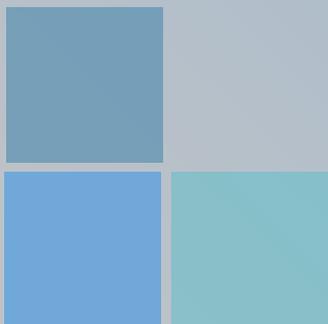
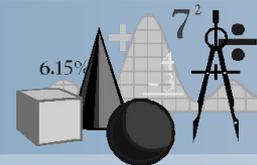


Задачи на движение

Подготовка к ЕГЭ



$$S = vt$$

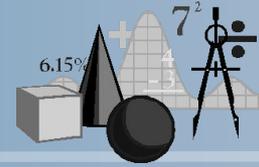


S - это пройденный путь, или расстояние,
 V – скорость движения,
 t – время движения.

$$v = S/t$$

$$t = S/v$$



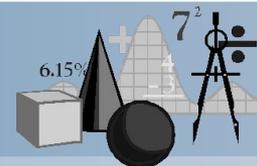


Основными типами задач на движение являются следующие:

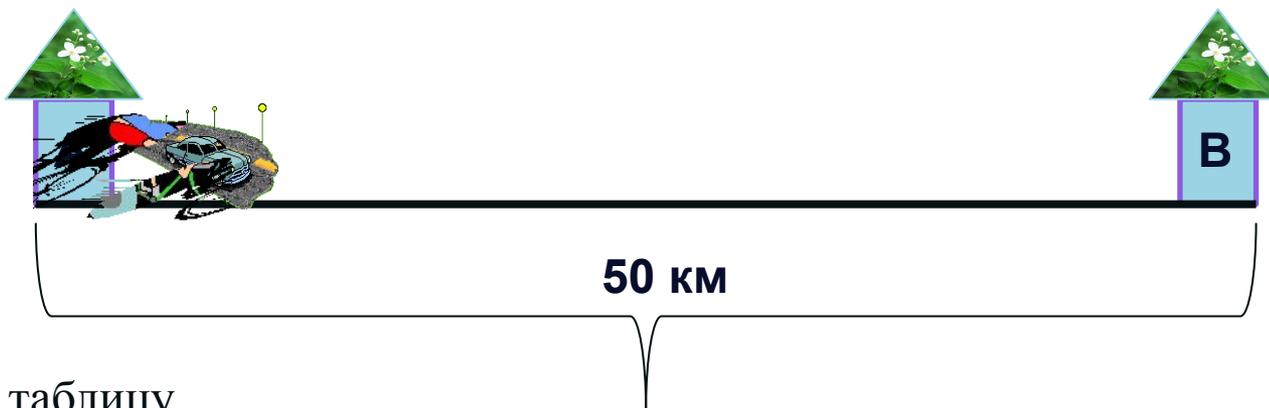
- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку, с задержкой в пути),
- задачи на движение по замкнутой трассе,
- задачи на движение по воде,
- задачи на среднюю скорость,
- задачи на движение протяжных тел



Задача № 1



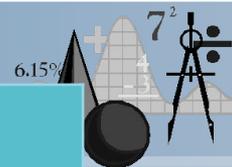
Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.



Составим таблицу

| | S (км) | V (км/ч) | t (ч) |
|--------------|---------------|-----------------|--------------|
| Автомобилист | | | |
| Велосипедист | | | |





| | S (км) | V (км/ч) | t (ч) |
|--------------|---------------|--------------------------|-------------------|
| Автомобилист | 50 | $x+40$ | $\frac{50}{x+40}$ |
| Велосипедист | 50 | x | $\frac{50}{x}$ |

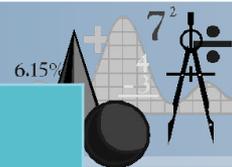
Читаем условие и заполняем 2-й столбик таблицы: **Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км одновременно выехали автомобилист и велосипедист.**

Читаем условие далее и заполняем 3-й столбик таблицы: **Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста.**

Пусть **x** км/ч – скорость велосипедиста, тогда **$x+40$** км/ч - скорость автомобилиста

Применив формулу $t=S/v$, заполняем 4-й столбик





| | S (км) | V (км/ч) | t (ч) |
|--------------|---------------|-----------------|-------------------|
| Автомобилист | 50 | $x+40$ | $\frac{50}{x+40}$ |
| Велосипедист | 50 | x | $\frac{50}{x}$ |



на 4 часа <

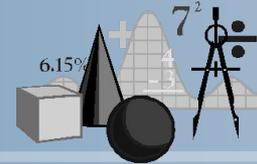
Известно, что велосипедист прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста.

Исходя из этого условия получим уравнение:

$$\frac{50}{x+40} + 4 = \frac{50}{x}$$



Решим уравнение:



$$\frac{50}{x+40} + 4 = \frac{50}{x}$$

$$50x + 4x(x+40) = 50(x+40)$$

$$50x + 4x^2 + 160x = 50x + 2000$$

$$4x^2 + 160x - 2000 = 0$$

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

$$D = 3600$$

$$x_1 = 10, x_2 = -50$$

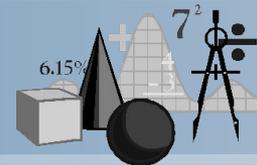
Скорость не может быть отрицательной, следовательно скорость велосипедиста равна 10 км/ч.

Ответ: 10



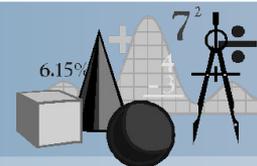
Задача № 2

(на задержку в пути)



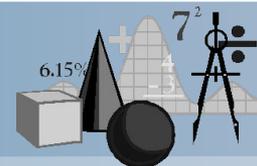
Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.



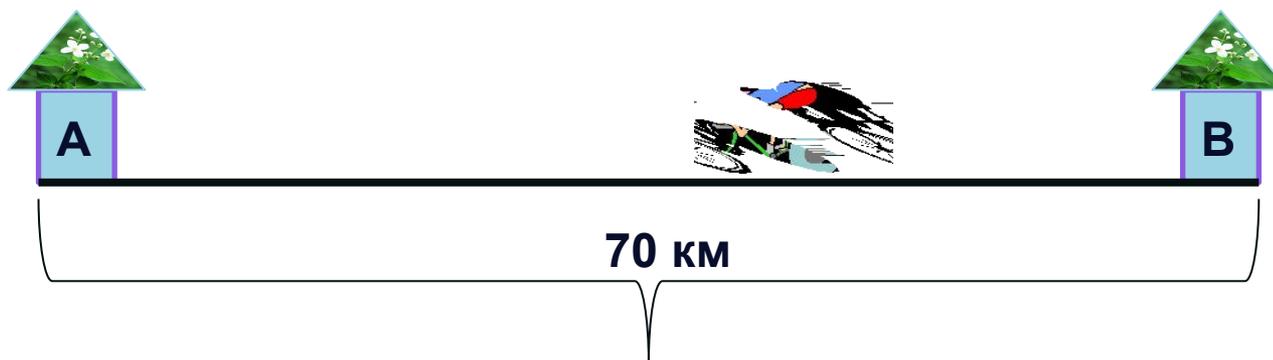


Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.





Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.



Заполним таблицу



| | S | V | t |
|-----------------|-----------|------------|----------------------------|
| из А в В | 70 | x | $\frac{70}{x}$ |
| из В в А | 70 | x+3 | $\frac{70}{x+3}$ +3 |

Читаем условие задачи и заполняем 2-й столбик таблицы:

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км

На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней.

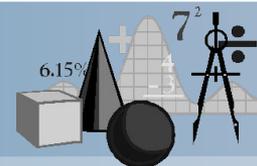
Из этого условия определим, что скорость из А в В - x км/ч, из В в А – (x+3) км/ч

По дороге он сделал остановку на 3 часа.

В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В.

$$\frac{70}{x+3} + 3 = \frac{70}{x}$$





Решим уравнение:

$$\frac{70}{x} = \frac{70}{x+3} + 3$$

$$70(x+3) = 70x + 3x(x+3)$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$D = 289$$

$$x_1 = -10, x_2 = 7$$

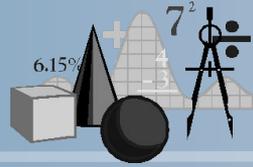
Скорость велосипедиста число положительное,
следовательно скорость равна 7 км/ч.

Ответ: 7

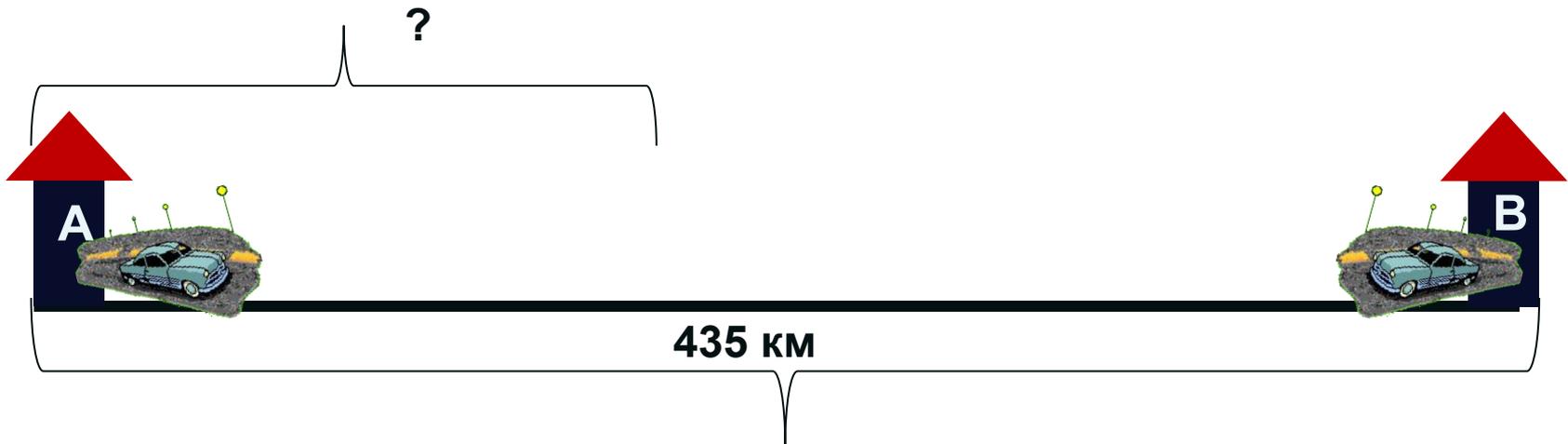


Задача № 3

(на встречное движение)



Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.



Заполним таблицу



| | | S (км) | v (км/ч) | t (ч) |
|----------|---------|---------------|-----------------|--------------|
| из А в В | 1 часть | 60 | 60 | 1 |
| | 2 часть | 60x | 60 | x |
| из В в А | | 65x | 65 | x |

Читаем задачу: **Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал второй автомобиль.**

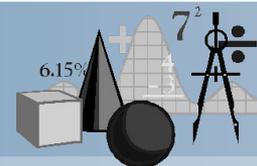
Значит 1-й автомобиль за час проехал 60 км

Вторую часть пути 1-й автомобиль проехал за тоже время, что и 2-й автомобиль, это время обозначим за x

Используя формулу: $S=vt$ заполняем оставшиеся ячейки таблицы

Читаем задачу еще раз: **Расстояние между городами А и В равно 435 км**





| | | S (км) | v (км/ч) | t (ч) |
|----------|---------|---------------|-----------------|--------------|
| из А в В | 1 часть | 60 | 60 | 1 |
| | 2 часть | 60x | 60 | x |
| из В в А | | 65x | 65 | x |

Исходя из данного условия составим уравнение

$$60 + 60x + 65x = 435$$

$$125x = 375$$

$$x = 3$$

Читаем вопрос задачи: На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

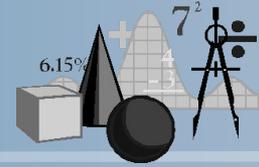
Так как из города А вышел 1-й автомобиль, то определим какое расстояние он пройдет: $60 + 60 \cdot 3 = 240$

Ответ: 240

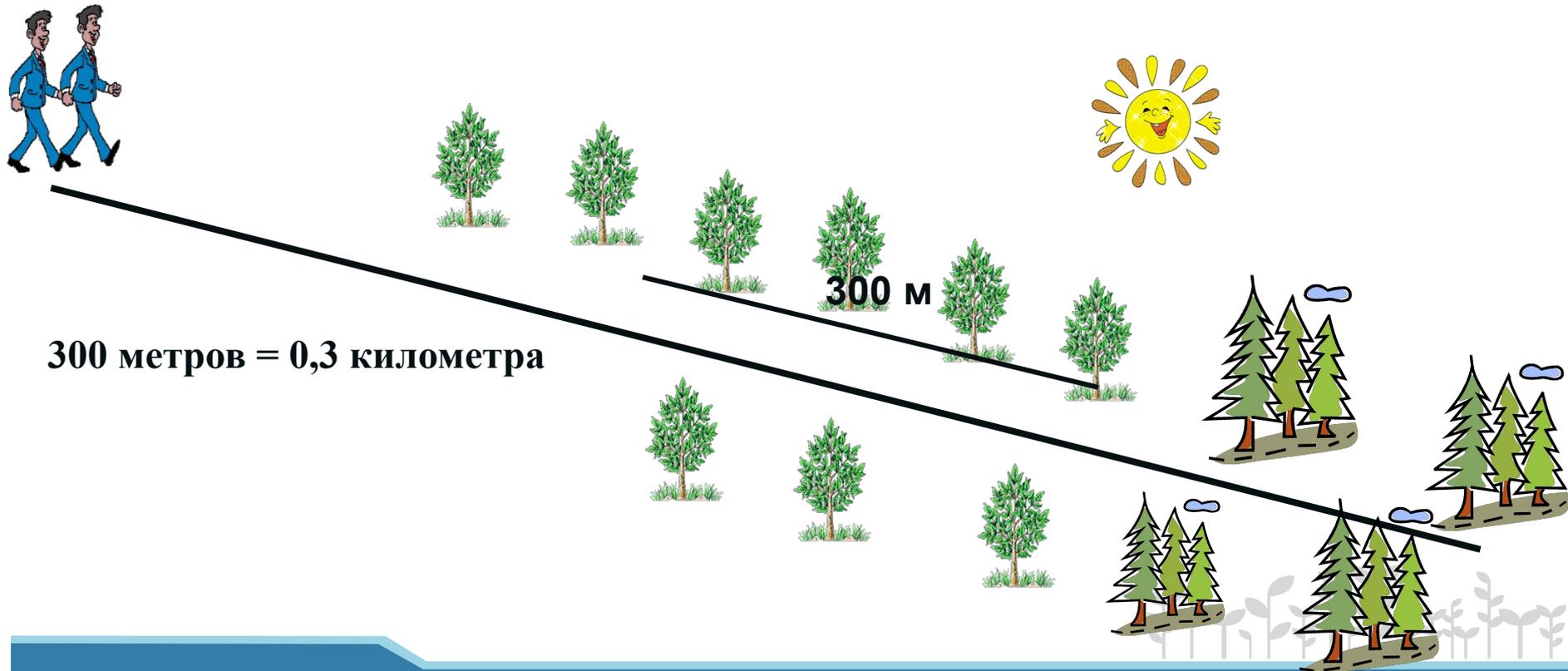


Задача №5

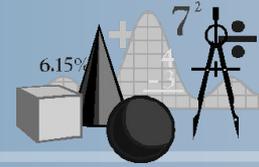
(по прямой вдогонку)



Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?



Составим таблицу



| | S (км) | v(км/ч) | t(ч) |
|-------------------|---------------|----------------|-------------|
| I пешеход | $(x+1,5)t$ | $x+1,5$ | t |
| II пешеход | xt | x | t |

Читаем задачу и заполняем таблицу: **Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. скорость 2-го пешехода обозначим за x**

Читаем задачу далее: **Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?**

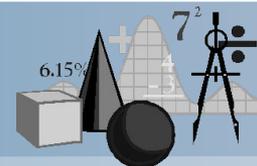
Нам неизвестно время, возьмем его за t

Применив формулу: $S = vt$, заполним пустые ячейки таблицы

Составим уравнение учитывая вопрос: **Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?**

$$(x+1,5)t - xt = 0,3$$





$$(x+1,5)t - xt = 0,3$$

решим данное уравнение

$$(x + 1,5)t - xt = 0,3$$

$$xt + 1,5t - xt = 0,3$$

$$1,5t = 0,3$$

$$t = 0,2$$

Ответ: 0,2





Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по реке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка.

Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучей посудыны и скорости течения.

Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.

При движении по течению эти скорости складываются.

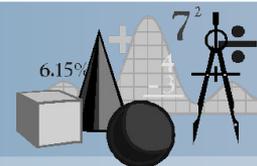
Скорость при движении по течению равна сумме собственной скорости судна и скорости течения.

А если двигаться против течения, то течение будет мешать, относить назад. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

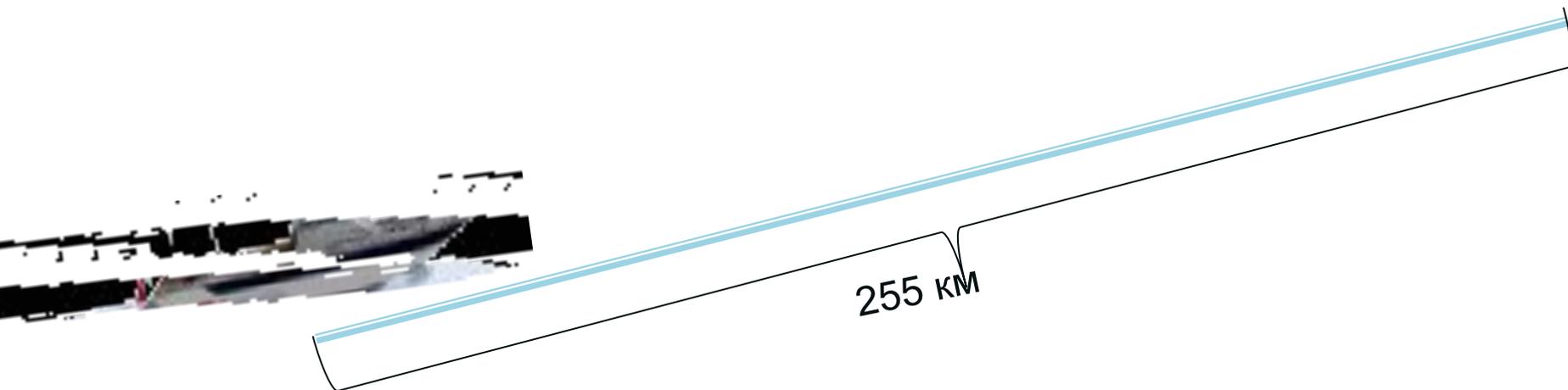


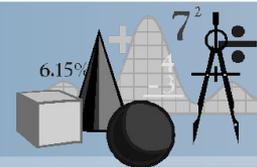
Задача №6

(на движение по воде)

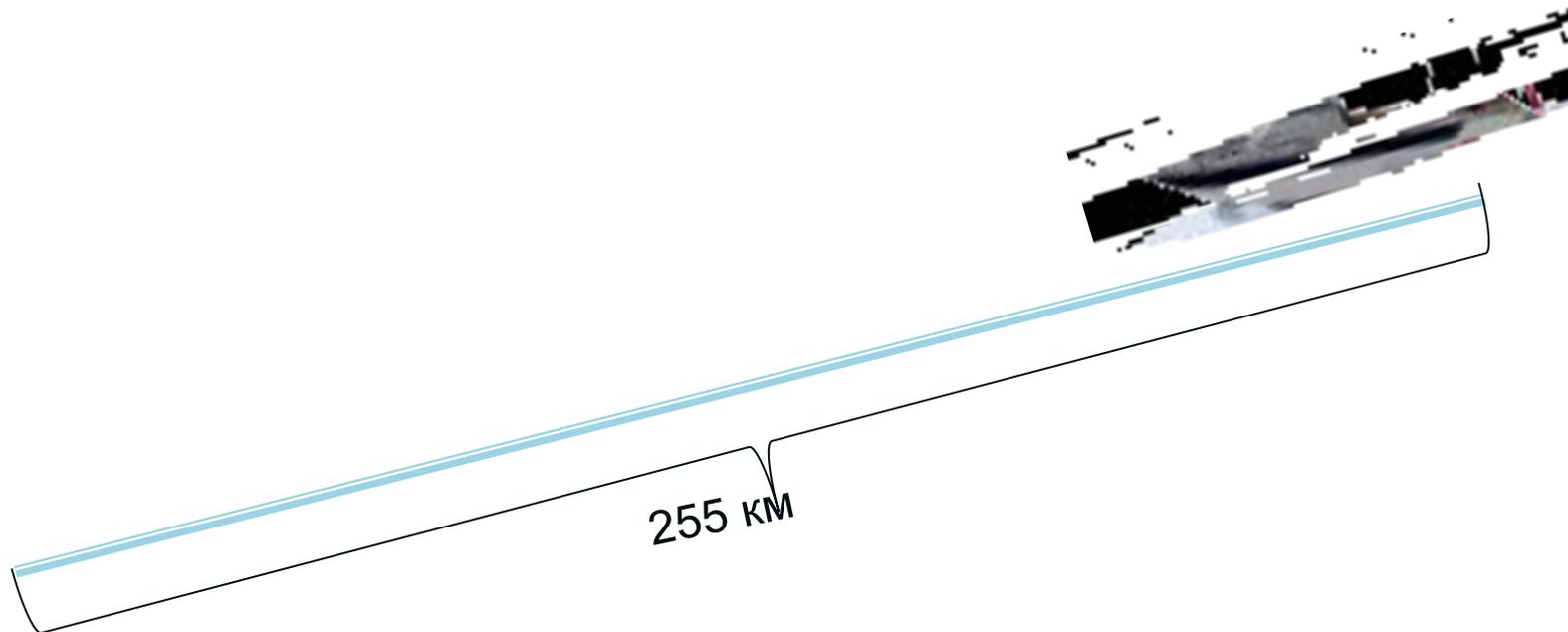


Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.





Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.





Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

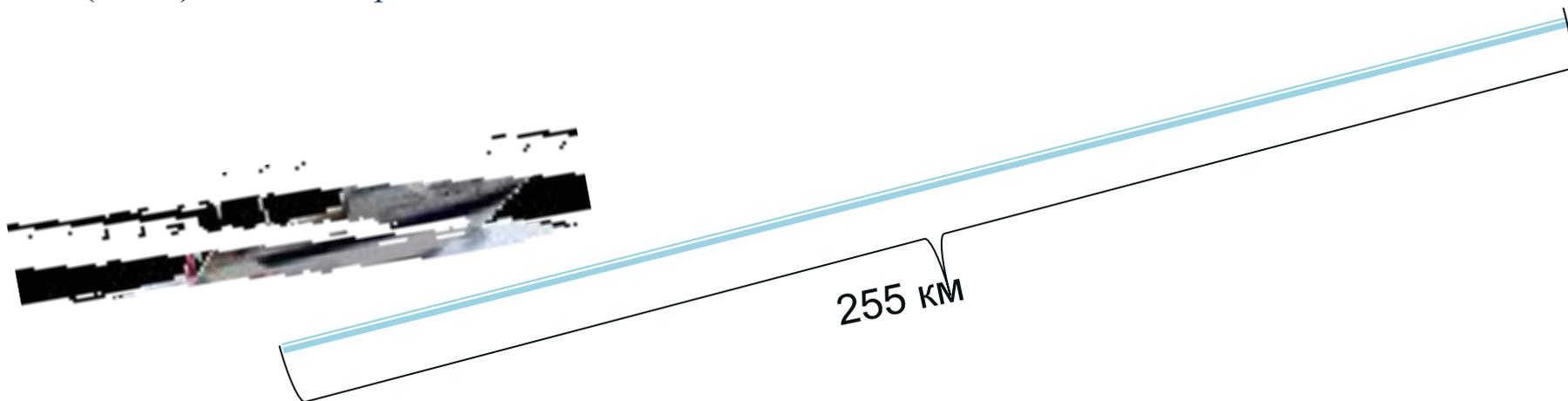
Пусть X км/ч - скорость лодки в неподвижной воде,

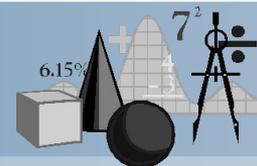
Против течения скорость уменьшается на 1 км/ч, т.е.

$(X - 1)$ км/ч - скорость против течения

По течению скорость увеличивается на 1 км/ч, т.е.

$(X + 1)$ км/ч - скорость по течению





Составим таблицу:

| | S(км) | V (км/ч) | t (ч) |
|-----------------------|--------------|-----------------|-------------------|
| По течению | 255 | x + 1 | $\frac{255}{x+1}$ |
| Против течения | 255 | x - 1 | $\frac{255}{x-1}$ |

Т.к. на обратный путь лодка затратила времени меньше на 2 часа, то получим уравнение:

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2$$

Решим данное уравнение:

$$255(x+1) - 255(x-1) = 2$$

$$255x + 255 - 255x + 255 = 2(x-1)(x+1)$$

$$2x^2 - 512 = 0$$

$$x_1 = 16, x_2 = -16$$

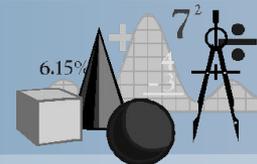
Скорость должна быть положительным числом, следовательно скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч.

Ответ: 16



Задача №7

(по замкнутой трассе)



Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

| | V (км/ч) | t (ч) | S (км) |
|---------------|----------|-------|--------|
| I автомобиль | 60 | x | 60x |
| II автомобиль | 80 | x | 80x |

Из условия задачи известно, что: **Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч.**

Читаем вопрос задачи: **Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?**

Пусть это время - x Тогда по формуле: $S=vt$ заполняем последний столбик

1 круг равен 15 км, следовательно: $80x-60x=15$

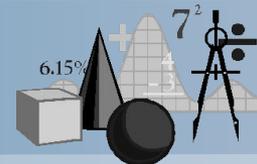
$$x=3/4 \text{ (ч)}$$

Переведем $3/4$ часа в минуты, получим 45 минут



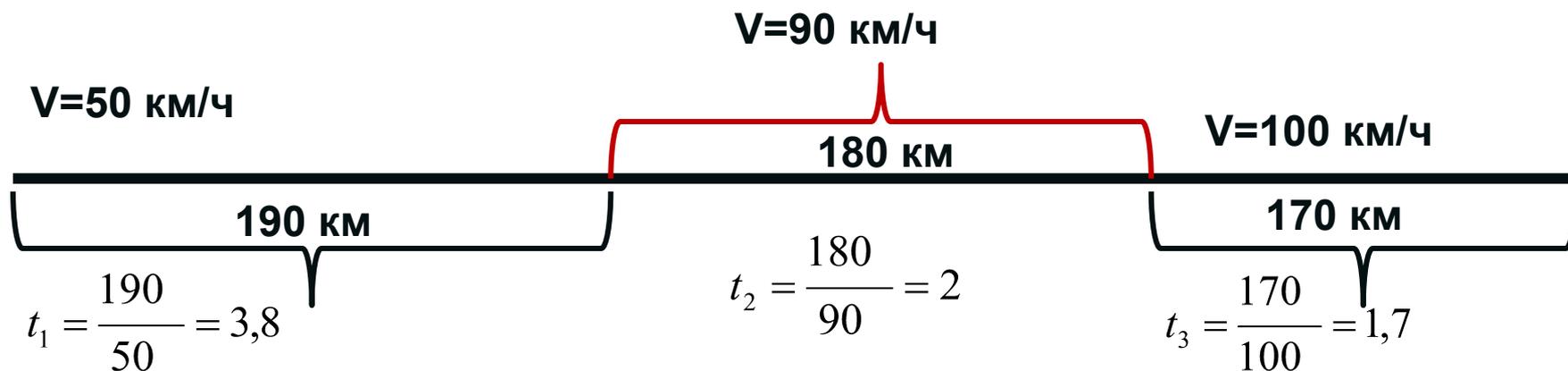
Задача №8

(нахождение средней скорости)



Первые 190 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а затем 170 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{S_{(весь\ путь)}}{t_{(всё\ время)}}$$

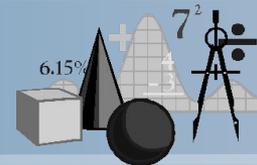


$$t_{общ} = 3,8 + 2 + 1,7 = 7,5(\text{ч}) \quad S_{общ} = 190 + 180 + 170 = 540(\text{км})$$

$$v_{cp} = \frac{540}{7,5} = 72$$



Задачи для самостоятельного решения



Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.



88 км

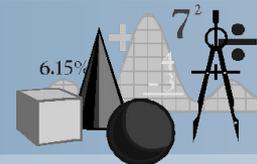
| | S (км) | v (км/ч) | t (ч) |
|----------------|---------------|-----------------|--------------------|
| 1 велосипедист | 88 | $x + 3$ | $\frac{88}{x + 3}$ |
| 2 велосипедист | 88 | x | $\frac{88}{x}$ |

Составим уравнение: $\frac{88}{x + 3} + 3 = \frac{88}{x}$

Решив данное уравнение получим, что скорость второго велосипедиста равна 8 км/ч



Задачи для самостоятельного решения



Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 315 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

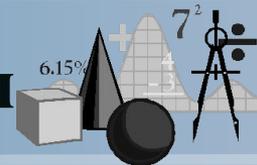


| | S (км) | V (км/ч) | t (ч) |
|----------------|---------------|-----------------|--------------------|
| По течению | 315 | $18+x$ | $\frac{315}{18+x}$ |
| Против течения | 315 | $18-x$ | $\frac{315}{18-x}$ |

$$\frac{315}{18-x} + \frac{315}{18+x} + 4 = 40$$



Задачи для самостоятельного решения



1. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В — 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

2. Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч

3. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 110 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5,5 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

