

Решение заданий В10 ЕГЭ (теория вероятностей)

Часть II по материалам ЕГЭ 2012. Учитель математики 2. Новочеркасск Чернышев Леонид Иванович



- Справочный материал

- Решение задач с игровой костью

Однотипные задачи под номерами одного цвета.

Чтобы увидеть решение задачи, кликните по тексту.

Чтобы увидеть ответ к задаче, кликните по кнопке:



• Справочный материал



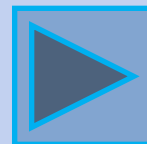
Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где **m** - число исходов, благоприятствующих осуществлению события,

а **n** - число всех возможных исходов.



Некоторые свойства и формулы

- 1. Вероятность достоверного события равна единице.*
- 2. Вероятность невозможного события равна нулю.*
- 3. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1.*
- 4. Формула сложения вероятностей совместных событий:*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- 5. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- 6. Вероятность произведения независимых событий A и B (наступают одновременно) вычисляется по формуле:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

- 7. Формула умножения вероятностей:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A),$$

*где $P(B/A)$ – условная вероятность события B ,
при условии, что событие A наступило.*



8. Формула Бернулли – формула вероятности k успехов в серии из n испытаний

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где C_n^k – число сочетаний,

p – вероятность успеха,

$q = 1 - p$ – вероятность неудачи.

При подбрасывании симметричной монеты, когда $p = q = \frac{1}{2}$, формула Бернулли принимает вид:

$$P(A) = \frac{C_n^k}{2^n}.$$

Например, вероятность выпадения орла дважды в трех испытаниях:

$$P(A) = \frac{C_3^2}{2^3} = \frac{3}{8}.$$



Некоторые методы решения задач

1. Большинство задач можно решить с помощью классической формулы вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2. Задачи с монетами (и игральной костью) при небольшом количестве подбрасываний удобно решать методом перебора комбинаций.

Метод перебора комбинаций:

- выписываем все возможные комбинации орлов и решек. Например, ОО, ОР, РО, РР. Число таких комбинаций – n ;
- среди полученных комбинаций выделяем те, которые требуются по условию задачи (благоприятные исходы), – m ;
- вероятность находим по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$



3. При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n = 2^N$,

где N – количество бросков, 2 – число исходов в одном испытании (орел или решка). Например, монету подбросили 3 раза, тогда число всех исходов $2^3 = 8$; четыре раза - $2^4 = 16$.

Аналогично при бросании кубика $n = 6^N$,
где N – количество бросков, 6 – число исходов в одном испытании (1, 2, 3, 4, 5 или 6). Например, кубик подбросили 3 раза, тогда число всех исходов - $6^3 = 216$.

4. Комбинаторный метод решения можно применять при подсчете количества исходов с помощью формул комбинаторики.



•Решение задач с игральной костью

13. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.

Ответ:



Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6);

$m = 3$ – число благоприятных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



14. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало нечетное число очков?

Ответ:



Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6),

$m = 3$ – число благоприятных исходов
(выпадение чисел 1, 3, 5)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



15. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение I способ

Ответ:



$n = 6 \cdot 6 = 36$ – число всех возможных исходов

(выпадение чисел на двух кубиках:

$\{1,1\} \{1,2\} \{1,3\} \{1,4\} \{1,5\} \{1,6\}$

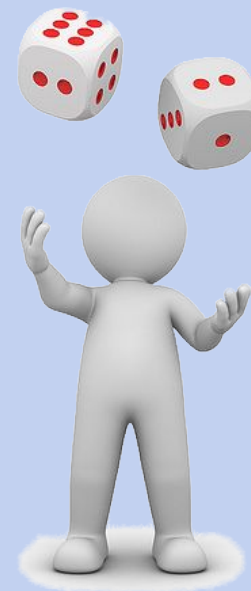
$\{2,1\} \{2,2\} \{2,3\} \{2,4\} \{2,5\} \{2,6\}$

...

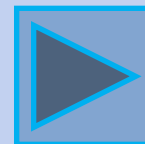
$\{6,1\} \{6,2\} \{6,3\} \{6,4\} \{6,5\} \{6,6\}$);

$m = 5$ – число благоприятных исходов

(выпадение чисел $\{2,6\} \{3,5\} \{4,4\} \{5,3\} \{6,2\}$).



$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36} \approx 0,14$$



II способ (табличный)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						2+6
3					3+5	
4				4+4		
5			5+3			
6		6+2				

$n = 6 \cdot 6 = 36$ – число всех
возможных исходов

(можно найти так: $n = 6^2 = 36$)

$m = 5$ – число благоприятных
исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36} \approx 0,14$$

Ответ: 0,14



16. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.

Решение

Ответ:



$n = 6^3 = 216$ – число всех возможных исходов

Выпадение чисел на трех кубиках:



$m = 6$ – число

благоприятных исходов

(в порядке убывания для удобства):

1 {1,1} {1,2} {1,3} {1,4} {1,5} {1,6}
 {2,1} {2,2} {2,3} {2,4} {2,5} {2,6}
 ...
 {6,1} {6,2} {6,3} {6,4} {6,5} {6,6}

{6,6,4}

{6,5,5}

{6,4,6}

2 {1,1} {1,2} {1,3} {1,4} {1,5} {1,6}
 {2,1} {2,2} {2,3} {2,4} {2,5} {2,6}
 ...
 {6,1} {6,2} {6,3} {6,4} {6,5} {6,6}

{5,6,5}

{5,5,6}

{4,6,6}

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{216} \approx 0,03$$

Ответ: 0,03



17. Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Ответ:



Решение

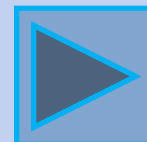
При бросании кубика 11 очков можно получить двумя способами 5+6 или 6+5.

$n = 2$ – число всех возможных исходов, {5,6} {6,5};

$m = 1$ – число благоприятных исходов, {5,6}.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5



18. Женя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 2 очка.

Ответ:



Решение

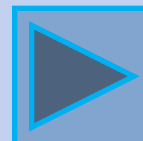
При бросании кубика 5 очков можно получить четырьмя способами.

$n = 4$ — число всех возможных исходов $\{1,4\} \{2,3\} \{3,2\} \{4,1\}$;

$m = 1$ — число благоприятных исходов, $\{3,2\}$.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25



19. Наташа и Вика играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что Наташа проиграла.

Ответ: 

Решение

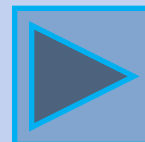
При бросании кубика 9 очков можно получить четырьмя способами: $3+6$, $4+5$, $5+4$, $6+3$;

$n = 4$ – число всех возможных исходов, $\{3,6\}$ $\{4,5\}$ $\{5,4\}$ $\{6,3\}$;

$m = 2$ – число исходов, при которых у Наташи (на первом кубике) выпало меньше очков, чем у Вики.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ: 0,5



20. Тоша и Гоша играют в кости. Они бросают кубик по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Первым бросил Тоша, у него выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Гоша не выиграет.

Ответ:



Решение

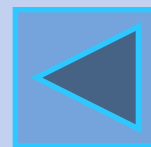
При условии, что у Тоши выпало 3 очка, возможны исходы: $\{3,1\} \{3,2\} \{3,3\} \{3,4\} \{3,5\} \{3,6\}$;

$n = 6$ – число всех возможных исходов;

$m = 3$ – число исходов, при которых Гоша не выиграет, т.е. наберет 1, 2 или 3 очка.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



Задачи с игровой костью

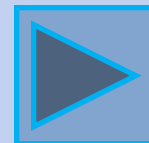


13. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.

14. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало нечетное число очков?

15. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите

до сотых.
16. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.



17. Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков.

Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Результат округлите до сотых.

18. Женя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 5 очков.

Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 2 очка.

19. Наташа и Вика играют в кости. Они бросают кость по одному разу.

Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну,

то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того,

20. Тоша и Гоша играют в кости. Они бросают кубик по одному разу.

Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало

поровну, то наступает ничья. Первым бросил Тоша, у него выпало 3

очка. Найдите вероятность того, что Гоша не выиграет.





Источники:

1. *И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Рабочая тетрадь
ЕГЭ 2012 Математика .Задача В10*
2. *Первое сентября. Математика, январь, март 2012*
3. *ЕГЭ 3000 задач с ответами. Математика.
Все задания группы В. Закрытый сегмент / А.Л. Семенов,
И.В. Яценко, и др. /– Издательство «Экзамен», 2012.*
4. *<http://mathege.ru> Открытый банк заданий по
математике*
5. *<http://www.postupivuz.ru>*
6. *<http://alexlarin.com>*
7. *<http://www.berdov.com>*
8. *<http://www.youtube.com>*

