Численное решение уравнения переноса на вычислительной системе с общей памятью

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Лещинский Д. В., Данилкин Е. А., Старченко А. В.

Физико-математическая постановка задачи

$$\frac{\partial\rho\Phi}{\partial t}+\frac{\partial\rho U\Phi}{\partial x}+\frac{\partial\rho V\Phi}{\partial y}+\frac{\partial\rho W\Phi}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_{z}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)+\mathrm{S}_{\Phi}; \qquad (1)$$

$$z=h(x,y): K_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}=\alpha(\Phi-\Phi_w); \qquad (2)$$

$$z=H: K_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}=\gamma_{\Phi}; \qquad (3)$$

$$x=-L; x=L: \frac{\partial\Phi}{\partial t}+C_{\Phi}^{x}\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\frac{\partial\Phi_S}{\partial t}+C_{\Phi}^{x}\frac{\partial\Phi_S}{\partial x}; \qquad (4)$$

$$y=-L; y=L: \frac{\partial\Phi}{\partial t}+C_{\Phi}^{y}\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\frac{\partial\Phi_S}{\partial t}+C_{\Phi}^{y}\frac{\partial\Phi_S}{\partial y}; \qquad (5)$$

Численный метод решения задачи

Явно-неявные аппроксимации по времени Адамса Бэшфорда и Кранка-Николсон:

$$\frac{\rho_P^{k+1}\Phi_P^{k+1} - \rho_P^k\Phi_P^k}{\tau} Vol_P +$$

$$+\frac{3}{2}\iiint\limits_{Vol_P}\left[\frac{\partial\rho U\Phi}{\partial x} + \frac{\partial\rho V\Phi}{\partial y} + \frac{\partial\rho W\Phi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) - S_\Phi\right]^k dxdydz -$$

$$-\frac{1}{2}\iiint\limits_{Vol_P}\left[\frac{\partial\rho U\Phi}{\partial x} + \frac{\partial\rho V\Phi}{\partial y} + \frac{\partial\rho W\Phi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(K_{xy}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) - S_\Phi\right]^{k-1} dxdydz -$$

$$-\frac{1}{2}\iiint\limits_{Vol_P}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)\right]^{k+1} dxdydz - \frac{1}{2}\iiint\limits_{Vol_P}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)\right]^{k} dxdydz = 0$$