q}_t \times \mathbf{N}] = [\mathbf{q}_i \times \mathbf{N}]$$

или:

$$[(\mathbf{q}_t - \mathbf{q}_i) \times \mathbf{N}] = 0$$

# Закон преломления в векторной форме

- Чтобы найти  $\Gamma$ , домножим скалярно выражение закона преломления на вектор нормали:

$$(\mathbf{N} \cdot \mathbf{q}') - (\mathbf{N} \cdot \mathbf{q}) = (\mathbf{N} \cdot \mathbf{N}) \cdot \Gamma$$

- $(\mathbf{N} \cdot \mathbf{N}) = 1$ , следовательно  $n' \cdot \cos \varepsilon' - n \cdot \cos \varepsilon = \Gamma$

$$\mathbf{q}' = \mathbf{q} + \mathbf{N} \cdot \Gamma$$

- где  $\Gamma = n' \cdot \cos \varepsilon' - n \cdot \cos \varepsilon$

# Классический закон преломления

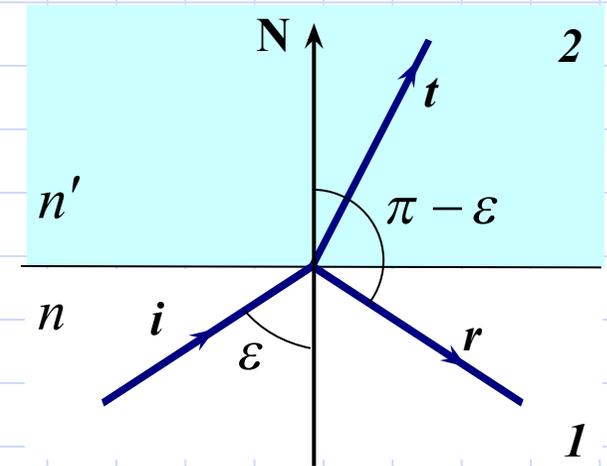
- **Качественная часть закона:**  
падающий луч, преломленный луч и нормаль к поверхности раздела двух сред в точке падения лежат в одной плоскости
- **Количественная часть закона:**  
произведение показателя преломления на синус угла между лучом и нормалью остается постоянным при переходе в следующую среду:

$$n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon'$$

# Закон отражения

- Закон отражения:

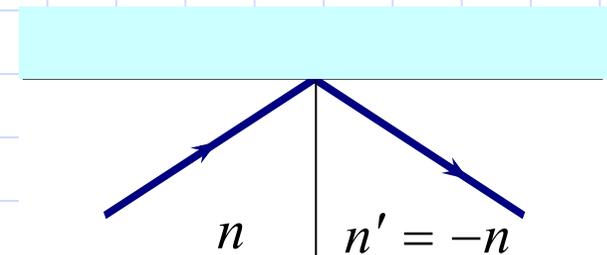
$$\sin(\pi - \varepsilon) = -\sin \varepsilon$$



- Закон отражения как частный случай закона преломления при  $n' = -n$ :

$$(\mathbf{q}_r - \mathbf{q}_i) = \mathbf{N} \cdot \Gamma$$

- где  $\Gamma = -2n \cdot \cos \varepsilon$

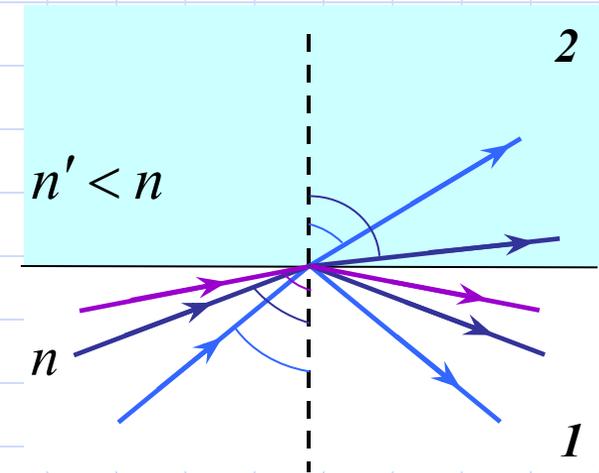


# Полное внутреннее отражение

- Условие полного внутреннего отражения (ПВО):

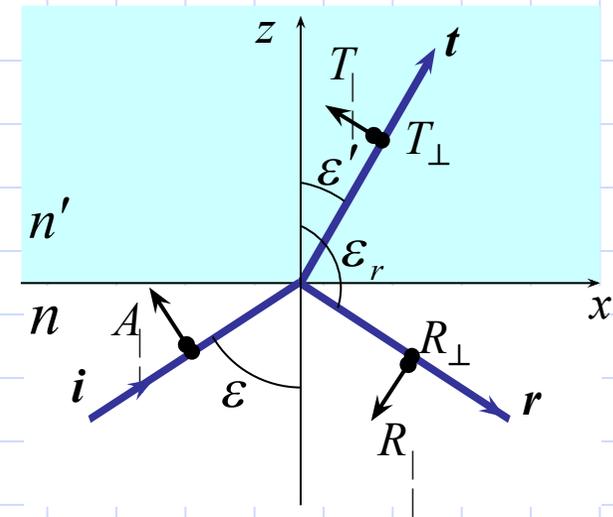
$$\sin \varepsilon \geq \frac{n'}{n}$$

- ПВО позволяет решить задачу полного отражения света (при ПВО отражается 100% энергии, то есть потерь энергии нет)
- нарушенное полное внутреннее отражение (НПВО) – возникает при ПВО вследствие наличия поглощения в приграничном слое при оптическом контакте границы раздела со средой, используется в спектроскопии для изучения свойств поглощающих сред



# Формулы Френеля

- Электрический вектор падающей плоской волны  $\mathbf{E}^{(i)}$  можно разложить на две составляющие:
  - $A_{||}$  – лежит в плоскости падения
  - $A_{\perp}$  – перпендикулярна плоскости падения



# Формулы Френеля

- Компоненты электрического вектора поля падающей плоской волны:

$$E_x^{(i)} = -A_{\parallel} \cos \varepsilon$$

$$E_y^{(i)} = A_{\perp}$$

$$E_z^{(i)} = A_{\parallel} \sin \varepsilon$$

- Компоненты магнитного вектора поля падающей плоской волны:

$$H_x^{(i)} = -A_{\perp} n \cos \varepsilon$$

$$H_y^{(i)} = -A_{\parallel} \cdot n$$

$$H_z^{(i)} = A_{\perp} n \sin \varepsilon$$

# Формулы Френеля

- Поле прошедшей волны:

$$E_x^{(t)} = -T_{\parallel} \cos \varepsilon'$$

$$H_x^{(t)} = -T_{\perp} n' \cos \varepsilon'$$

$$E_y^{(t)} = T_{\perp}$$

$$H_y^{(t)} = -T_{\parallel} \cdot n'$$

$$E_z^{(t)} = T_{\parallel} \sin \varepsilon'$$

$$H_z^{(t)} = T_{\perp} n' \sin \varepsilon'$$

- Поле отраженной волны:

$$E_x^{(r)} = -R_{\parallel} \cos \varepsilon_r$$

$$H_x^{(r)} = -R_{\perp} n \cos \varepsilon_r$$

$$E_y^{(r)} = R_{\perp}$$

$$H_y^{(r)} = -R_{\parallel} \cdot n$$

$$E_z^{(r)} = R_{\parallel} \sin \varepsilon_r$$

$$H_z^{(r)} = R_{\perp} n \sin \varepsilon_r$$

# Формулы Френеля

- На границе раздела двух сред должны выполняться соотношения:

$$E_x^{(i)} + E_x^{(r)} = E_x^{(t)} \quad H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}$$

$$E_y^{(i)} + E_y^{(r)} = E_y^{(t)} \quad H_y^{(i)} + H_y^{(r)} = H_y^{(t)}$$

- описывают непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, если поглощения на границе нет
- Подставив значения всех компонент, и учитывая, что  $\cos \varepsilon_r = \cos(\pi - \varepsilon) = -\cos \varepsilon$  получим:

$$\cos \varepsilon (A_{\parallel} - R_{\parallel}) = \cos \varepsilon' T_{\parallel}$$

$$A_{\perp} + R_{\perp} = T_{\perp}$$

$$n \cos \varepsilon (A_{\perp} - R_{\perp}) = n' \cos \varepsilon' T_{\perp}$$

$$n (A_{\parallel} + R_{\parallel}) = n' T_{\parallel}$$

# Формулы Френеля

- Формулы Френеля, для амплитуд прошедшей  $T_{\parallel}$ ,  $T_{\perp}$  и отраженной  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$  волн:

$$\begin{cases} T_{\parallel} = \frac{2n \cos \varepsilon}{n' \cos \varepsilon + n \cos \varepsilon'} A_{\parallel} \\ T_{\perp} = \frac{2n \cos \varepsilon}{n' \cos \varepsilon' + n \cos \varepsilon} A_{\perp} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{\parallel} = \frac{n' \cos \varepsilon - n \cos \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon + n \cos \varepsilon'} A_{\parallel} \\ R_{\perp} = \frac{n \cos \varepsilon - n' \cos \varepsilon'}{n \cos \varepsilon + n' \cos \varepsilon'} A_{\perp} \end{cases}$$

ИЛИ:

$$\begin{cases} T_{\parallel} = \frac{2 \sin \varepsilon' \cos \varepsilon}{\sin(\varepsilon + \varepsilon') \cos(\varepsilon - \varepsilon')} A_{\parallel} \\ T_{\perp} = \frac{2 \sin \varepsilon' \cos \varepsilon}{\sin(\varepsilon + \varepsilon')} A_{\perp} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\varepsilon - \varepsilon')}{\operatorname{tg}(\varepsilon + \varepsilon')} A_{\parallel} \\ R_{\perp} = -\frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon + \varepsilon')} A_{\perp} \end{cases}$$

# Распределение энергии между отраженным и преломленным полями

- Интенсивности падающей, прошедшей и отраженной волн:

$$I_i \sim A^2 \cdot (\cos \varepsilon \cdot n)^2$$

$$I_t \sim T^2 \cdot (\cos \varepsilon' \cdot n')^2$$

$$I_r \sim R^2 \cdot (\cos \varepsilon \cdot n)^2$$

# Распределение энергии между отраженным и преломленным полями

- **Коэффициент отражения** показывает, какая часть энергии отражается по отношению к падающей:

$$\rho = \frac{R^2 (n \cos \varepsilon)^2}{A^2 (n \cos \varepsilon)^2} = \frac{R^2}{A^2}$$

- **Коэффициент пропускания** показывает, какая часть энергии проходит по отношению к падающей:

$$\tau = \frac{(n' \cos \varepsilon')^2}{(n \cos \varepsilon)^2} \cdot \frac{T^2}{A^2}$$

- в сумме коэффициенты отражения и пропускания равны единице:

$$\rho + \tau = 1$$

# Распределение энергии между отраженным и преломленным полями

- Коэффициенты отражения и пропускания зависят от направления поляризации падающей волны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\operatorname{tg}^2(\varepsilon + \varepsilon')} \\ \rho_{\perp} = \frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau_{\parallel} = \frac{\sin^2 \varepsilon + \sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon') \cos^2(\varepsilon - \varepsilon')} \\ \tau_{\perp} = \frac{\sin^2 \varepsilon + \sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} \end{array} \right.$$

- при прохождении светом границы раздела двух сред его состояние поляризации изменяется

# Нормальное падение

- При нормальном падении  $\varepsilon = \varepsilon' = 0$

- Коэффициент отражения:

$$\rho_{\perp} = \rho_{\parallel} = \rho = \left( \frac{n' - n}{n' + n} \right)^2$$

- Коэффициент пропускания:

$$\tau = \frac{4 \frac{n}{n'}}{\left( \frac{n}{n'} + 1 \right)^2} = \frac{4nn'}{(n' + n)^2}$$

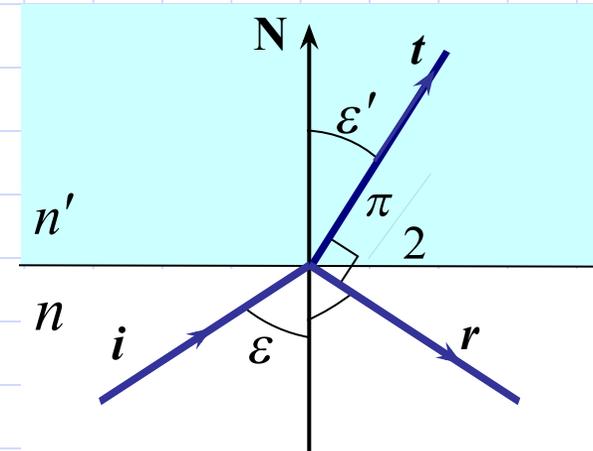
- при нормальном падении света на границу стекло-воздух  $\rho \approx 0.04$   
(отражается около 4% энергии)

# Угол Брюстера

$$\rho_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\operatorname{tg}^2(\varepsilon + \varepsilon')} :$$

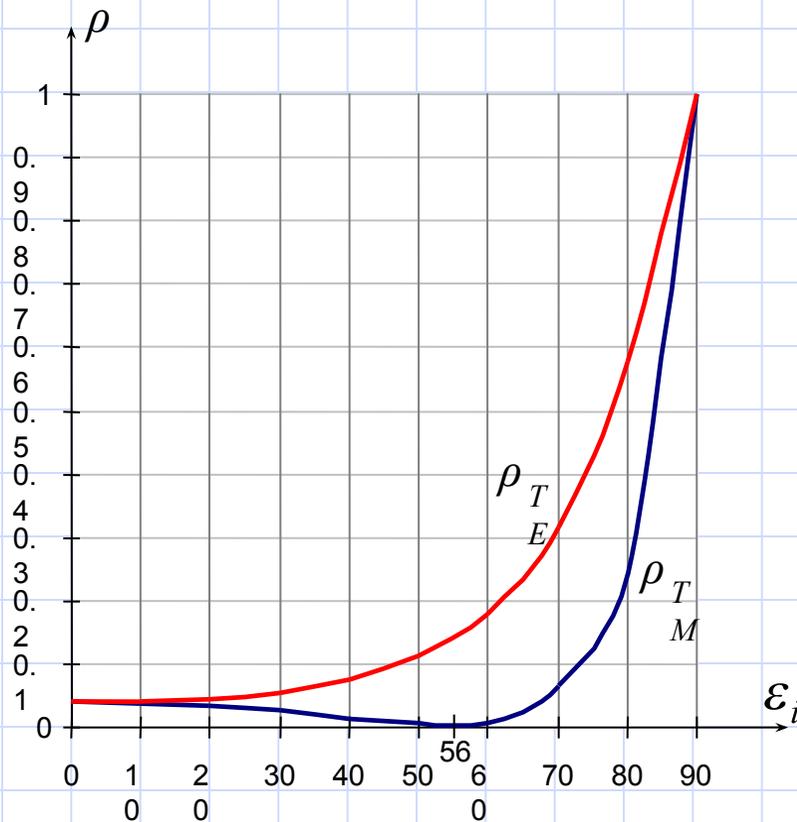
- При условии  $\varepsilon + \varepsilon' = \pi / 2$   $\operatorname{tg}(\varepsilon + \varepsilon') \rightarrow \infty$  и  $\rho_{\parallel} = 0$
- Угол, при котором происходит полная (линейная) поляризация при отражении, называется **углом Брюстера**:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{n'}{n}$$



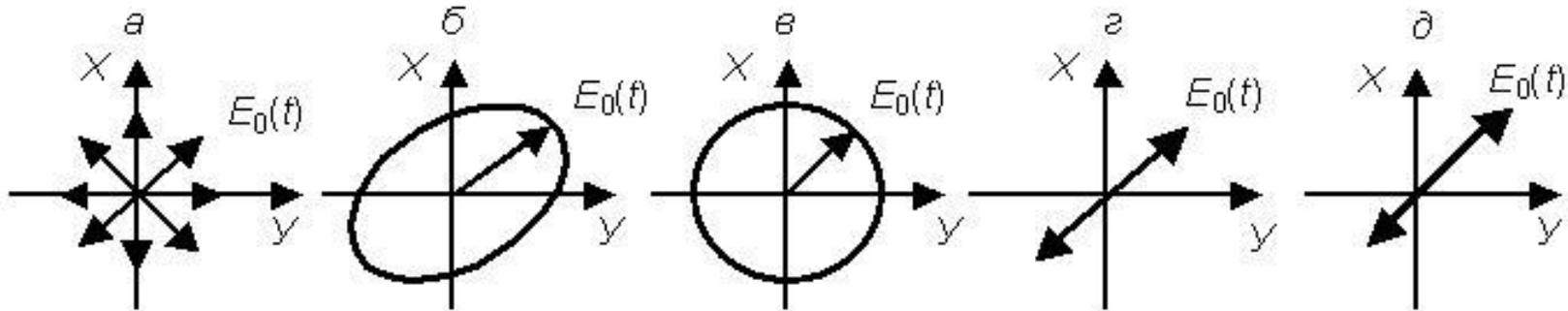
# Угол Брюстера

- График зависимости коэффициентов отражения для  $TM$  и  $TE$  поляризованного света от угла падения



- $TE$  – состояние поляризации, при которой электрический вектор перпендикулярен плоскости падения ( $E_{\perp}$ )
- $TM$  – состояние поляризации, при которой электрический вектор лежит в плоскости падения ( $E_{\parallel}$ )

# Типы поляризации света



**a** – неполяризованный естественный свет

**б** – эллиптически поляризованный свет

**в** - циркулярно поляризованный свет

**г** – линейно (плоско) поляризованный свет

**д** – полярный свет

# Применения поляризации

- Исследование напряжения в материалах (двулучепреломление)
- Подавление паразитных отражений при фотосъемке, наблюдении через солнцезащитные очки
- Изменение оптической активности жидкокристаллических элементов (*Twisted Nematic Display*)
- Количественный анализ растворов оптически активных веществ
- Микроскопические исследования очень малых частиц
- Эллипсометрические исследования структуры слоев

# Просветление оптики.

## Тонкие пленки

- **Просветление оптики** – применение тонкослойных пленок (интерференционных покрытий) для ослабления френелевского отражения
- Амплитуды отраженных волн от границ раздела воздух–пленка и пленка–стекло должны быть равны:

$$R_1 = R_2$$

- Фазы (эйконалы) должны отличаться на половину периода:

$$E_1 - E_2 = \frac{\lambda}{2} \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \pi$$

- Для этого необходимо выполнение условий:

$$n_{пл} = \sqrt{n_{ст} n_{сп}}$$

$$n_{пл} \cdot d_{пл} = \frac{\lambda}{4}$$

