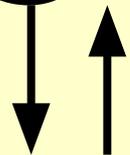


Логарифм и ОДЗ

$$\text{Log}_a b = X$$



$$a^x = b$$

b?

a?



Логарифм и ОДЗ
ВМЕСТЕ
трудятся
везде!

Тест №1

$$\log_{1/2} 4 = -2$$

$$\log_3 27 = 3$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = -2$$

$$\log_5 \sqrt{5} = 1/2$$

$$5^{2\log_5 3} = 9$$

$$8^{\log_2 3} = 27$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$\log_2(-8)$ не существует

$$4^{2+\log_4 5} = 80$$



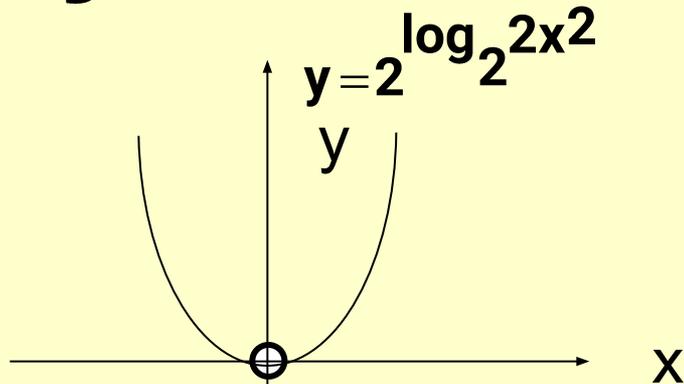
Продолжение теста №1

1) Сравните с 1: $\log_{2010} 2009$ **меньше 1**

2) Сравните с 1: $\log_{2010} 2011$ **больше 1**

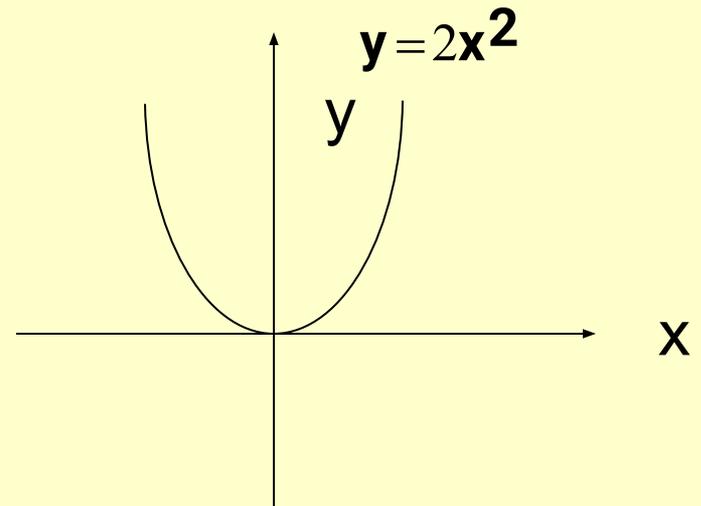
3) Графики функций отличаются или совпадают?

$$y = 2^{\log_2 2x^2}$$



В область определения первой функции не входит точка $x=0$, (точка «выколота»)

$$y = 2x^2$$



Ответ: отличаются

Методы решения

- 1) по определению логарифма;**
- 2) функционально-графический метод;**
- 3) метод потенцирования;**
- 4) метод введения новой переменной;**

Пути решения уравнений

1

- Решить уравнение, выбрав метод решения
- Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение

2

- Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной
- Решить уравнение, выбрав метод решения
- Выяснить, удовлетворяют ли корни решённого уравнения ОДЗ

3

- Заменить уравнение равносильным уравнением или равносильной системой

Метод решения с помощью определения ЛОГАРИФМА

Если a — число ($a > 0$ и $a \neq 1$), то

$$\log_a f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = a^c$$

(используем определение логарифма)

$$\blacktriangleright \log_3(x - 1) = 2.$$

$$x - 1 = 3^2,$$

$$x = 10.$$

Ответ: 10. \triangleleft

Метод решения с помощью определения ЛОГАРИФМА

$$\log_4 x = 2$$

$$\log_x 4 = 2$$

$$\log_{0,5} x = 2$$

$$\log_5 x = -2$$

$$\log_x 5 = 1$$

$$\log_x(-4) = (-4)$$



Метод потенцирования:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ ОДЗ}$$

(учитываем ОДЗ и приравниваем выражения, стоящие под знаками логарифмов)

$$\log_3(x^2 - 2) = \log_3(4x - 5).$$

▶ ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 2 > 0, \\ 4x - 5 > 0. \end{cases}$

На этой ОДЗ данное уравнение равносильно уравнениям:

$$x^2 - 2 = 4x - 5, \quad x^2 - 4x + 3 = 0, \\ x_1 = 1, \quad x_2 = 3,$$

$x = 1$ — посторонний корень (не удовлетворяет условиям ОДЗ);

$x = 3$ — корень (удовлетворяет условиям ОДЗ).

Ответ: 3. ◁

2. Решите уравнения методом потенцирования:



- а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3)$;
- б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2)$;
- в) $\log_{0,5} (7x - 9) = \log_{0,5} (x - 3)$;
- г) $\log_{0,2} (12x + 8) = \log_{0,2} (11x + 7)$.

Метод введения вспомогательной переменной:

Если в уравнение (неравенство или тождество) переменная входит в одном и том же виде, то удобно соответствующее выражение с переменной обозначить одной буквой (новой переменной).

$$\lg^2 x - 2 \lg x - 3 = 0.$$

▶ Замена: $\lg x = t$,

$$t^2 - 2t - 3 = 0,$$
$$t_1 = -1, t_2 = 3.$$

Следовательно, $\lg x = -1$ или $\lg x = 3$.
Тогда $x = 10^{-1} = 0,1$ или $x = 10^3 = 1000$.
Ответ: 0,1; 1000. ◀

$$\lg^2 x^3 - 10 \lg x + 1 = 0$$

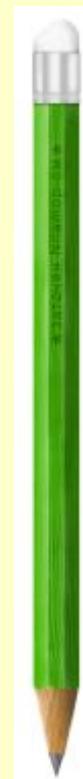
3. Решите уравнения методом введения вспомогательной переменной:

$$\lg^2 x^3 - 10 \lg x + 1 = 0$$

$$\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0;$$

$$3 \log_{0,5}^2 x + 5 \log_{0,5} x - 2 = 0;$$

$$2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0.$$



Рецензирование.

$$\lg 2x = \frac{1}{4} \lg(x - 15)^4$$

$$\lg 2x = \frac{1}{4} \cdot 4 \lg(x - 15)$$

$$\lg 2x = \lg(x - 15)$$

$$2x = x - 15$$

$$x = -15$$

Ответ: корней нет

Работа в группах. Решите уравнения.

$$\log_2(x - 8) = 4 \quad \mathbf{x=24}$$

$$\lg x^2 = 2 \quad \mathbf{x=-10 \text{ и } x=10}$$

$$\log_2 x + 4\log_4 x = 12 \quad \mathbf{x=16}$$

$$\log_2 \log_3 \log_4 x = 0 \quad \mathbf{x=64}$$

$$\mathbf{x^{\lg x} = 100x;}$$

Тест №3. Укажите метод решения

$$\log_7(4 - 3x) = \log_7(6 + 5x)$$

$$\log_3^2(x + 1) - \log_3(x + 1)^4 = 2$$

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 5,5$$

$$\log_9 x + \log_x 9 = 0,5$$

$$x^{1 + \lg x} = 100$$

**Продолжение теста №3.
Найдите лишнее уравнение и
назовите метод решения**

1) $x^{\log_3 x - 4} = \frac{1}{27}$ **Логарифмирование**

2) $5^{1-3x} = 7$ **Логарифмирование**

3) $\log_2 x = 1 + \log_2 5$ **Лишнее**

1) $\log_2^2 x + \log_2 x = 2$ **Квадратное относительно логарифма. Замена**

2) $\log_{x-3}(x^2 - 4x) = 4$ **Лишнее**

3) $\lg^2 x - \lg x + 1 = 0$ **Квадратное относительно логарифма. Замена**

Логарифмы в ЕГЭ (часть 2)

$$\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \dots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5,5$$

$$\log_{10} x + 2\log_{10} x + 3\log_{10} x + \dots + 10\log_{10} x = 5,5$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \log_{10} x = 5,5$$

$$\sum = 55$$

$$55 \lg x = 5,5$$

$$\lg x = 0,1$$

$$x = 10^{0,1}$$

Ответ: $10^{0,1}$

Логарифмическая спираль

Подготовила Крутякова Кристина

Уравнение логарифмической спирали

$$\rho = a^\varphi, \text{ где } a > 0$$

ρ - расстояние от полюса до произвольной точки на спирали

φ - угол поворота относительно полюса

a - постоянная

или

$$\varphi = \log_a \rho$$

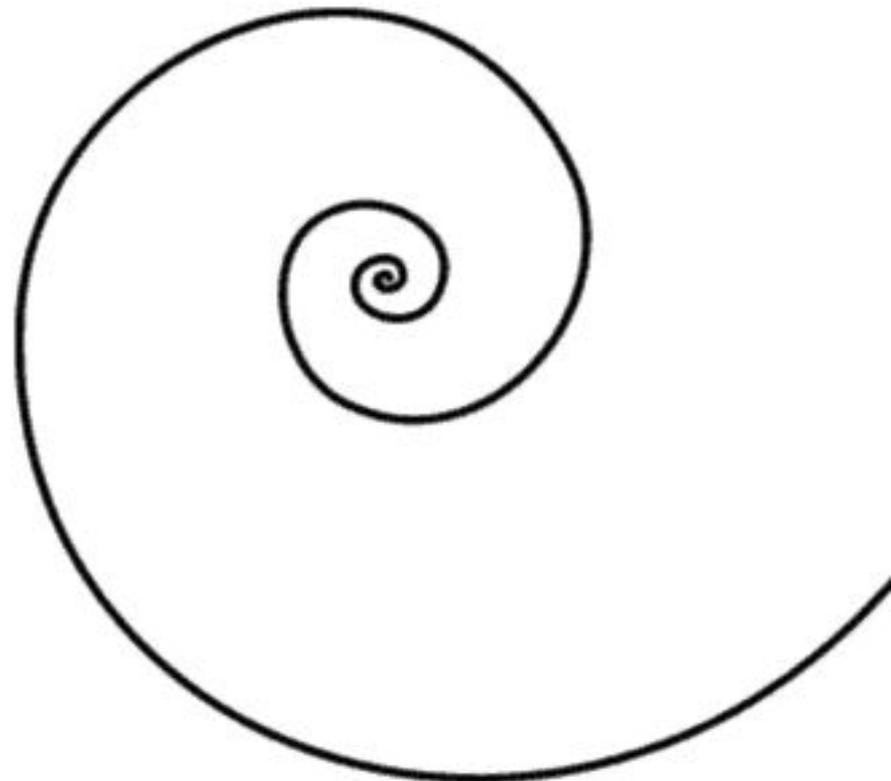


Спираль называется логарифмической, т.к. логарифм расстояния () возрастает пропорционально углу поворота

φ

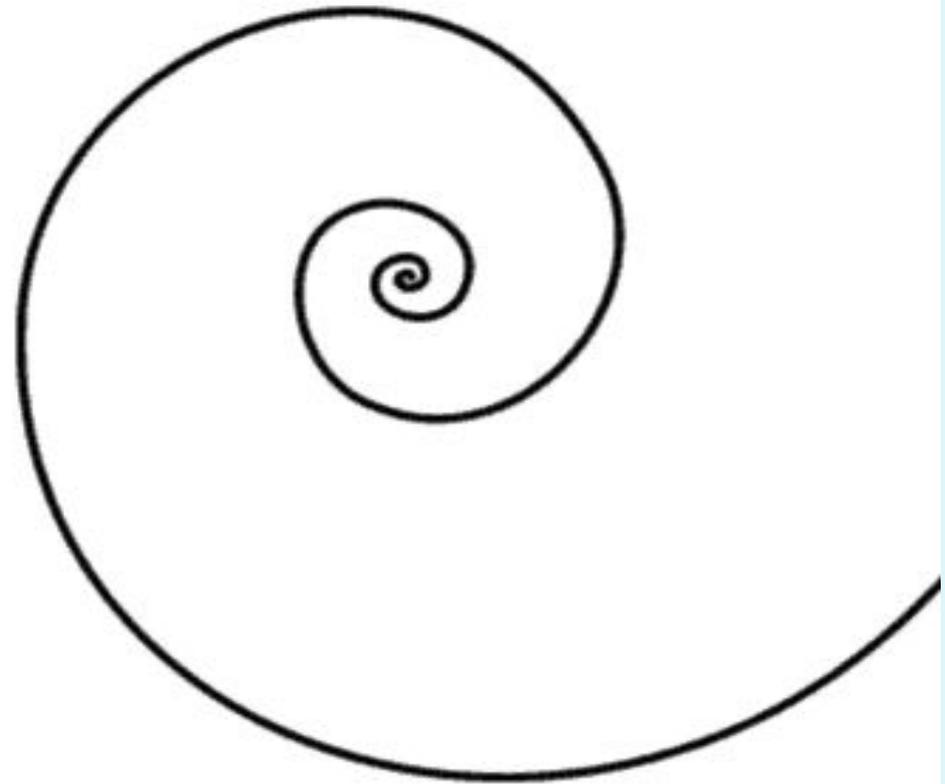
СВОЙСТВО:

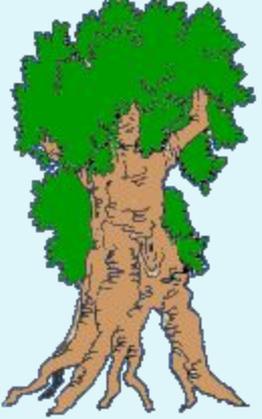
Если вращать спираль вокруг полюса по часовой стрелке, то можно наблюдать кажущееся *растяжение* спирали.



СВОЙСТВО:

Если вращать спираль вокруг полюса против часовой стрелки, то можно наблюдать кажущееся *сжатие* спирали.





Логарифмы в природе

Спирали широко проявляют себя в живой природе. **Спирально** закручиваются усики растений, по **спирали** происходит рост тканей в стволах деревьев.



В подсолнухе
семечки
расположены по
дугам, близким к
логарифмической
спирали



Рога животных растут лишь с одного конца. Этот рост осуществляется по **логарифмической спирали**. Например, рога баранов, коз, антилоп и других рогатых животных.



Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, закручены **по логарифмической спирали**.





**По логарифмической спирали
формируется тело циклона**



Черный ящик №1

- Потребность в сложных расчетах XVI века быстро росла. В конце века несколькими математиками, почти одновременно, пришла в голову идея: заменить трудоемкое умножение на простое сложение, а деление автоматически заменяется на более простое и надежное вычитание.

Л. Ф. Магницкий

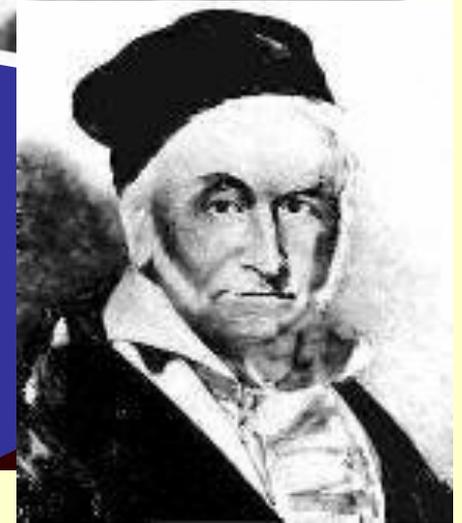
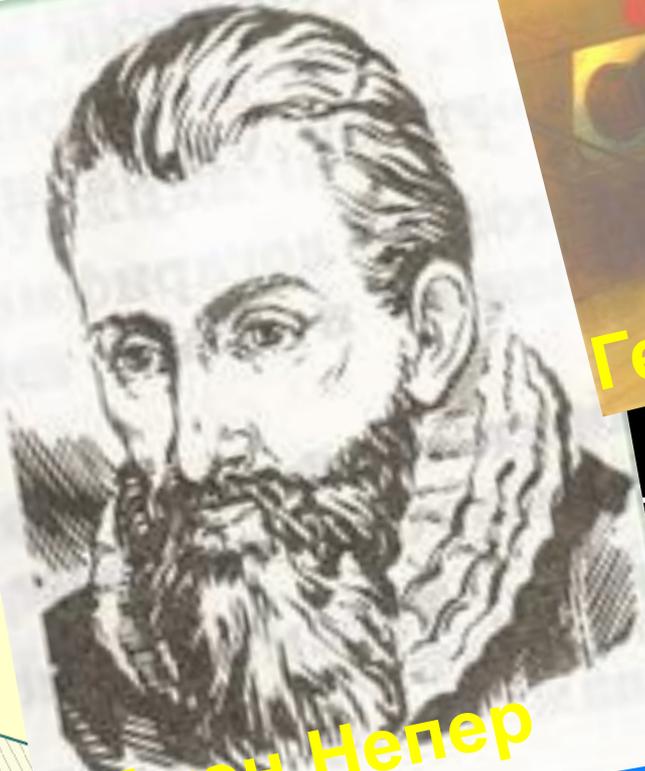


Генри Бригс



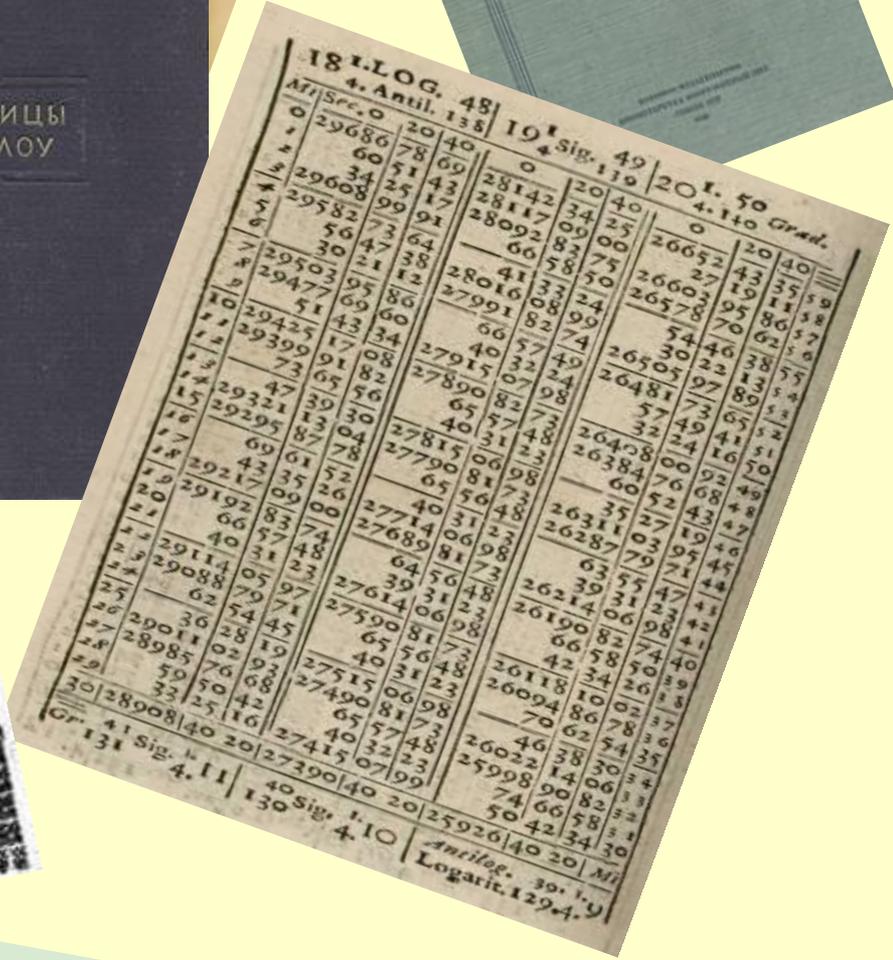
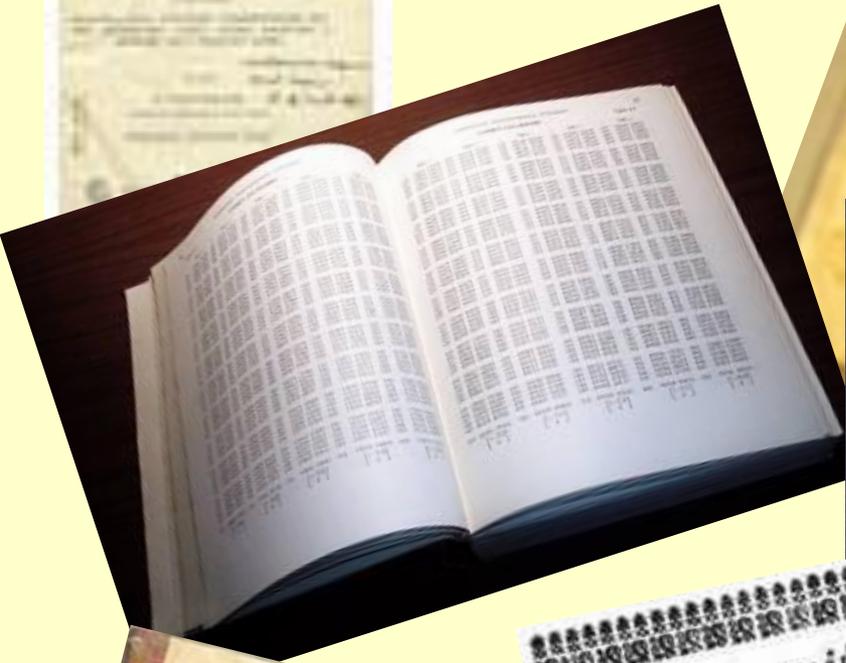
заведениях и
ых расчетах до
ошлого века.

Джон Непер



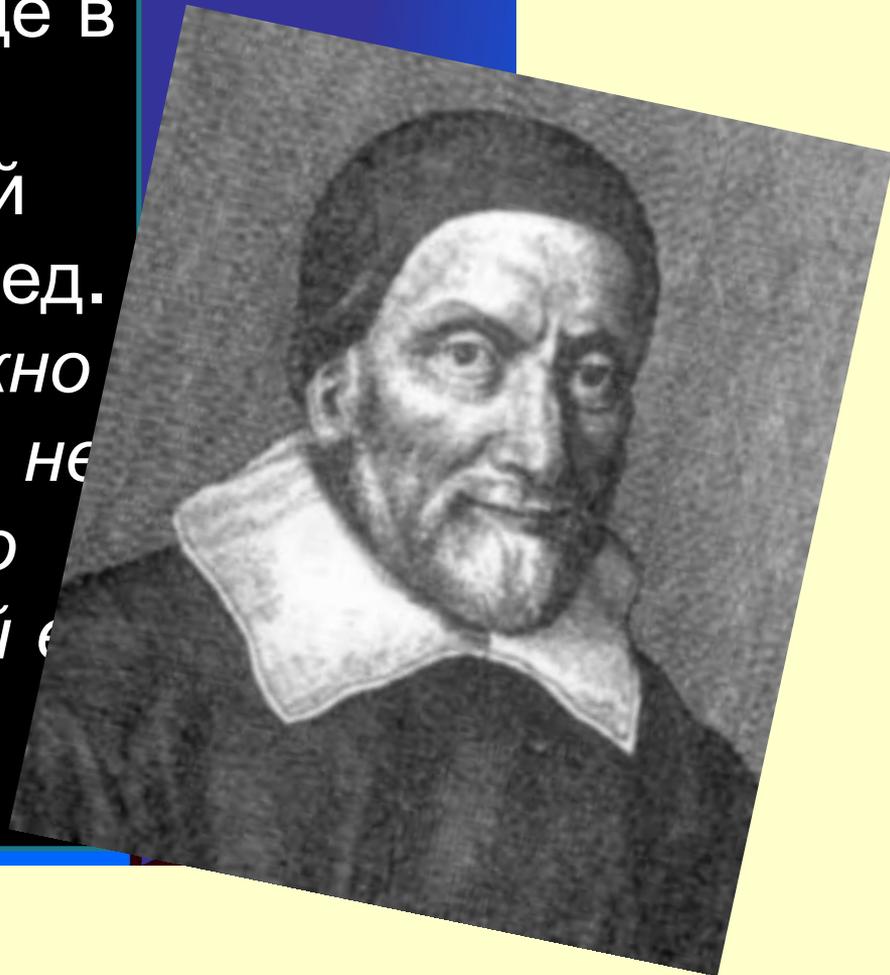
В. Брадис

Музей таблиц логарифмов

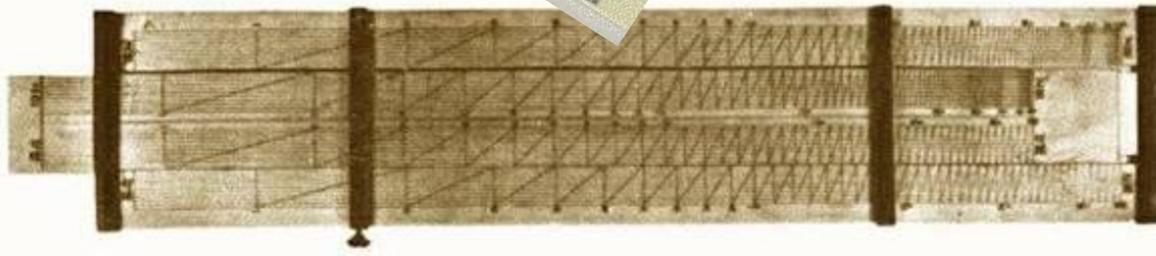
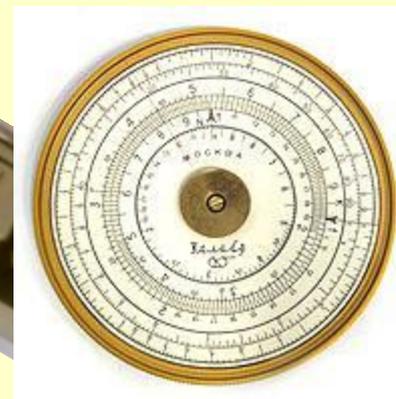
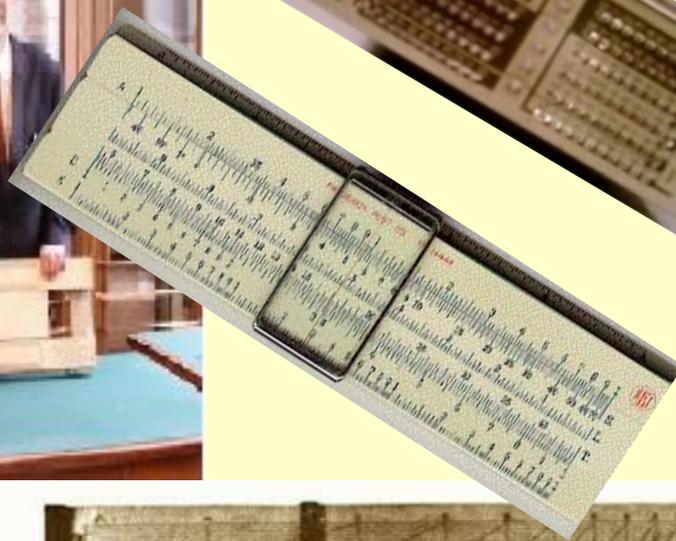


Черный ящик № 2

Здесь лежит, то что еще в 20 годах 17 века придумал английский математик Уильям Отред.
«Считать на ней можно быстро, места почти не занимает, её можно всюду носить с собой в кармане.»



Музей логарифмических линеек



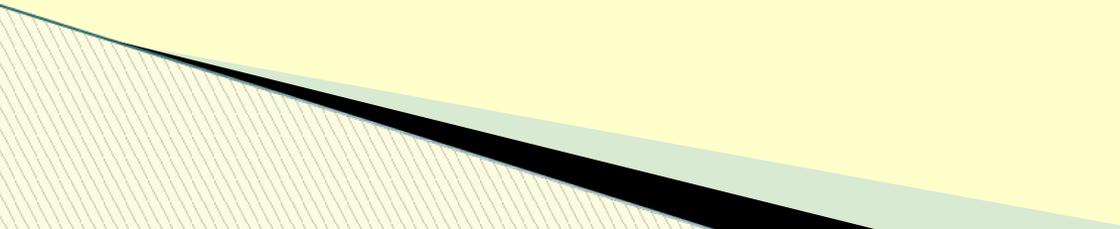
Домашнее задание

**Выполнить
индивидуальный мини-проект
«Уравнение с изнанки»**

Рефлексия (итог урока)

- ▣ **Какую цель ставили перед собой на уроке?**
- ▣ **Смогли ли её достичь?**
- ▣ **Оцените свою деятельность на уроке.**
- ▣ **Какой вид деятельности вам больше понравился?**

**Спасибо за работу на
уроке!**



Использованная литература

- Виленкин Н. Я. Функции в природе и технике – М.: Просвещение, 1978.
- Кочагин В. В., Кочагина М. Н. ЕГЭ Математика, 2007 – М.: «Эксмо», 2007.
- Лиман М. М. Школьникам о математике и математиках. 4 - 8 кл. – М.: Просвещение, 1981.
- Мерзляк А. Г. и др. Алгебраический тренажер – М.: «Илекса», 2005.
- Перельман Я. И. Занимательная алгебра – М.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1955.
- Рурукин А. Н. Интенсив. Математика – М.: «ВАКО», 2006.