

## ЛЕКЦИИ 3.1-4.1

# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



Закон инерции Галилея – Ньютона.

Принцип относительности Галилея.

Преобразования Галилея

# Различие между системами отсчета в динамике

---

- В динамике, в отличие от кинематики, между различными системами отсчета обнаруживается существенное различие: законы механики в разных системах отсчета имеют разный вид и может оказаться, что в произвольной системе отсчета законы будут иметь весьма сложный вид.
- **Задача:** необходимо отыскать такую систему отсчета, относительно которой законы механики будут иметь наиболее простой вид.

# Причины возникновения ускорения

---

- Опыт показывает, что причинами возникновения ускорения у частицы являются:
  - действие на данную частицу каких-то определенных тел;
  - свойства самой системы отсчета.

**Предположение:** Возможно, существует такая система отсчета, в которой ускорение частицы обусловлено только взаимодействием ее с другими телами

# Инерциальные системы отсчета.

## Закон инерции Галилея - Ньютона

---

- **Закон инерции Галилея – Ньютона.** *Существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, в которых частица, не подверженная действию никаких других тел, движется относительно этой системы отсчета прямолинейно и равномерно, т.е. по инерции (или покоится).*
- Причиной ускорения частицы в таких системах отсчета является только ее взаимодействие с другими телами.

# Инерциальные системы отсчета

---

- Пример инерциальной системы отсчета – **гелиоцентрическая система отсчета**, связанная с центром Солнца и «неподвижными звездами».
- Любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно гелиоцентрической системы, является также инерциальной.
- Т.о., существует бесчисленное множество инерциальных систем отсчета.
- Система отсчета, движущаяся ускоренно относительно инерциальной системы отсчета, называется **неинерциальной**.

# О свойствах пространства и времени

---

- Важной особенностью ИСО является то, что по отношению к ним пространство и время обладают определенными *свойствами симметрии*.
- А именно: опыт утверждает, что *в инерциальных системах отсчета пространство однородно и изотропно, а время однородно*.

# Однородность и изотропность пространства

---

- *Однородность пространства* заключается в том, что свойства пространства одинаковы в различных его точках.
- *Изотропность пространства* заключается в том, что свойства пространства одинаковы по всем направлениям.

# Однородность времени

---

- *Однородность времени* заключается в том, что протекание физических явлений (в одних и тех же условиях) в разное время их наблюдения одинаково (т.е. различные моменты времени эквивалентны друг другу по своим физическим свойствам).

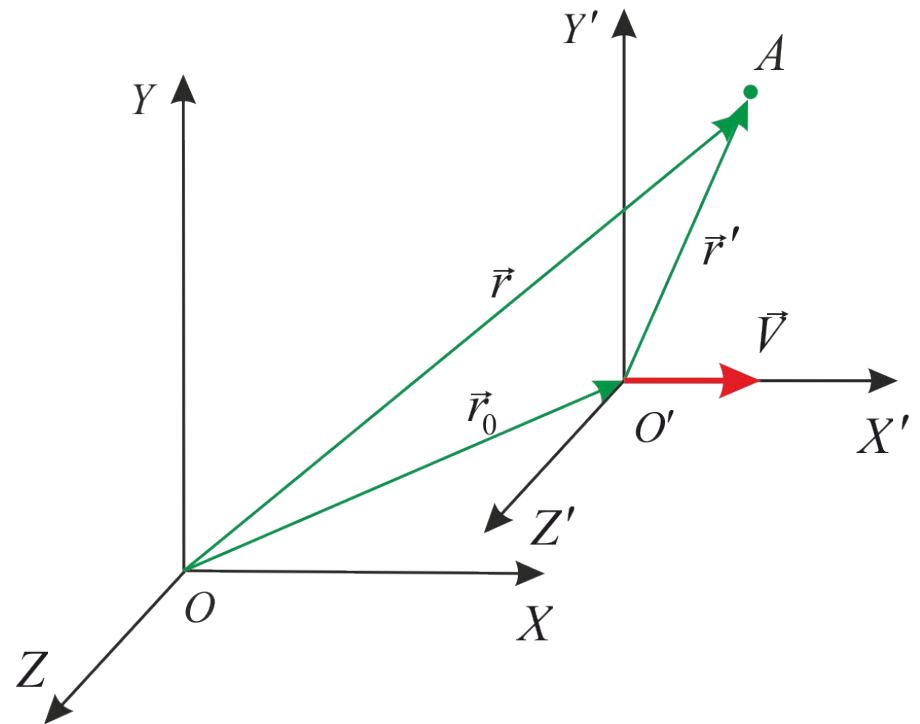
# Принцип относительности Галилея

---

- Для ИСО справедлив **принцип относительности Галилея**, согласно которому *все инерциальные системы отсчета по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу*, т.е.:
  - никакими механическими опытами, проведенными в данной ИСО, нельзя установить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно;
  - во всех ИСО свойства пространства и времени, а также законы механики одинаковы

# Преобразования Галилея

- Найдем формулы преобразования координат, скорости и ускорения при переходе от одной ИСО к другой.
- Пусть ИСО  $K'$  движется относительно другой ИСО  $K$  со скоростью  $\vec{V}$  (вдоль оси  $X$  ИСО  $K$ ) и пусть оси координат этих систем выбраны так, чтобы оси  $X$  и  $X'$  совпадали, а оси  $Y$  и  $Y'$  и  $Z$  и  $Z'$  были попарно параллельны.



# Преобразования Галилея

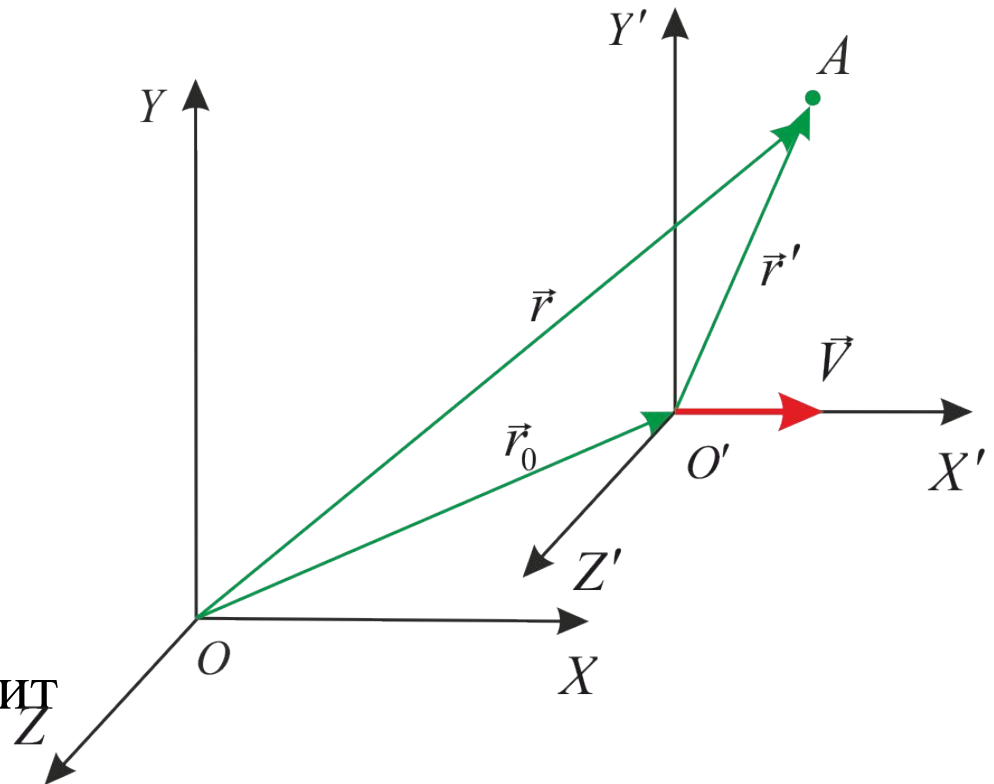
- Тогда радиус-вектор  $\mathbf{r}$  частицы  $A$  относительно системы  $K$  равен:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + \mathbf{V}t$$

- Кроме того,

$$t' = t$$

- (т.к. ход времени не зависит от состояния движения)



# Преобразования Галилея

---

- Продифференцировав выражения для  $\mathbf{r}$  по времени, получим классический закон преобразования скорости точки при переходе от одной ИСО к другой:

$$\vec{v} = \vec{v} + \vec{V}$$

- Дифференцируя это выражение по времени, получим, что *ускорение точки одинаково во всех инерциальных системах отсчета*:

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

# ГЛАВА 3

## ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



**3.2 Масса. Сила. Второй и третий  
законы Ньютона. Основное уравнение  
динамики материальной точки**

# Сила

---

- **Сила** — это влияние одного тела (или тел), вызывающее ускорение тела или его деформацию.
  
- Все силы, с которыми имеет дело механика, подразделяются (условно!) на:
  - силы, возникающие при непосредственном контакте тел;
  - силы, возникающие через посредство создаваемых взаимодействующими телами полей (гравитационные, электромагнитные)

# Инертность. Масса

---

- **Инертность** – свойство тела оказывать «сопротивление» при любых попытках изменить его скорость – как по модулю, так и по направлению.
- **Масса** – количественная мера инертности тела. Единица измерения массы – **килограмм (кг)**
- Масса определяется через соотношение масс двух различных тел по обратному отношению ускорений, сообщаемых им равными силами

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

# Свойства массы

---

## □ Масса тела — величина:

- *аддитивная*, т.е. масса составного тела равна сумме масс его частей:

$$m = \sum_{i=1}^N m_i$$

- *постоянная*, т.е. не изменяется при движении тела:  $m \neq m(t)$ .

**Закон сохранения массы:** *масса механической системы не изменяется с течением времени, если нет обмена веществом между системой и внешними телами (внешней средой)*

- *инвариантная*, т.е. не изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой (масса тела не зависит ни от состояния его движения, ни от месторасположения тела в пространстве, ни от того, действуют на него другие тела или нет).

# Плотность тела

---

- **Плотностью тела**  $\rho$  называется отношение массы  $dm$  малого элемента тела к его объему  $dV$ :

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

- Тогда масса тела:

$$m = \int_V \rho dV$$

Здесь интегрирование ведется по всему объему  $V$  тела.

# Второй закон Ньютона

---

- **Второй закон Ньютона:** произведение массы  $m$  частицы на ее ускорение  $a$ , называемое силой  $F$ , является функцией положения этой частицы относительно окружающих тел, а иногда также функцией ее скорости:

$$ma = F(r, v)$$

- Вид функции  $F$  называют **законом силы**, а само уравнение 2-го закона Ньютона называют **уравнением движения частицы**

# Принцип суперпозиции сил

- Единицей силы в СИ является **ньютон (Н)**. Ньютона – это сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с<sup>2</sup>: 1 Н = 1 кг · м/с<sup>2</sup>.
- *Если на частицу действуют несколько сил (со стороны других тел), и при этом в результате такого воздействия тела не меняют своего состояния, то суммарная сила, действующая на частицу равна векторной сумме сил, с которыми каждое из окружающих тел действует на нее в отсутствие остальных тел (принцип суперпозиции сил):*

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_i + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

# Третий закон Ньютона

---

- **Третий закон Ньютона:** *Силы, с которыми две частицы действуют друг на друга, равны по величине и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки.*

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

- Эти силы приложены к *разным* частицам и являются силами *одной природы*.
- Данный закон распространяется на систему из произвольного числа частиц.

# Принцип дальнего действия в классической механике

---

- В третьем законе Ньютона предполагается, что обе силы  $\mathbf{F}_{ij}$  и  $\mathbf{F}_{ji}$  равны по модулю *в любой момент времени независимо от движения точек.*
- Это утверждение соответствует **принципу дальнего действия** в классической механике: *взаимодействие между телами распространяется в пространстве мгновенно (с бесконечно большой скоростью)*
- Т.о. если изменить положение одного из тел, то сразу можно обнаружить любое бесконечно слабое изменение во взаимодействующих с ним телах, как бы далеко они ни находились. **В действительности это не так ☺**

# Инвариантность силы

---

- Поскольку и масса  $m$  тела, и его ускорение  $a$  являются величинами инвариантными, т.е. не зависящими от характера движения тела, то и сила  $F$ , действующая на частицу, не изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой:

$$m \overset{\boxtimes}{a} = \overset{\boxtimes}{F} = \text{inv}$$

# ГЛАВА 3

## ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



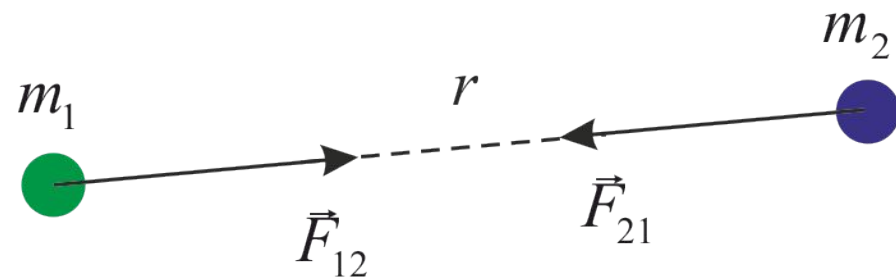
### 3.3 Силы. Основное уравнение динамики материальной точки

# Сила гравитационного притяжения

- **Закон всемирного тяготения:**  
*сила, действующая между двумя материальными точками, пропорциональна произведению их масс  $m_1$  и  $m_2$ , обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними, направлена по прямой, соединяющей эти точки и является силой притяжения:*

$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$  –  
**гравитационная постоянная**

$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



# Инертная и гравитационная массы

---

- Масса частицы, входящая в выражение второго закона Ньютона, характеризует инерционные (инертные) свойства частицы и называется ее **инертной массой**.
- Масса частицы, входящая в выражение закона всемирного тяготения, характеризует гравитационные свойства частицы и называется **гравитационной массой**.
- Экспериментально установлено, что

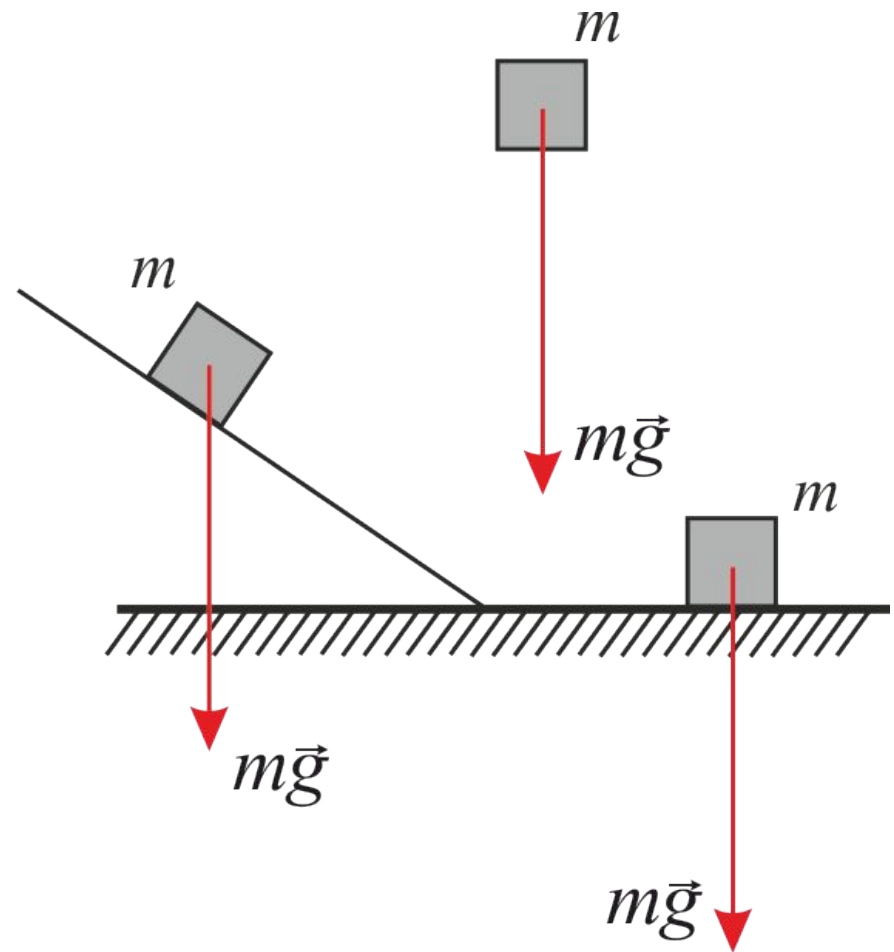
$$m_{\text{ин}} = m_{\text{грав}}$$

# Однородная сила тяжести

- **Однородная сила тяжести** – это сила, действующая на тело массы  $m$ , находящееся вблизи поверхности Земли:

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

Здесь  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения:  $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ .



# Упругая сила

---

- Сила, возникающая при смещении частицы из положения равновесия, и направленная к положению равновесия, равна:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\vec{r}$$

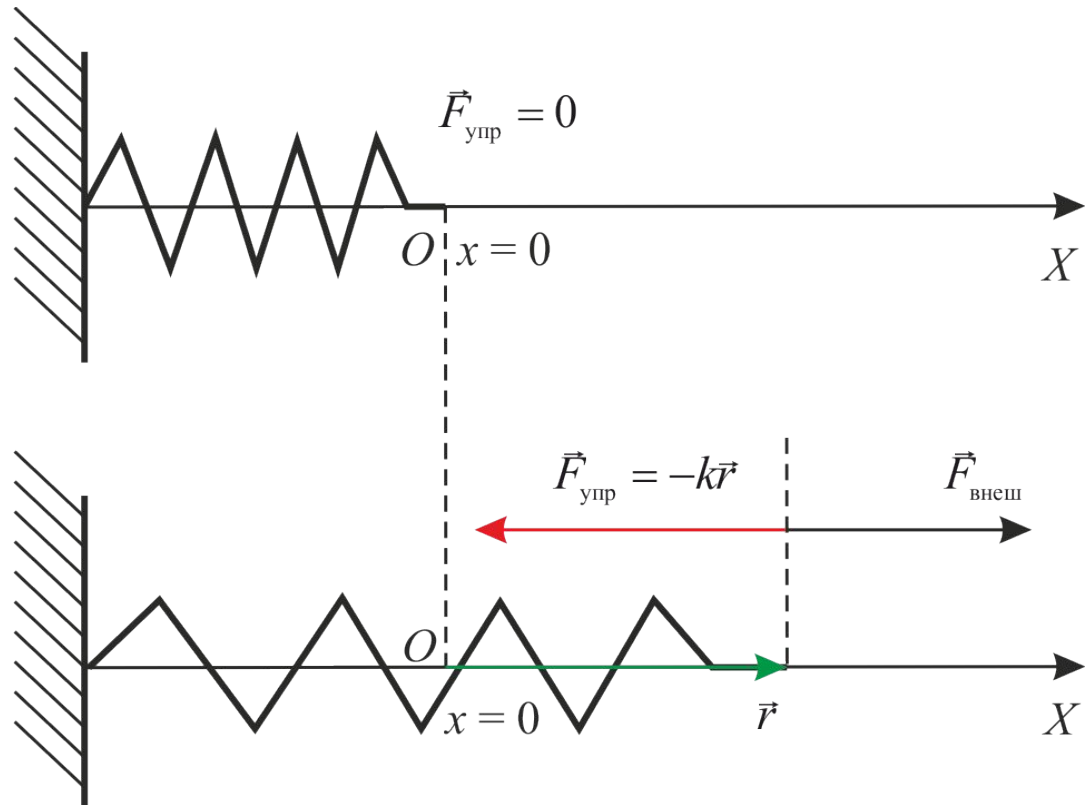
- Здесь  $\vec{r}$  – вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия,  $k$  – положительный коэффициент, зависящий от упругих свойств той либо иной конкретной силы.

# Сила упругой деформации пружины или тонкого стержня

- **Закон Гука:** Сила, возникающая при упругом растяжении (сжатии) пружины с жесткостью  $k$  на величину  $\Delta l$ , равна:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta l$$

- Здесь  $|\Delta l| = |\mathbf{r}|$



# Абсолютно упругое и неупругое тела

---

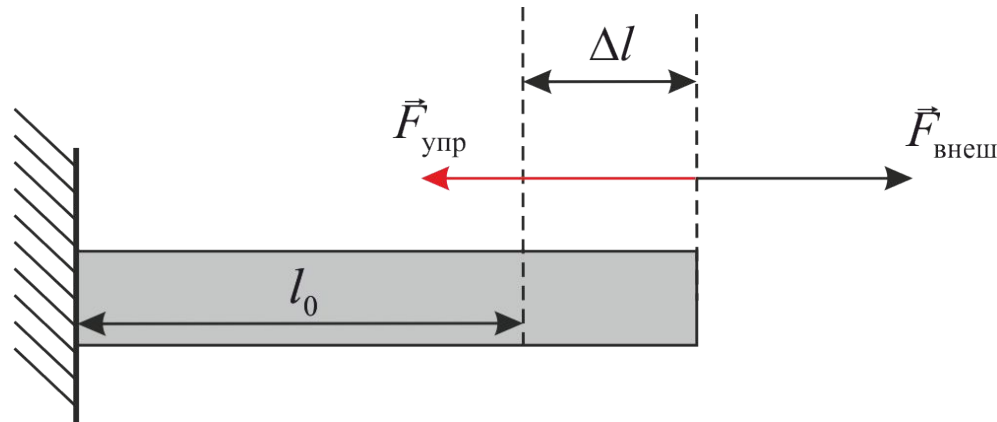
- ▣ **Абсолютно упругим телом** называют тело, деформации которого пропорциональны вызывающим их силам и полностью исчезают после прекращения действия этих сил.
- ▣ **Абсолютно неупругим телом** называют тело, которое полностью сохраняет деформированное состояние после прекращения действия на тело сил, вызвавших это состояние.

# Закон Гука для стержня

- Отнесенная к единице площади поперечного сечения сила  $F/S$ , возникающая при упругом растяжении (сжатии) стержня длиной  $l_0$  на величину  $\Delta l$ , пропорциональна относительной деформации  $\Delta l/l_0$  стержня:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

- Здесь  $E$  – модуль Юнга материала стержня, измеряемый в **паскалях (Па)**.



# Сила трения

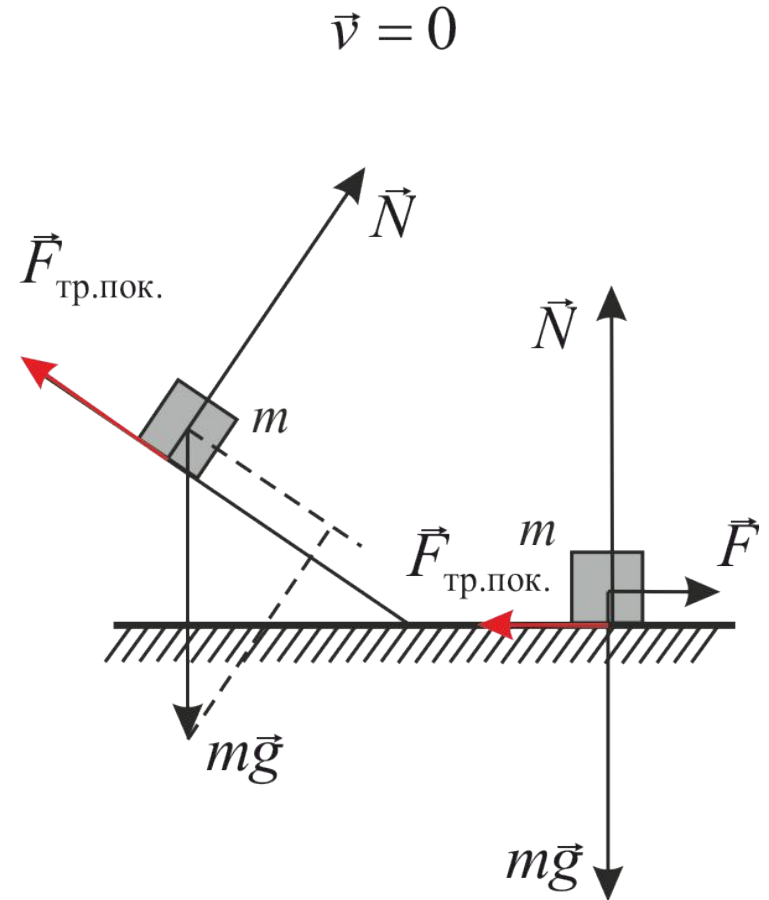
---

- Трение между поверхностями двух твердых тел называется **сухим**, между поверхностью твердого тела и жидкой или газообразной средой – **вязким** трением.
- Применительно к сухому трению различают трение **покоя, скольжения и качения**.

# Трение покоя

- ▣ **Трение покоя** – трение, возникающее между взаимно неподвижными телами при попытках переместить одного тело вдоль поверхности другого.
- ▣ **Сила трения покоя** препятствует попыткам переместить соприкасающиеся тела одно относительно другого.

$$0 \leq F_{\text{тр.п}} \leq F_0$$

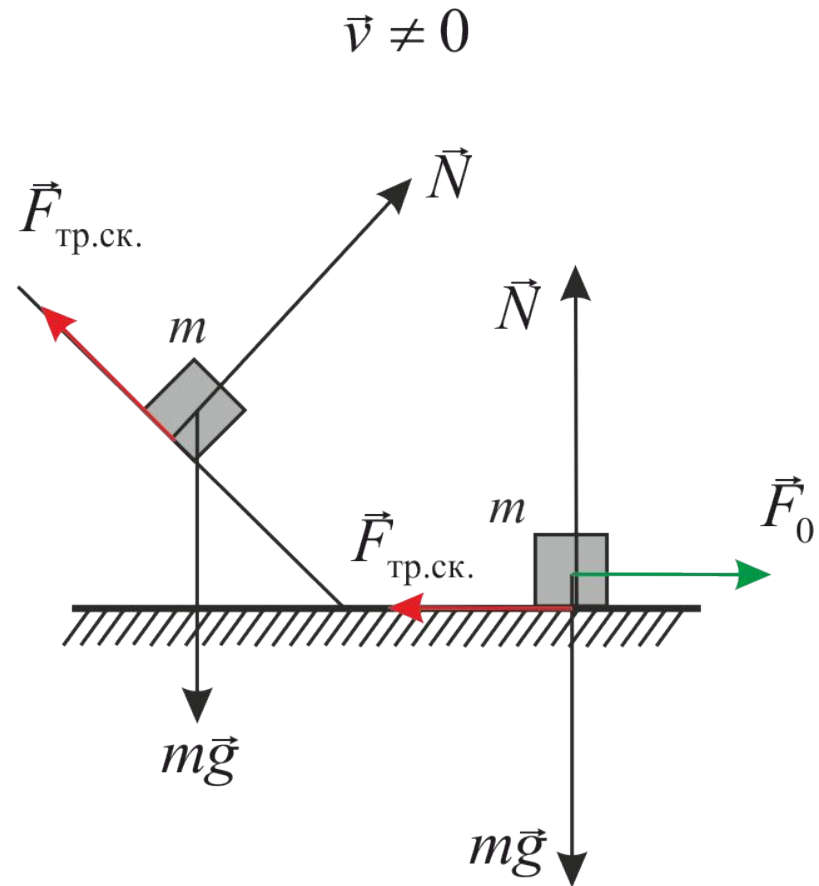


# Трение скольжения

- **Трение скольжения** – трение, возникающее при поступательном перемещении одного тела по поверхности другого.
- **Сила трения скольжения** возникает при перемещении (скольжении) соприкасающихся тел друг относительно друга, направлена вдоль поверхности соприкасающихся тел.
- **Модуль силы трения равен (закон Амонтона - Кулона):**

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu N$$

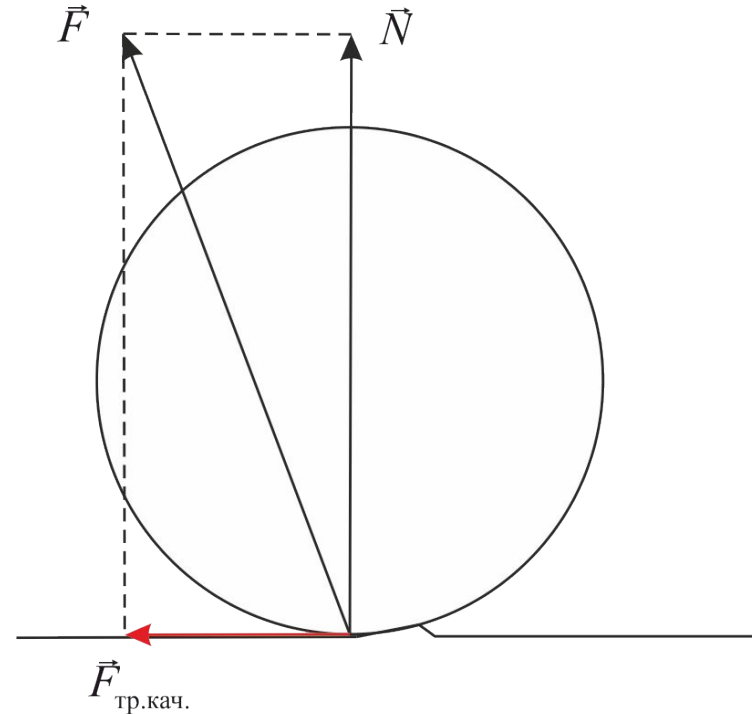
Здесь  $\mu$  – коэффициент трения скольжения,  $N$  – модуль силы нормальной реакции опоры.



# Трение качения

- ▣ **Трение качения** – трение, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.
- ▣ **Сила трения качения** возникает при качении тел цилиндрической или шарообразной формы по гладкой поверхности вследствие деформации соприкасающихся поверхностей.
- ▣ **Закон Кулона:**

$$F_{\text{тр.кач.}} = \frac{kN}{R}$$



Здесь  $k$  – коэффициент трения качения, зависящий от материала контактирующих тел, состояния их поверхности и других факторов;  $N$  – сила нормального давления,  $R$  радиус катящегося цилиндрического (шарообразного тела).

# Сила сопротивления

---

- **Сила сопротивления** – сила, действующая на тело при его поступательном движении в газе или жидкости. Она зависит от скорости  $\mathbf{v}$  тела относительно среды, причем направлена противоположно вектору  $\mathbf{v}$ :

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\alpha \mathbf{v}$$

- Здесь  $\alpha$  – положительный коэффициент, характерный для данного тела и данной среды, зависящий, в общем случае, от скорости тела, однако при малых скоростях  $\alpha \approx \text{const}$ .
- При больших скоростях тела сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости тела:

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\beta \mathbf{v} \mathbf{v}$$

# Основное уравнение динамики материальной точки

---

- **Основное уравнение динамики материальной точки** представляет собой математическое выражение второго закона Ньютона:

$$ma = F \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} = F$$

- или, в проекциях на оси декартовой системы координат:

$$ma_x = F_x \Leftrightarrow m \frac{dv_x}{dt} = F_x \Leftrightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x;$$

$$ma_y = F_y \Leftrightarrow m \frac{dv_y}{dt} = F_y \Leftrightarrow m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y;$$

$$ma_z = F_z \Leftrightarrow m \frac{dv_z}{dt} = F_z \Leftrightarrow m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z.$$

# Основное уравнение динамики материальной точки

- Если траектория материальной точки представляет собой плоскую кривую, то в проекциях на нормаль и касательную к траектории основное уравнение динамики имеет вид:

$$ma_n = F_n \Leftrightarrow m \frac{v^2}{R} = F_n;$$

$$ma_\tau = F_\tau \Leftrightarrow m \frac{dv_\tau}{dt} = F_\tau.$$

