РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

БПИ-20-3 Сладкова Екатерина, Таран Кристина

БПМ-20-3 Радионов Дэни, Хачатрян Артем, Ленц Федор

ВВЕДЕНИЕ

Рекуррентное отношение – это уравнение, которое рекурсивно определяет последовательность, в которой следующий член является функцией предыдущих членов.

ФАКТОРИАЛ — это математическая функция, применяемая к неотрицательным целым числам, равная произведению всех натуральных чисел от 1 до числа, для которого она вычисляется

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ — это последовательность чисел, обладающая рядом свойств. В ней каждое следующее число в ряду получается суммированием двух предыдущих чисел

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПАДОВАНА — это последовательность целых чисел P(n), определяемая начальными значениями и рекуррентное отношение

ЧИСЛО ПЕЛЛЯ — целое число, входящее в качестве знаменателя в бесконечную последовательность подходящих дробей для квадратного корня из 2

РАЗНОВИДНОСТИ

АКТУАЛЬНОСТЬ

КОМБИНАТОРИКА

Рекуррентные соотношения находят широкое применение при решении задач по комбинаторике.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФИНАНСОВ

В прогнозе стоимости активов используются аналитические инструменты, в основе которых лежат рекуррентные соотношения.

ПОПКУЛЬТУРА

Упоминания в книгах, видеоиграх и музыке.

ФЛОРА И ФАУНА

Строение растений, морских раковин и т.д. и т.п.

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

ИСТОРИЯ

Леонардо Фибоначчи первым ввёл эту числовую последовательность в западноевропейской математической науке в своей важной книге «Liber Abaci» («Книга абака») в 1202 году. Он использовал эту последовательность чисел, когда пытался объяснить рост популяции кроликов.

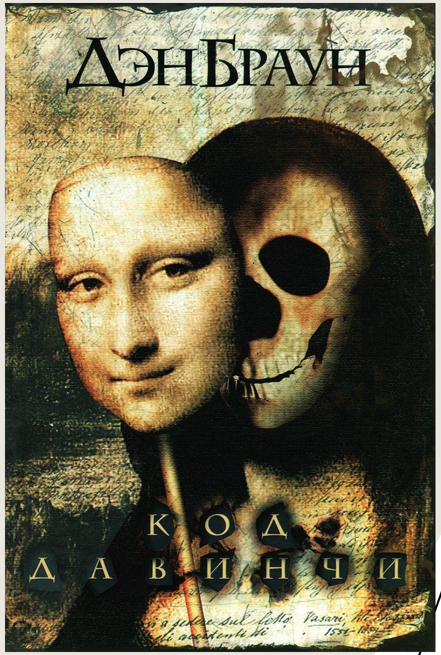
ТОРГОВЫЕ БИРЖИ
СЕТКА ФИБО

ПОПКУЛЬТУРА

Числа Фибоначчи упоминаются в:

БЕСТСЕЛЛЕРЕ ДЭНА БРАУНА

«КОД ДА ВИНЧИ»



JAVA-ИГРЫ

РОК-ГРУППА «СПЛИН» В ВОСЬМОМ ТРЕКЕ «ФИБОНАЧЧИ»

0 *Тронулся в путь состав*

1 *Щёлкнул один сустав*

1 *Дрогнул один рукав*

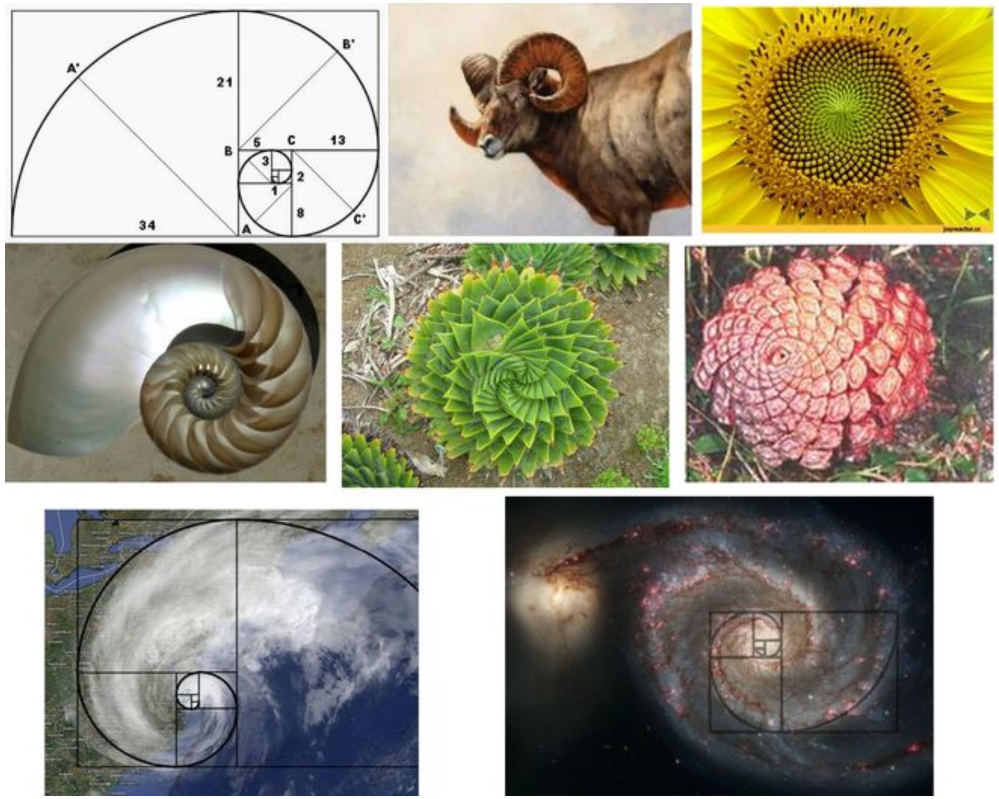
2 *Всё, доставайте стафф*

3 *Просьбой о кипятке*

5 Поезд идёт к реке

8 Поезд идёт в тайге

ФЛОРА И ФАУНА



ЗАДАЧА КОМБИНАТОРИКА

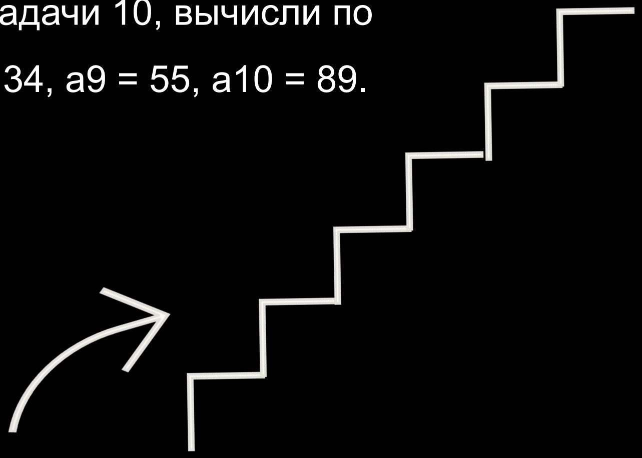
Леша поднимается по лестнице из 10 ступенек. За один раз он прыгает вверх либо на одну ступеньку, либо на две ступеньки. Сколькими способами Леша может подняться по лестнице?

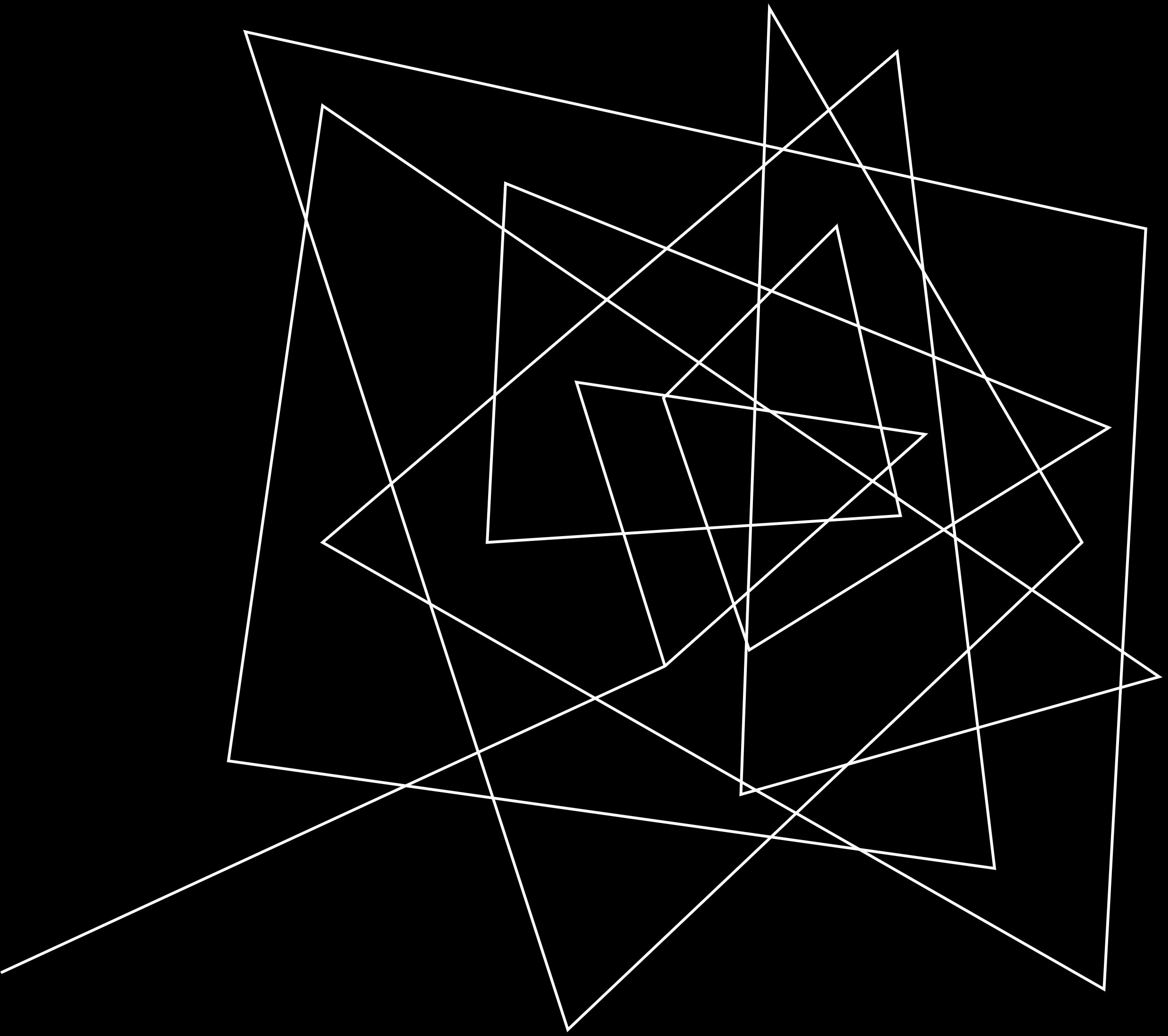
Решение:

an = an–1 + an–2 (выглядит знакомо, не правда ли?).

Раз мы знаем a1 и a2 и помним, что ступенек по условию задачи 10, вычисли по порядку все an: a3 = 3, a4 = 5, a5 = 8, a6 = 13, a7 = 21, a8 = 34, a9 = 55, a10 = 89.

Ответ: 89 способов.

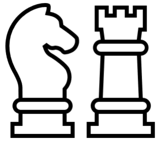


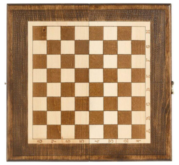


ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПАДОВАНА

это последовательность целых чисел $P(n)$,
определяемая начальными значениями
$P(0)=P(1)=P(2)=1$
и рекуррентное отношение
$P(n)=P(n-2)+P(n-3)$

ЗАДАЧА О ЗЁРНАХ И ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ



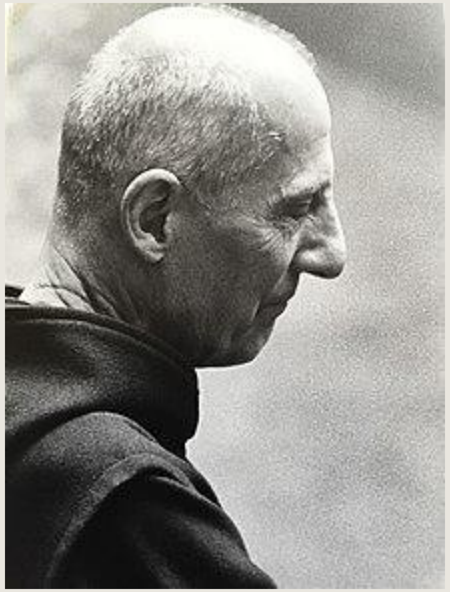


Сколько будет зёрен на шахматной доске, если класть на каждую следующую клетку доски вдвое больше зёрен, чем на предыдущую, начиная с одного?


8
7
6
5
4
3
2
A
B
C
D
E
F
G
H

18 446 744 073 709 551 615.

ИСТОРИЯ



Ганс ван дер Лаан

Последовательность Падована названа в честь Ричарда Падована, который приписал это открытие голландскому архитектору Гансу ван дер Лаану в своем эссе « Дом» 1994 года . Ханс ван дер Лаан: Современный примитив . Последовательность была описана Яном Стюартом в его колонке «Математические развлечения» в Scientific American в июне 1996 года. Он также пишет об этом в одной из своих книг «Математическая истерия: забавные игры с математикой».

ЧИСЛО ПЕЛЛЯ

— целое число, входящее в качестве знаменателя в бесконечную последовательность подходящих дробей для квадратного корня из 2.
Эта последовательность приближений начинается следующим образом:

$$\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{41}{29}, \ldots$$

ИСТОРИЯ

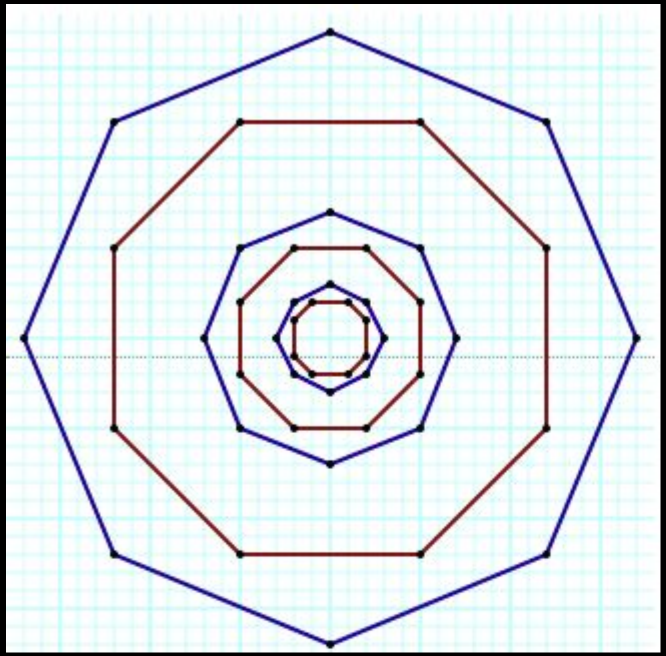
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ ПЕЛЛЯ ИЗВЕСТНА С ДРЕВНИХ ВРЕМЕН.

И ЧИСЛА ПЕЛЛЯ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ЧИСЛА ПЕЛЛЯ — ЛЮКА НАЗВАНЫ В ЧЕСТЬ ЭДУАРДА ЛЮКА, КОТОРЫЙ ИЗУЧАЛ ЭТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.

Числа Пелла определяются рекуррентным соотношением :

$$P_n = \begin{cases} 0 & \text{if } n = 0; \\ 1 & \text{if } n = 1; \\ 2P_{n-1} + P_{n-2} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Рациональные приближения к правильным восьмиугольникам с координатами, полученными из чисел Пелла.

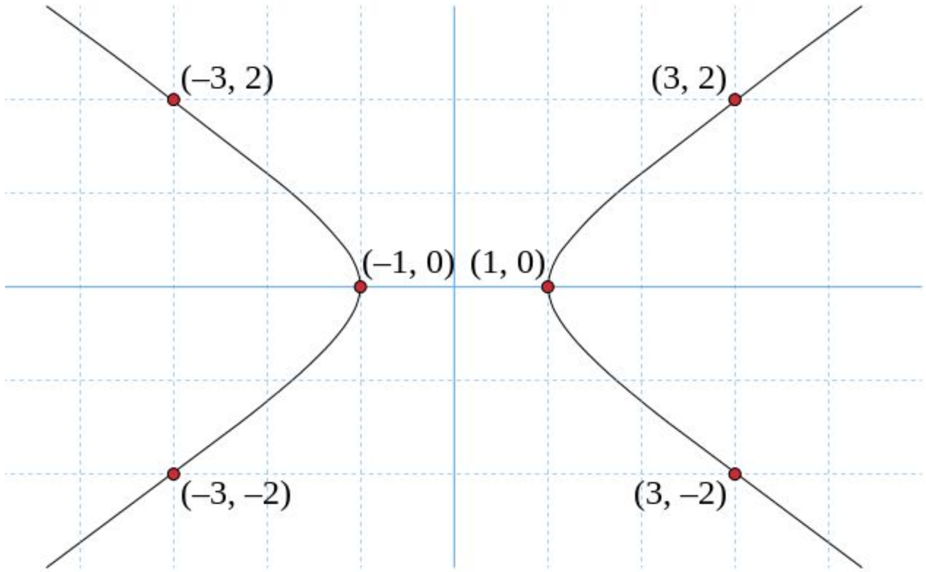


УРАВНЕНИЕ ПЕЛЛЯ

-представляет собой любое диофантово уравнение вида где *n* - заданное положительное неквадратное целое число, а целочисленные решения ищутся для *x* и *y* .

$$x^2 - ny^2 = 1$$

Джозеф Луи Лагранж доказал, что уравнение Пелля имеет бесконечно много различных целочисленных решений пока *n* не является полным квадратом.



Уравнение Пелла для *n* = 2 и шесть его целочисленных решений

С вами были:

БПИ-20-3 Сладкова Екатерина, Таран Кристина
БПМ-20-3 Радионов Дэни, Хачатрян Артем, Ленц Федор

Список литературы:

- https://ru.wikipedia.org/wiki/Число_Пелля#Простые_и_квадраты
- https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2015/09/10/posledovatelnosti-vokrug-nas
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Задача_о_зёрнах_на_шахматной_доске
- https://en.wikipedia.org/wiki/Recurrence_relation
- https://infourok.ru/chisla-fibonachi-aktualnost-v-nashi-dni-4061244.html
- https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.d0608b8e-629e7068-235d6eb1-74722d776562/https/en.wikipedia.org/wiki/Padovan_sequence#Extension_to_negative_parameters