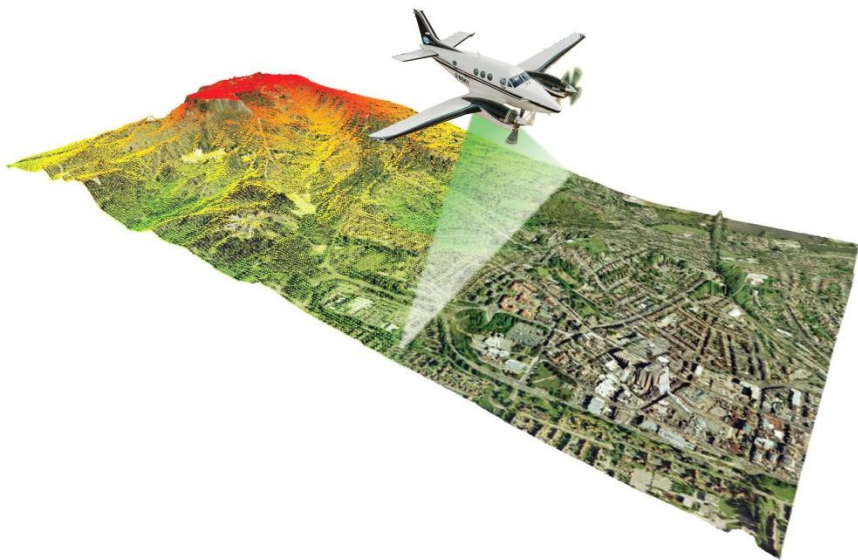


Траекторные измерения



1 Фотограмметрия

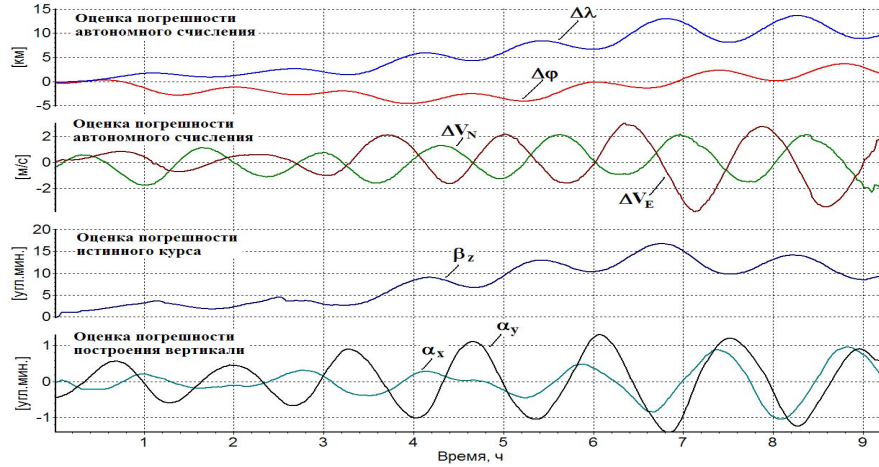


2 Оптические системы

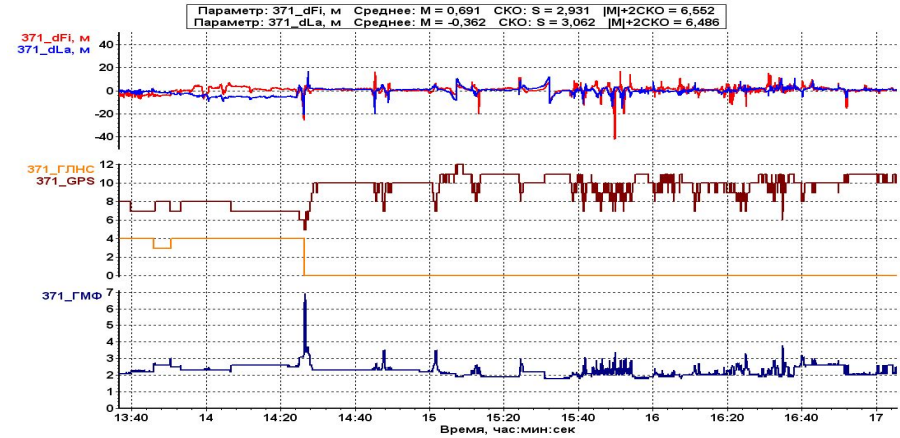


3 Комплексная обработка информации

Погрешности БИНС и СНС



Погрешности БИНС



Погрешности СНС

Алгоритм КОИНС – комплексная обработка информации СНС и ИНС методом наименьших квадратов

Ставится задача определения координат и составляющих вектора скорости самолета с точностью, соответствующей точности параметров дифференциального режима СНС, в любой произвольный момент времени, включая динамические участки полета.

Алгоритм «КОИНС» построен на основе метода наименьших квадратов.

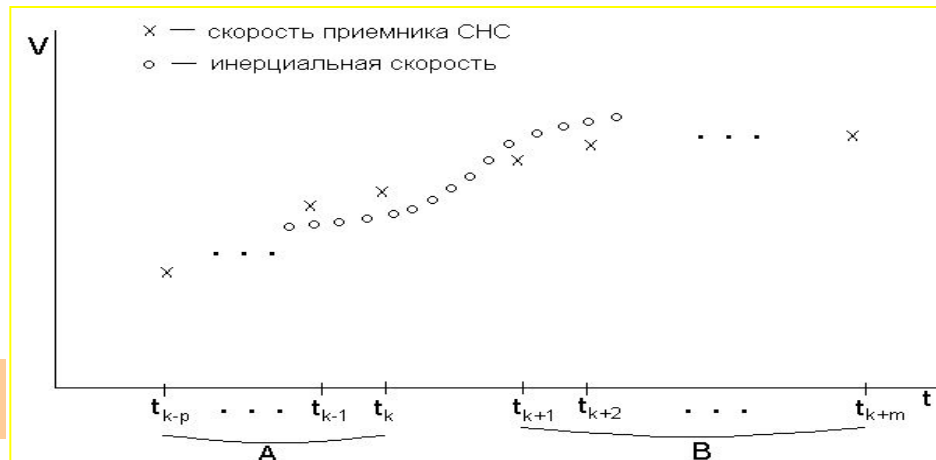
Модель погрешности скорости ИНС

$$\Delta V(t) = C(t - t_k) + D + \xi(t)$$

Метод наименьших квадратов

для определения коэффициентов модели

$$G = \sum_i \alpha_i [V^{CHC}(t_i) - V^{INC}(t_i) + \Delta V(t_i)]^2 \rightarrow \min$$

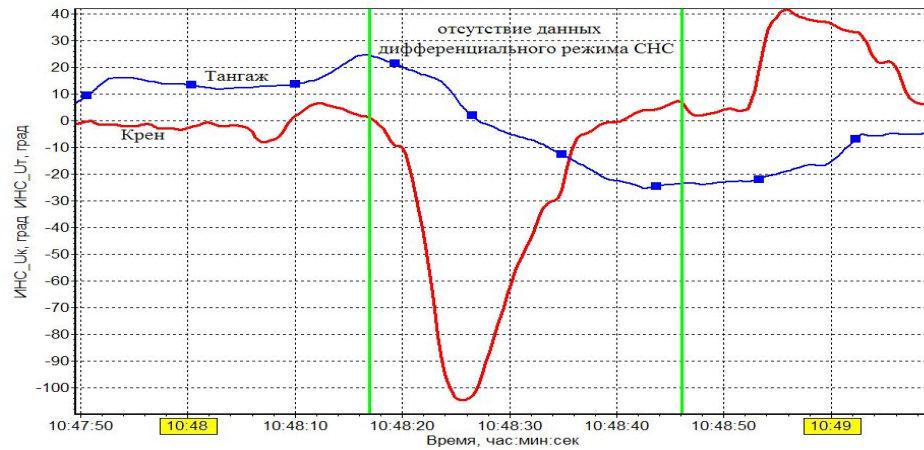


Основная идея алгоритма «КОИНС» заключается в следующем. На достаточно коротком интервале времени длительностью не более 4 минут по имеющейся информации приемника СНС методом наименьших квадратов определяются параметры линейной модели погрешности ИНС для каждой из трех составляющей вектора скорости и каждой из трех координат. Построенная модель используется для получения из сигналов ИНС с требуемой частотой навигационных параметров по точности сравнимых с параметрами приемника СНС.

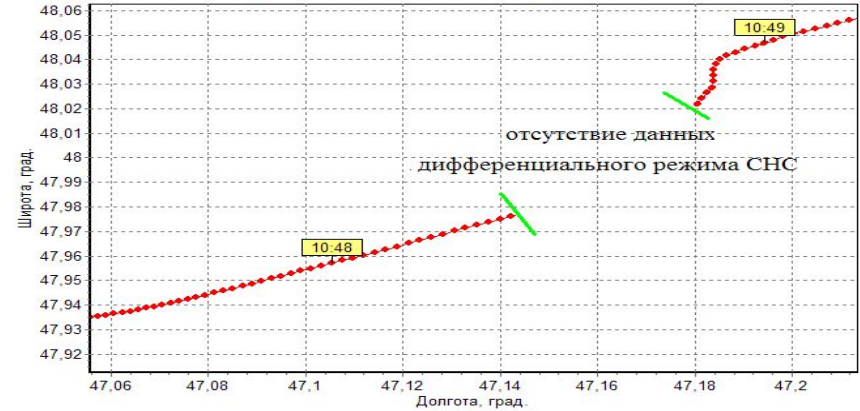
Сравнение КОИ и данных дифференциального режима СНС

Эффективность КОИНС

Поведение углов крена и тангажа на участке полета

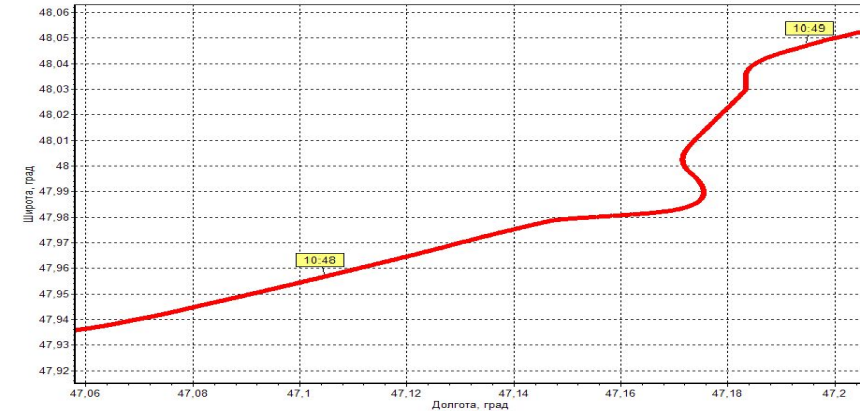


Траектория по данным дифф. режима СНС



Преимущества КОИ

- Повышение достоверности данных
- Получение траекторных параметров для всего полета, включая динамические участки с большими углами крена и тангажа
- Формирование данных с требуемой частотой.



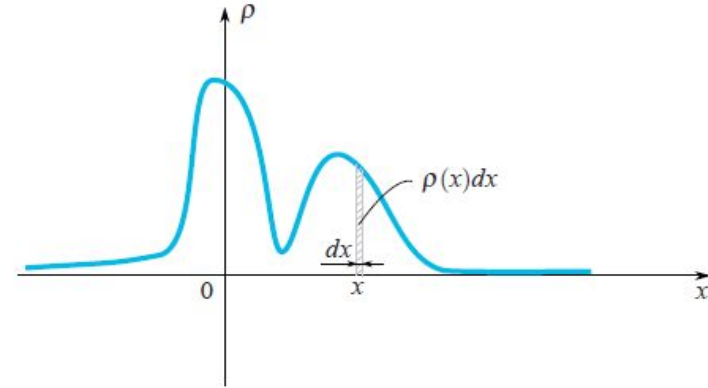
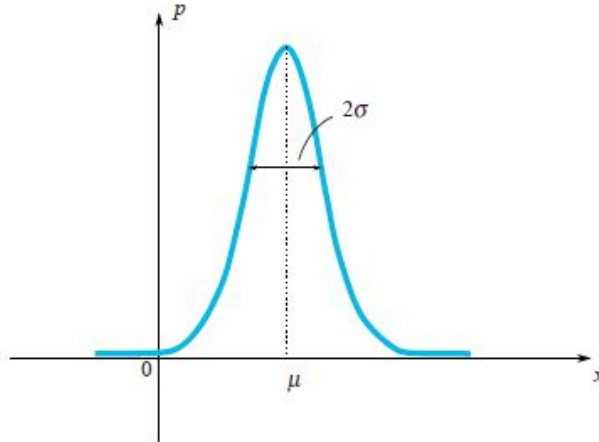
Фильтр Калмана

1 Случайные величины. Множество значений случайной величины.

2 Плотность вероятности $\rho(x)$ случайной величины X .

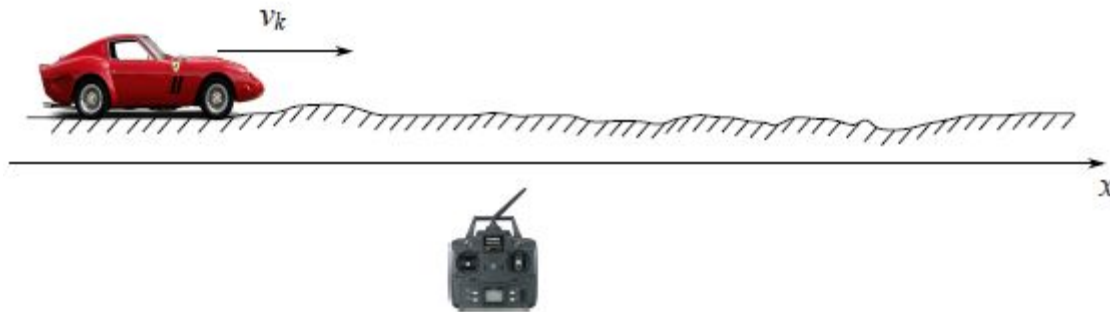
3 Нормальный закон распределения.

$$\rho(x) \sim e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



4 Независимые случайные величины.

$$E(\xi_1 \cdot \xi_2) = E\xi_1 \cdot E\xi_2$$



Задача Для каждого момента времени t_k определить координату x .
Закон изменения координаты выглядит так:

$$x_{k+1} = x_k + v_k dt + \xi_k$$

где ξ_k – шум. Величину $v_k dt$ обозначим через u_k .

Уравнение наблюдения за объектом:

$$z_k = x_k + \eta_k$$

где η_k – ошибка наблюдения.

Уравнение для координаты и уравнение наблюдения выглядят так:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + u_k + \xi_k \\ z_k &= x_k + \eta_k \end{aligned}$$

Предположения

- 1 u_k – известная величина, которая контролирует эволюцию системы.
- 2 Ошибка модели ξ_k и ошибка наблюдения η_k – случайные величины, их законы распределения не зависят от времени t_k .

- 3 Средние значения ошибок равны нулю.

$$E\xi_k = E\eta_k = 0$$

- 4 Законы распределения случайных величин ξ_k и η_k могут быть нам и не известны, но известны их дисперсии σ_{ξ}^2 и σ_{η}^2

- 5 Предполагается, что все случайные ошибки независимы между собой.

Алгоритм Калмана

Рассуждаем по индукции. Пусть на k -ом уже найдены отфильтрованное значение x_k^{opt} , которое хорошо приближает действительную координату x_k объекта.

Из уравнения движения $x_{k+1} = x_k + u_k + \xi_k$ можно предположить, что на $(k+1)$ -ом шаге действительную координату x_{k+1} близка к $x_k^{opt} + u_k$. С другой стороны, на $(k+1)$ -ом шаге имеется неточное наблюдение z_{k+1} .

Идея Калмана – получить наилучшее приближение к действительной координате x_{k+1} .

$$x_{k+1}^{opt} = K \cdot z_{k+1} + (1 - K) \cdot (x_k^{opt} + u_k)$$

Коэффициент K называют коэффициентом Калмана, он зависит от шага итерации $k+1$.

Для нахождения коэффициента Калмана K следует минимизировать ошибку

$$e_{k+1} = x_{k+1} - x_{k+1}^{opt}$$

Ошибку можно представить в виде $e_{k+1} = (1 - K)(e_k + \xi_k) - K\eta_{k+1}$

Доказательство

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= x_{k+1} - x_{k+1}^{opt} = x_{k+1} - Kz_{k+1} - (1 - K)(x_k^{opt} + u_k) = \\ &= x_k + u_k + \xi_k - K(x_k + u_k + \xi_k + \eta_{k+1}) - (1 - K)(x_k^{opt} + u_k) = \\ &= (1 - K)(x_k - x_k^{opt} + \xi_k) - K\eta_{k+1} = (1 - K)(e_k + \xi_k) - K\eta_{k+1} \end{aligned}$$

Выбираем критерий оптимальности $E(e_{k+1}^2) \rightarrow \min$

Отсюда $E(e_{k+1}^2) = (1 - K)^2(Ee_k^2 + \sigma_\xi^2) + K^2\sigma_\eta^2$

Приравниваем к нулю производную по K .

$$K_{k+1} = \frac{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2}{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2}$$

Подставив значение K в формулу для среднего квадрата ошибки, получим

$$E(e_{k+1}^2) = \frac{\sigma_\eta^2(Ee_k^2 + \sigma_\xi^2)}{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2}$$

Соберем все формулы
вместе.

u_k - известная управляющая функция

ξ_k - ошибка модели, а σ_ξ^2 ее дисперсия

η_k - ошибка наблюдения, а σ_η^2 ее дисперсия

$x_{k+1} = x_k + u_k + \xi_k$ - уравнение изменения координаты

$z_k = x_k + \eta_k$ - полученное значение от наблюдения

$E(e_{k+1}^2) = \frac{\sigma_\eta^2(Ee_k^2 + \sigma_\xi^2)}{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2}$ - среднее значение квадрата ошибки

$E(e_0^2) = E(\eta_0^2) = \sigma_\eta^2$ - база итерации

$K_{k+1} = \frac{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2}{Ee_k^2 + \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2} = \frac{E(e_{k+1}^2)}{\sigma_\eta^2}$ - усиление Калмана

$x_{k+1}^{opt} = K_{k+1} \cdot z_{k+1} + (1 - K_{k+1}) \cdot (x_k^{opt} + u_k)$ - оптимальное отфильтрованное значение

$x_0^{opt} = z_0$ - база итерации

Программный комплекс оптимальной обработки «Эталон»

Направления применения алгоритмов КОИ

**Обеспечение эталонных траекторных измерений при летных испытаниях ЛА и БО.
Использование ПК «Эталон» и «Коинс».**

2. Анализ характеристик инерциальных и радионавигационных систем по материалам летных испытаний:

- в темпе полета;
- в послеполетной обработке.

Использование ПК «Эталон»

3. Реализация в вычислителях пилотажно – навигационных комплексов ЛА:

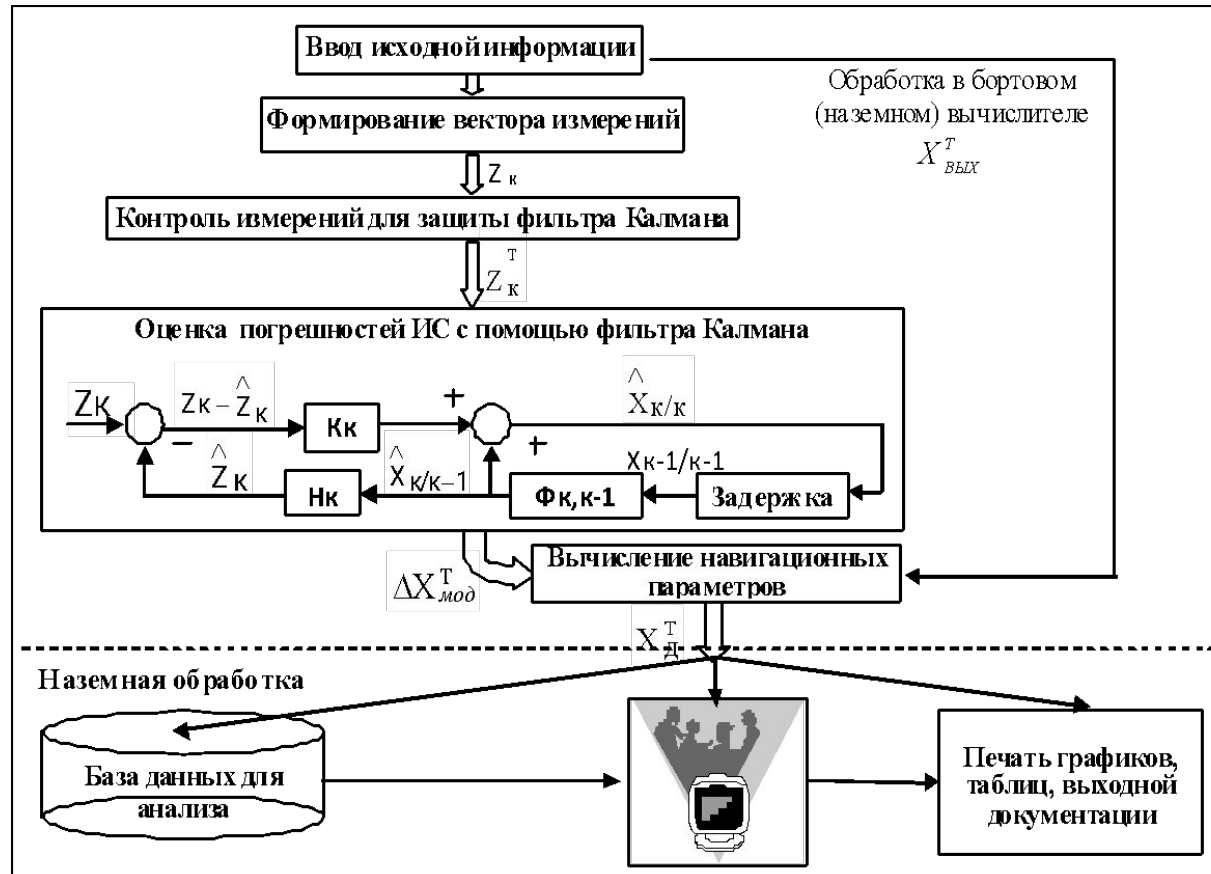
- на основе алгоритма КОИ с использованием фильтра Калмана;
- на основе алгоритма КОИ с использованием метода наименьших квадратов.

На основе ПК «Эталон» и «Коинс».

Семейство программных комплексов «Эталон»
ПК разработки АО «ЛИИ им. М.М. Громова»
ПМО обработки и анализа материалов испытаний БИНС

- **Программный комплекс «Пересчет»** – пересчет параметров бортового оборудования (БИНС, СНС и др.) в различные системы координат ЛА.
- **Программный комплекс «Анализ»** – экспресс–оценка функционирования, оценка точностных и статистических характеристик погрешностей БИНС.
- **Программные комплексы «Эталон», «Эталон-XXI» и «Эталон-МК»** – оптимальная обработка информации с разделением суммарных ошибок ИНС/БИНС на составляющие и оценкой инструментальных погрешностей базовых элементов, вычисление эталонных значений параметров:
 - ПК «Эталон» - исходный вариант (1987г.);
 - ПК «Эталон-XXI» - разработан автором (2008г.), модернизация ПК «Эталон», предназначен для обеспечения испытаний навигационных систем современных и перспективных ЛА;
 - ПК «Эталон-МК» - (2014г.) модернизация ПК «Эталон» с применением алгоритмов, учитывающих неортогональности осей приборного трехгранника БИНС, предназначен для обеспечения испытаний маневренных ЛА.

Схема организации КОИ ИНС и РНС в бортовом и наземном вычислителях



Оценка вектора состояния ИНС и БИНС в ПК «Эталон»

Вектор состояния модели погрешностей БИНС $\Delta X_{\text{Тмод}}$ (17×1)

$$\Delta X_{\text{мод}}^T = [\Delta S_X, \Delta S_Y, \Delta V_X, \Delta V_Y, \alpha_X, \alpha_Y, \beta_Z, \gamma_{1S}, \gamma_{2S}, \gamma_{3S}, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3]$$

Вектор измерений

$$Zk^T = [\Delta S_X^{из}, \Delta S_Y^{из}, \Delta V_X^{из}, \Delta V_Y^{из}]$$

Вектор выходных параметров

$$X_{\text{БЫХ}}^T = [\varphi^\circ, \lambda^\circ, V^\circ, V^\circ, \psi^\circ, \text{УС}^\circ]$$

Уравнения фильтра Калмана:

$$X_{k/k} = X_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k X_{k/k-1})$$

$$X_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} X_{k-1/k-1}$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1/k-1} \Phi_{k,k-1}^T + B_k Q_k B_k^T$$

$$P_{k/k} = [E - K_k H_k] P_{k/k-1}$$

Модель погрешностей БИНС

Система дифференциальных уравнений, описывающая модель погрешностей БИНС, может быть записана в следующем виде:

$$\Delta \dot{r}_1 = \delta V_1 + \beta_3 V_2'$$

$$\Delta \dot{r}_2 = \delta V_2 - \beta_3 V_1'$$

$$\delta \dot{V}_1 = 2U_3 \delta V_2 - a_{x3} \alpha_2 + \Delta f_1 d_{11} + \Delta f_2 d_{12} + \Delta f_3 d_{13}$$

$$\delta \dot{V}_2 = -2U_3 \delta V_1 + a_{x3} \alpha_1 + \Delta f_1 d_{21} + \Delta f_2 d_{22} + \Delta f_3 d_{23}$$

$$\dot{\alpha}_1 = -U_3 \frac{\Delta r_1}{R_1} - \frac{\delta V_2}{R_2} + U_3 \alpha_2 - v_1 d_{11} - v_2 d_{12} - v_3 d_{13} - \theta_{12} \omega'_{z2} d_{11} - \theta_{13} \omega'_{z3} d_{11} -$$

$$\theta_{21} \omega'_{z1} d_{12} - \theta_{23} \omega'_{z3} d_{12} - \theta_{31} \omega'_{z1} d_{13} - \theta_{32} \omega'_{z2} d_{13}$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\frac{U_3 \Delta r_2}{R_2} + \frac{\delta V_1}{R_1} - U_3 \alpha_1 - v_1 d_{21} - v_2 d_{22} - v_3 d_{23} - \theta_{12} \omega'_{z2} d_{21} - \theta_{13} \omega'_{z3} d_{21} -$$

$$\theta_{21} \omega'_{z1} d_{22} - \theta_{23} \omega'_{z3} d_{22} - \theta_{31} \omega'_{z1} d_{23} - \theta_{32} \omega'_{z2} d_{23}$$

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\omega'_{x1} \Delta r_1}{R_1} + \frac{\omega'_{x2} \Delta r_2}{R_2} + \omega'_{x2} \alpha_1 - \omega'_{x1} \alpha_2 - v_1 d_{31} - v_2 d_{32} - v_3 d_{33} - \theta_{12} \omega'_{z2} d_{31} - \theta_{13} \omega'_{z3} d_{31} -$$

$$\theta_{21} \omega'_{z1} d_{32} - \theta_{23} \omega'_{z3} d_{32} - \theta_{31} \omega'_{z1} d_{33} - \theta_{32} \omega'_{z2} d_{33}$$

$$\dot{v}_1 = \dot{v}_2 = \dot{v}_3 = 0 \quad \Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f_3 = 0, \quad \theta_{ij} = 0.$$

Здесь: R_1, R_2 – радиусы кривизны сечений земного эллипсоида по осям расчетной

гироплатформы: $R_1 = a / (1 - 0,5e^2 \sin^2 \varphi + e^2 \cos^2 \varphi \cos^2 2\varepsilon - H/a)$

$$R_2 = a / (1 - 0,5e^2 \sin^2 \varphi + e^2 \cos^2 \varphi \sin^2 2\varepsilon - H/a)$$

d_{ij} – элементы матрицы направляющих косинусов координатного преобразования систем

координат, связанных с осями приборного трехгранника БИНС и моделируемой

гироплатформы, взаимное положение которых определяется углами крена γ , тангажа самолета ν

и гироскопического курса ψ_Γ . Гироскопический курс отсчитывается от первой оси расчетной

Эффективность ПК «Эталон»

