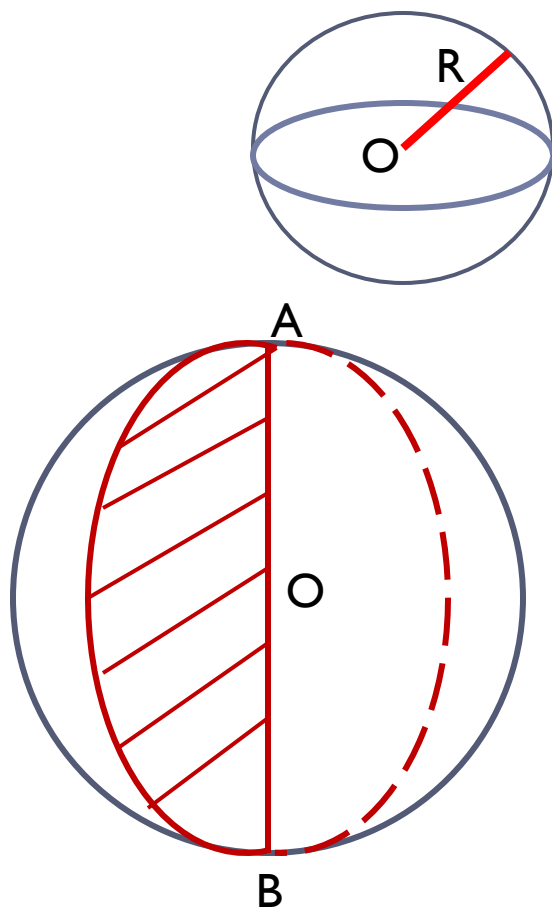


Сфера и шар



Определение сферы и её элементов.

Сферой называется поверхность, состоящая из точек пространства, расположенных на данном расстоянии (оно называется **радиусом сферы**) от данной точки (**центра сферы**).

Радиусом сферы называется любой отрезок, соединяющий центр сферы с точкой сферы.

Диаметром сферы называется отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр.

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.

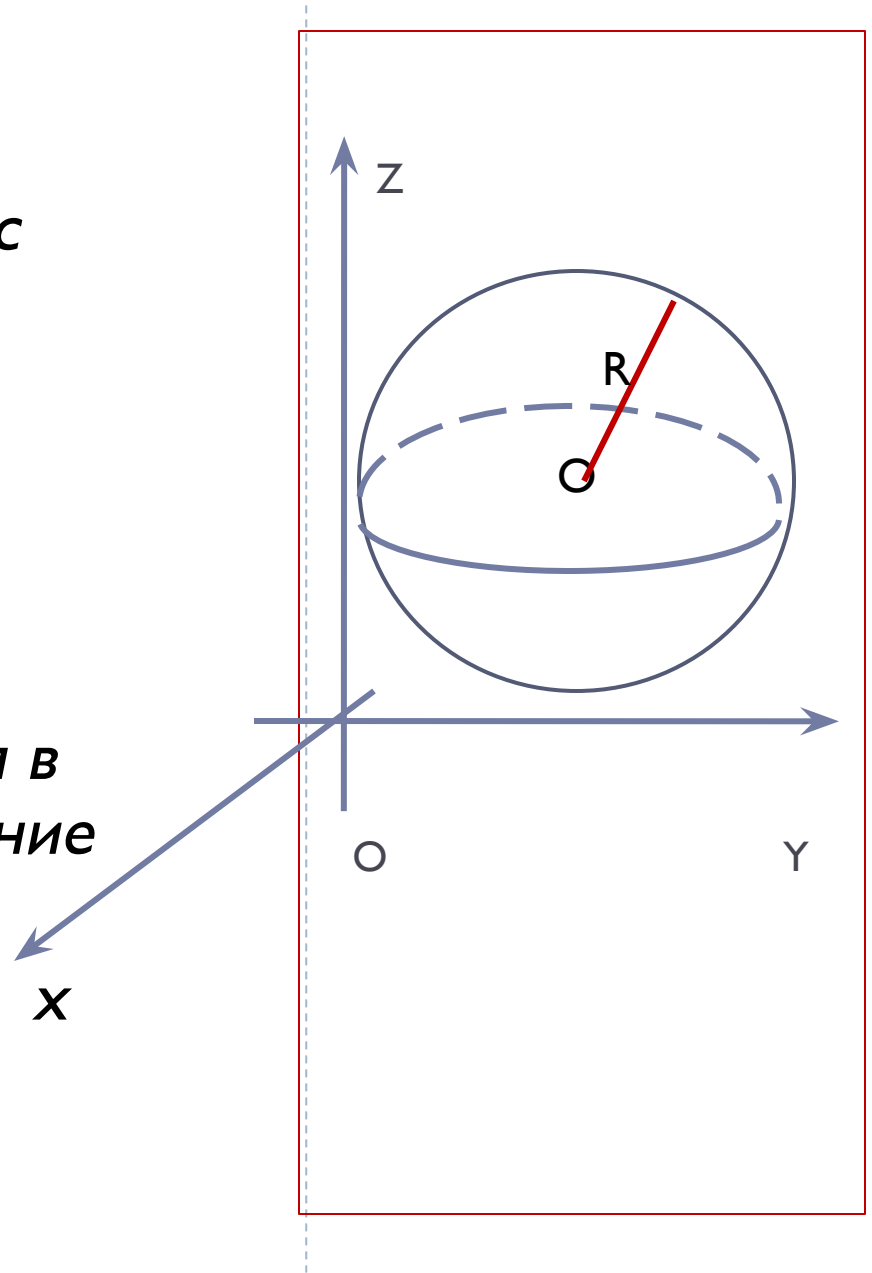
□ В прямоугольной системе координат сфера радиуса **R** с центром $C(x_c; y_c; z_c)$ имеет

□ уравнение:

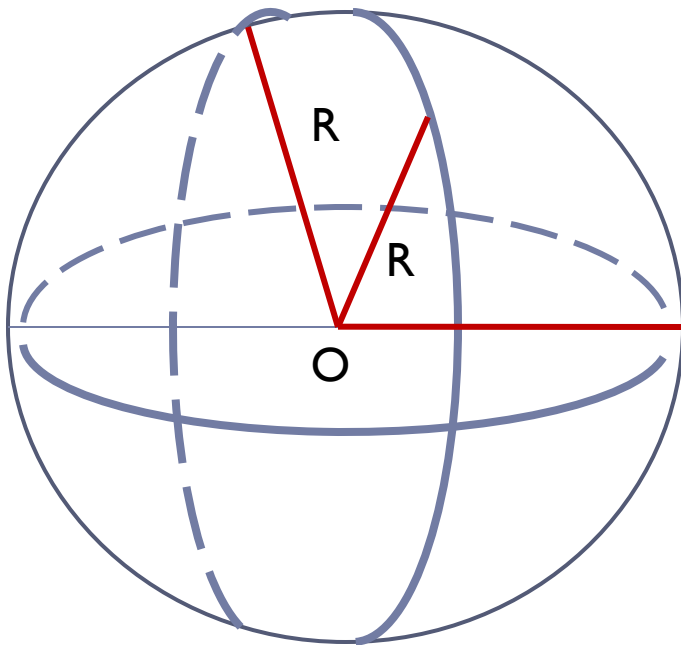
$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2 = R^2$$

□ Если центр сферы находится в начале координат, то уравнение сферы

□
$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$



□ Определение шара и его элементов



Шаром называется
конечное тело,
ограниченное сферой.

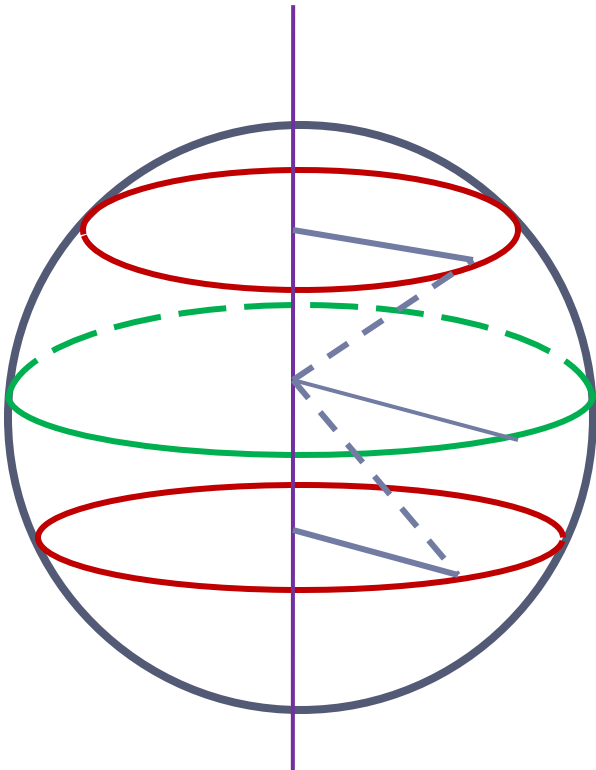
ИЛИ

Шаром называется тело,
состоящее из всех точек
пространства, удалённых
от данной точки на
расстояние, не
превышающее заданного.

**Центр, радиус и
диаметр сферы**
называются также
центром, радиусом и
диаметром **шара**

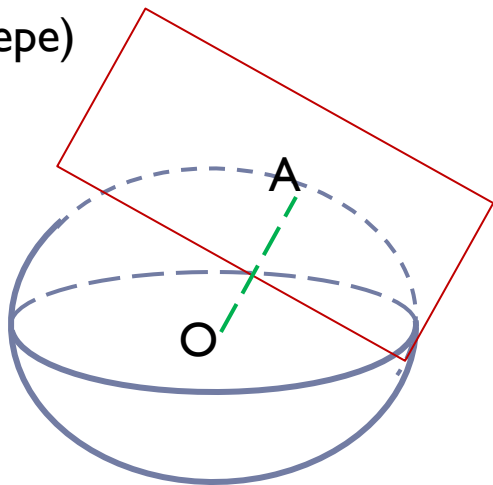
Полезная задача

1. Докажите, что сечения сферы, **одинаково** удалённые от её центра, имеют **равные** радиусы;
2. Из двух сечений сферы больший радиус имеет то сечение, плоскость которого ближе к центру сферы



Определение касательной к сфере

Теорема (свойство
касательной плоскости к
сфере)

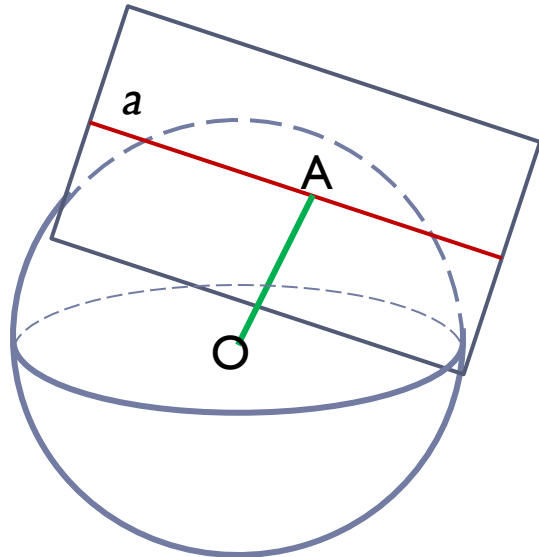


Теорема (признак
касательной плоскости)

Касательной плоскостью к сфере называется плоскость, имеющая с данной сферой только одну общую точку (**касания**).

Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

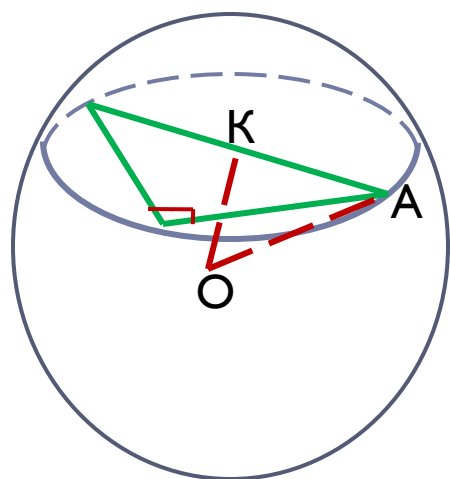


Касательной к сфере называется прямая, которая лежит в касательной плоскости и проходит через **точку касания сферы и плоскости**.

Касательная a имеет со сферой одну общую точку (точку касания A) и перпендикулярна к радиусу сферы, проведённому в эту точку.

Типовая задача

Все стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 см и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.



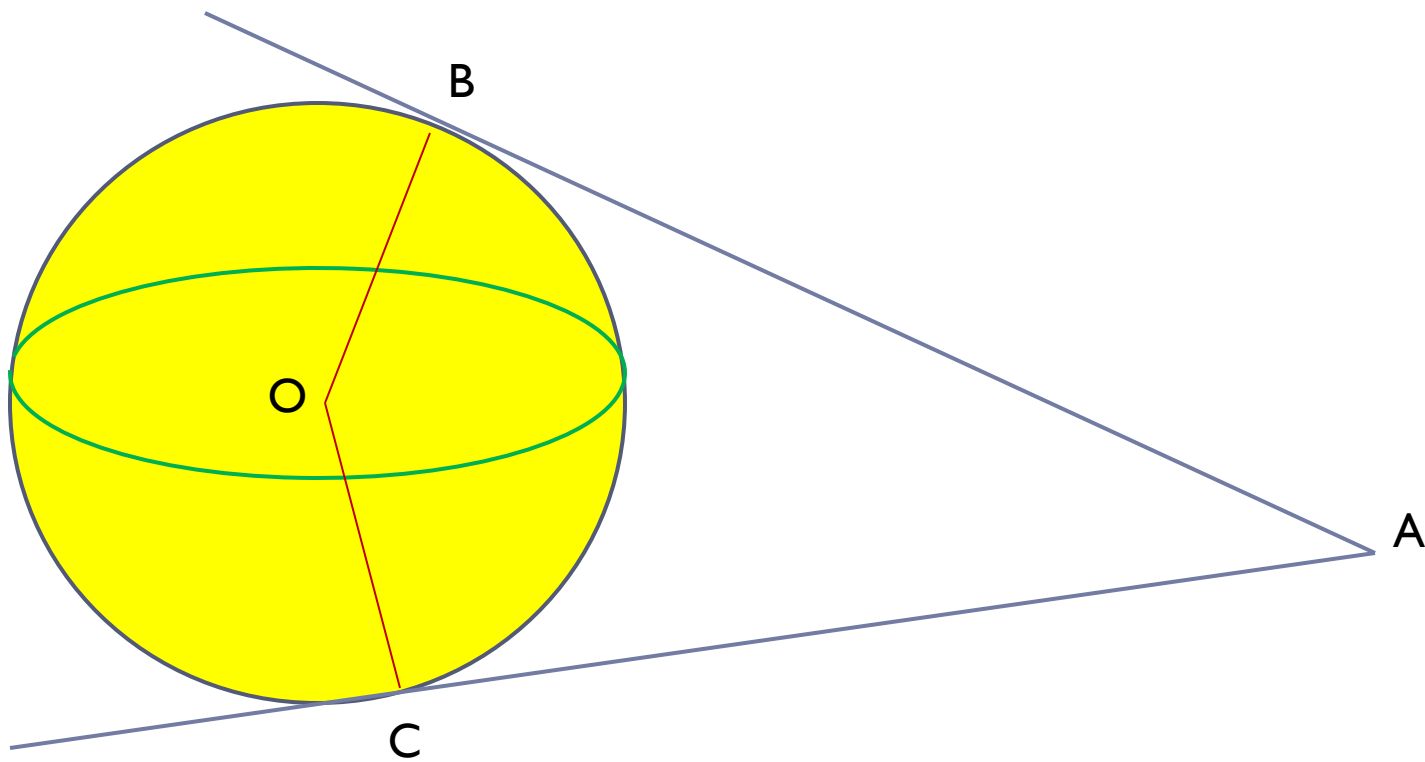
Решение задачи.

Из центра сферы проведём перпендикуляр (это **расстояние от центра сферы до плоскости треугольника**) к плоскости треугольника и радиус шара.

Перпендикуляр к плоскости треугольника пройдёт через середину гипотенузы треугольника, т.к. середина гипотенузы является центром окружности описанной около треугольника. Рассмотрим треугольник OAK . Найдём OK .

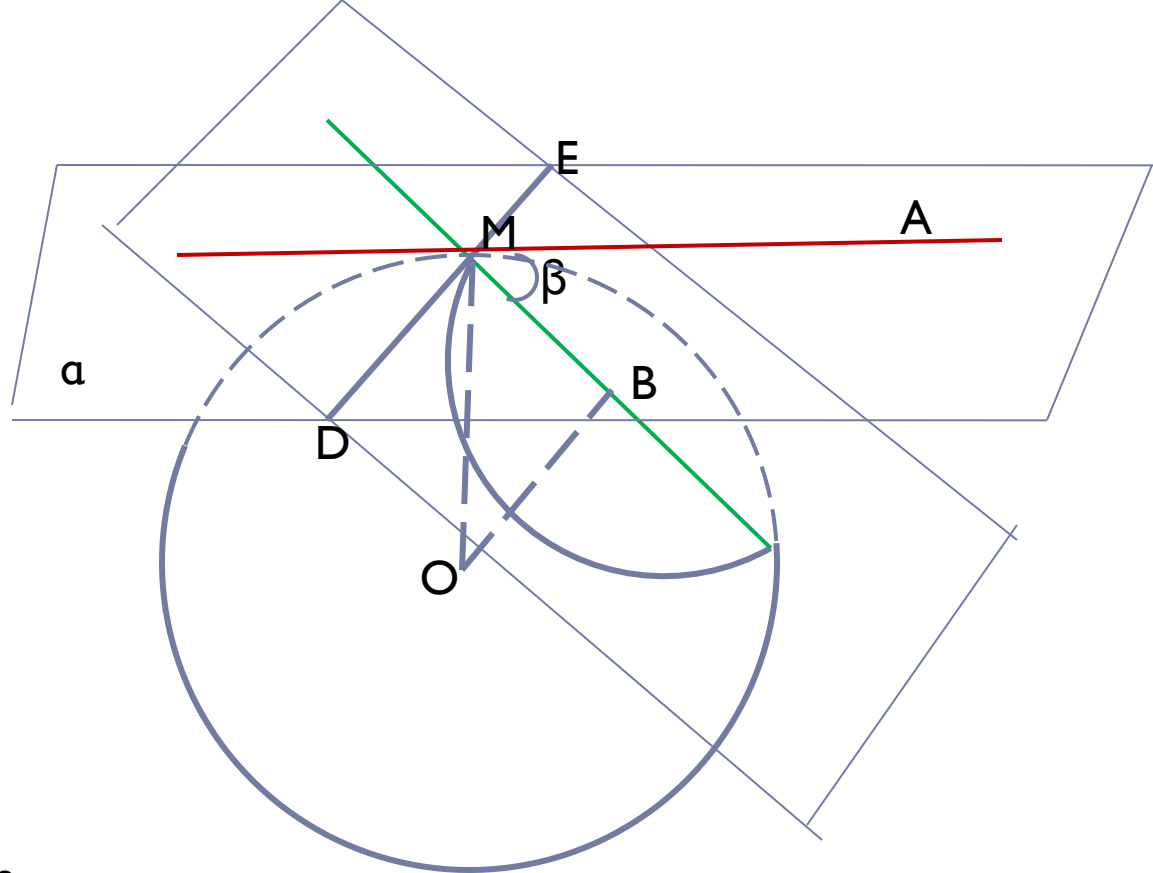
Полезная задача

Докажите, что все касательные, проведённые из данной точки к сфере, имеют равные длины.



Задача 590.

Через точку сферы радиуса R , которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом β к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.



1. Объяснить, как построить линейный угол двугранного угла, образованного плоскостями.
2. Докажите, что перпендикуляр, проведённый из центра шара к секущей плоскости, проходит через центр сечения.
3. Найдите радиус сечения второй плоскостью.
4. Найдите площадь сечения.

Для решения задачи № 590 удобнее вынести чертёж и с помощью его уже решить данную задачу.

