

ПРИЗМА

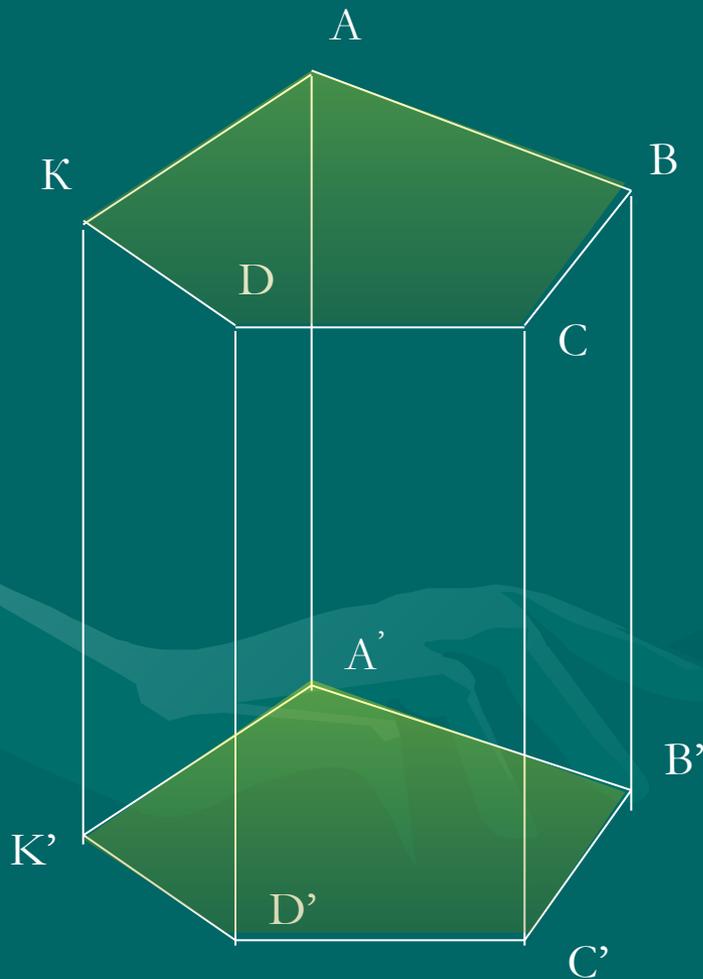


План лекции

- Понятие и чертёж
- Элементы призмы
- Общие свойства призм
- Виды призм и их особенности
- Поверхность призм
- Сечения призм
- Призмы вокруг нас

Понятие призмы

- Чертёж призмы



- Призма -

это многогранник состоящий из двух равных плоских многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников.

[Вернуться к плану](#)

Элементы призмы

Верхнее основание

Ребро основания

вершина

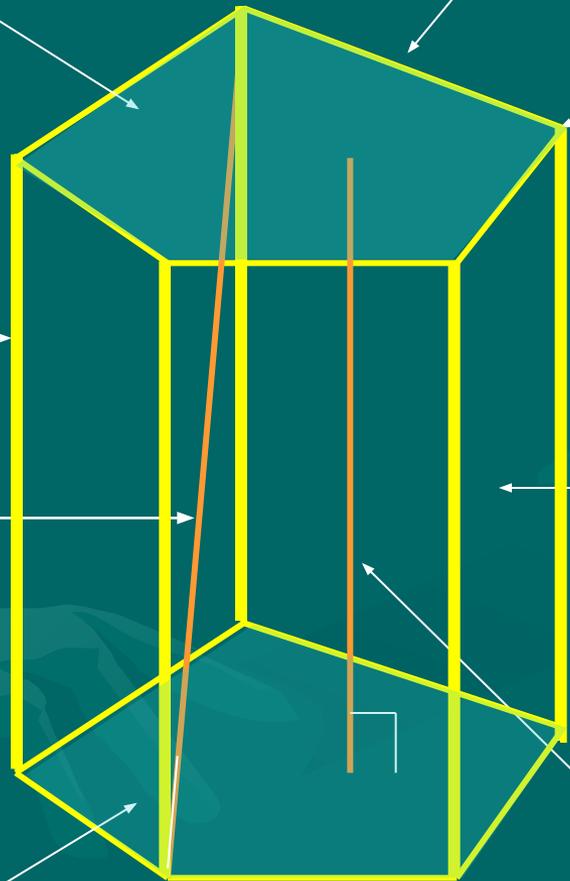
Боковое ребро

Боковая грань

диагональ

высота

Нижнее основание



Элементы призмы

- **Основания** –

это грани, совмещаемые параллельным переносом.

- **Боковая грань** –

это грань, не являющаяся основанием.

- **Боковые рёбра** –

это отрезки, соединяющие соответствующие вершины оснований.

- **Вершины** –

это точки, являющиеся вершинами оснований.

- **Высота** –

это перпендикуляр, опущенный из одного основания на другое.

- **Диагональ** –

это отрезок, соединяющий две вершины, не лежащие в одной грани.

Вернуться к плану

Общие свойства призмы

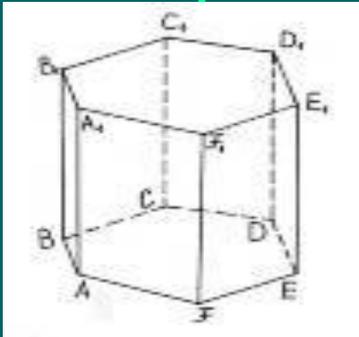
1. Основания призмы равны
2. Основания призмы лежат в параллельных плоскостях
3. У призмы боковые рёбра параллельны и равны
4. Любая боковая грань является параллелограммом

Виды призм

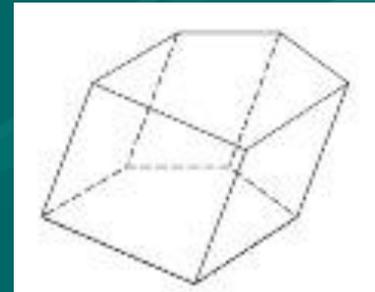
n – n – угольная призма



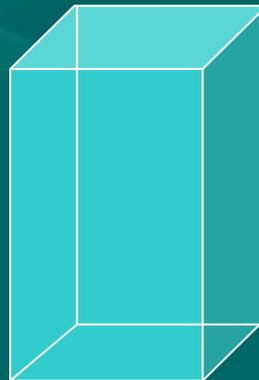
Прямая призма



Наклонная призма



Правильная
призма



Вернуться к плану

N-угольная призма

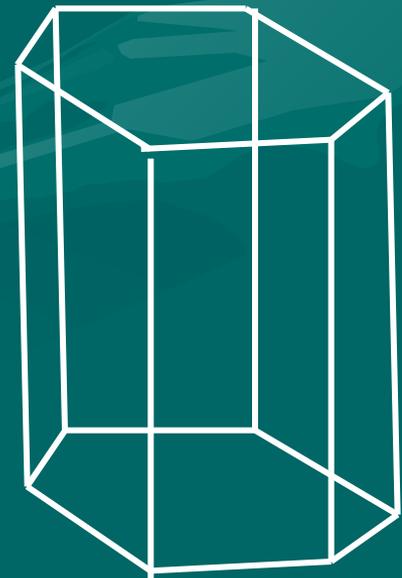
- - это призма, в основании которой лежит n -угольник



Треугольная
призма



Четырёхугольная
призма

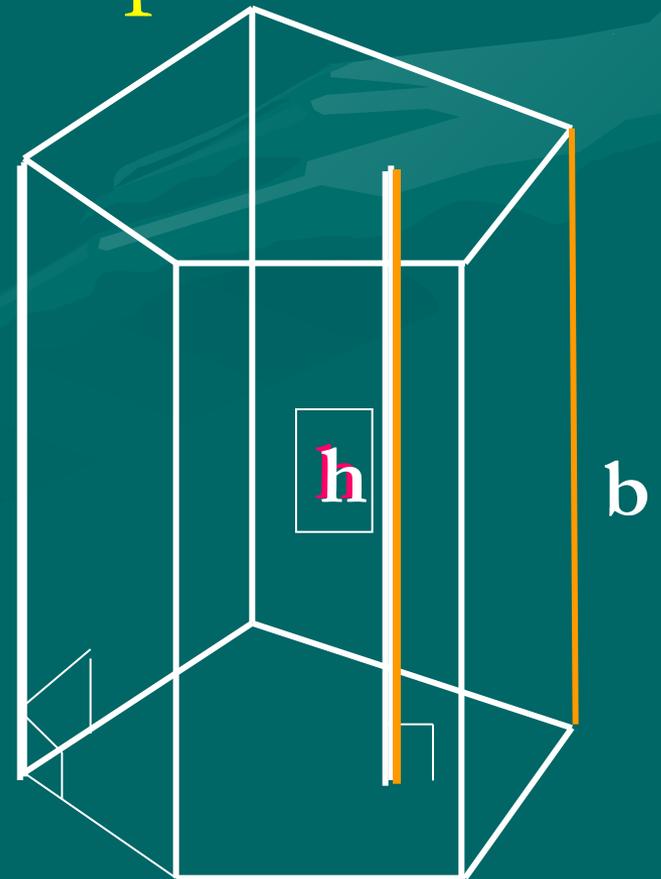


Шестиугольная
призма



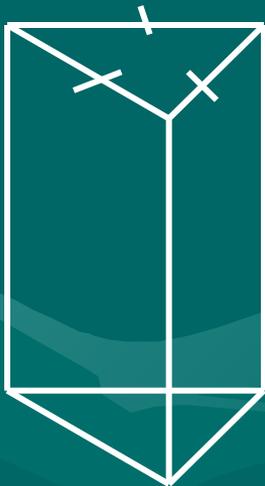
Прямая призма

- - это призма, боковые рёбра которой перпендикулярны основанию
- Её высота равна боковому ребру

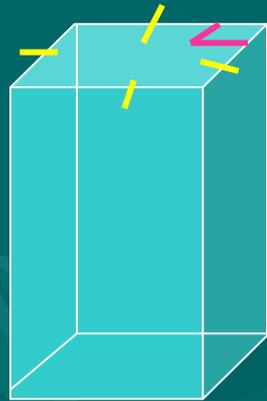


Правильная призма

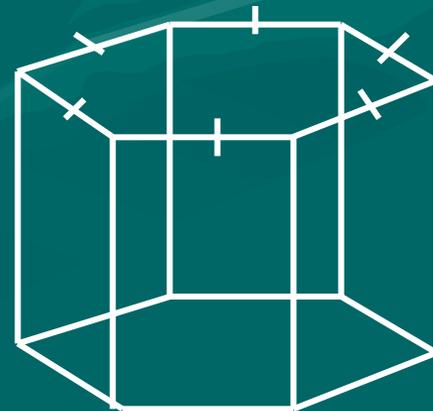
- это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник.



В основании
равносторонний
треугольник



В основании
квадрат

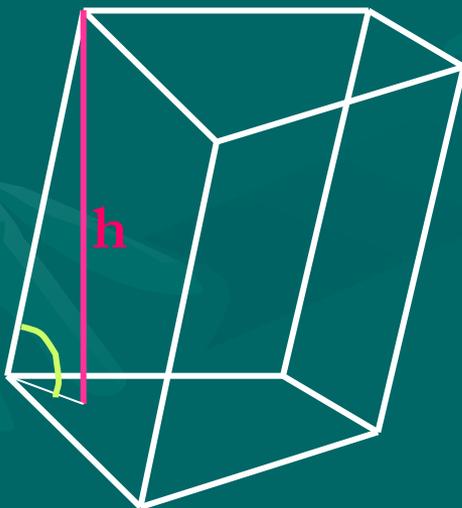


В основании
правильный
6-угольник



Наклонная призма

- - это призма, боковые рёбра которой не перпендикулярны основанию.



Поверхность призмы

Полная поверхность $S_{\text{полн.}}$



Боковая
поверхность $S_{\text{бок}}$ +

Поверхность
оснований $S_{\text{осн}}$



Боковая поверхность прямой призмы

- Теорема:

Боковая поверхность прямой призмы
равна произведению периметра
основания на длину бокового ребра.

Дано: прямая n -угольная призма, $a_1, a_2 \dots a_n$ -
стороны основания, l - боковое ребро.

Доказать: $S_{бок} = P_{осн} l$

[Вернуться к началу](#)



Доказательство теоремы

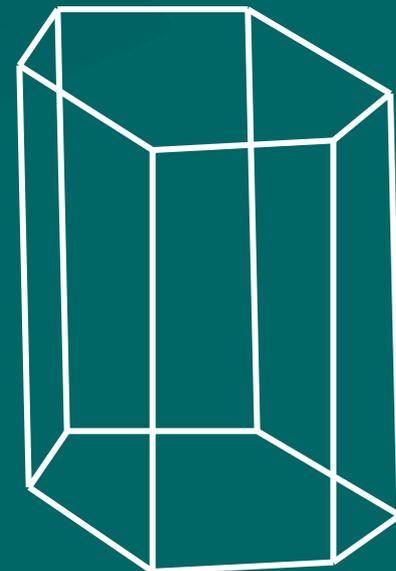
- Боковые грани прямой призмы – прямоугольники у которых сторонами являются стороны основания призмы и боковые рёбра призмы

$$\Rightarrow S_1 = a_1 l, S_2 = a_2 l$$

$$\dots S_n = a_n l$$

- $S_{\text{бок}} = S_1 + S_2 + \dots S_n = a_1 l + a_2 l + a_n l = (a_1 + a_2 + \dots a_n) l = P_{\text{осн}} l$

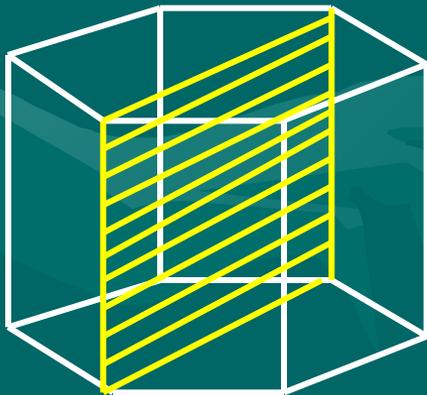
Теорема доказана



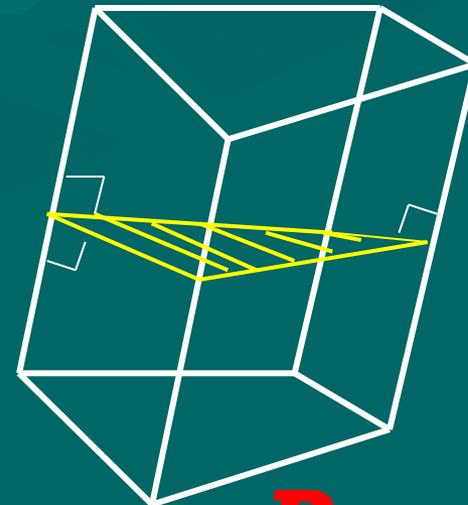
Особые сечения призмы



- **Диагональное сечение** – это сечение проходящее через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани.



- **Перпендикулярное сечение** – это сечение, проходящее перпендикулярно боковым ребрам.

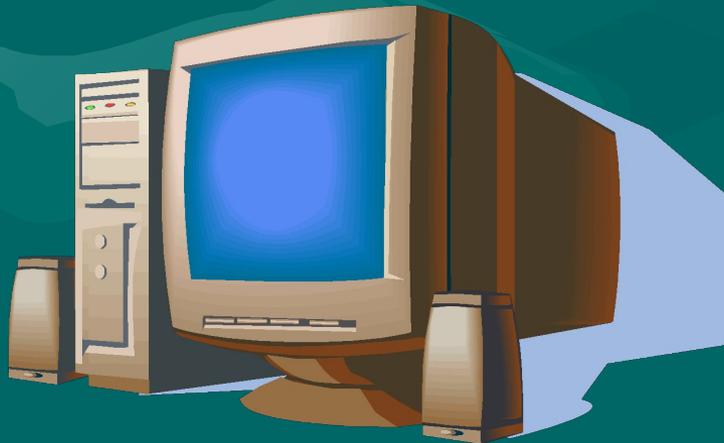
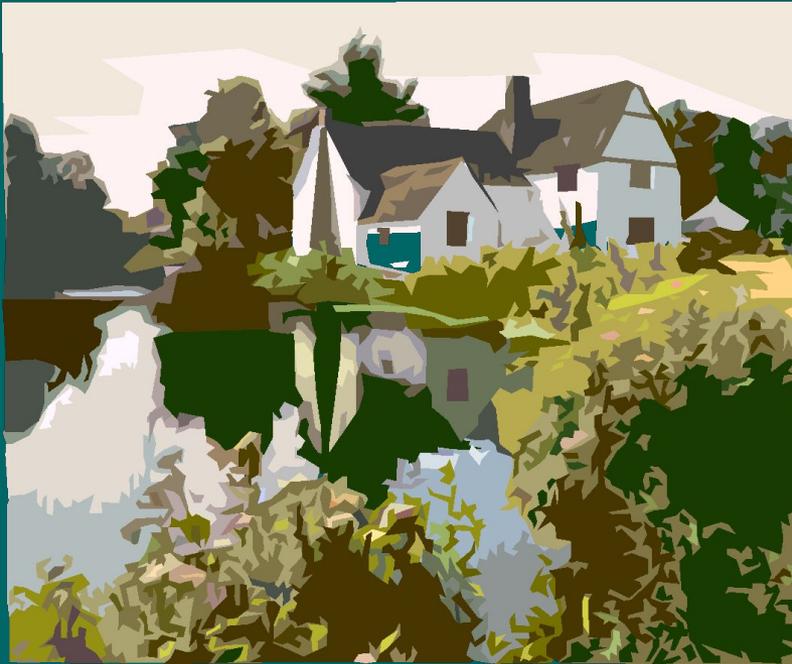


Вернуться к плану

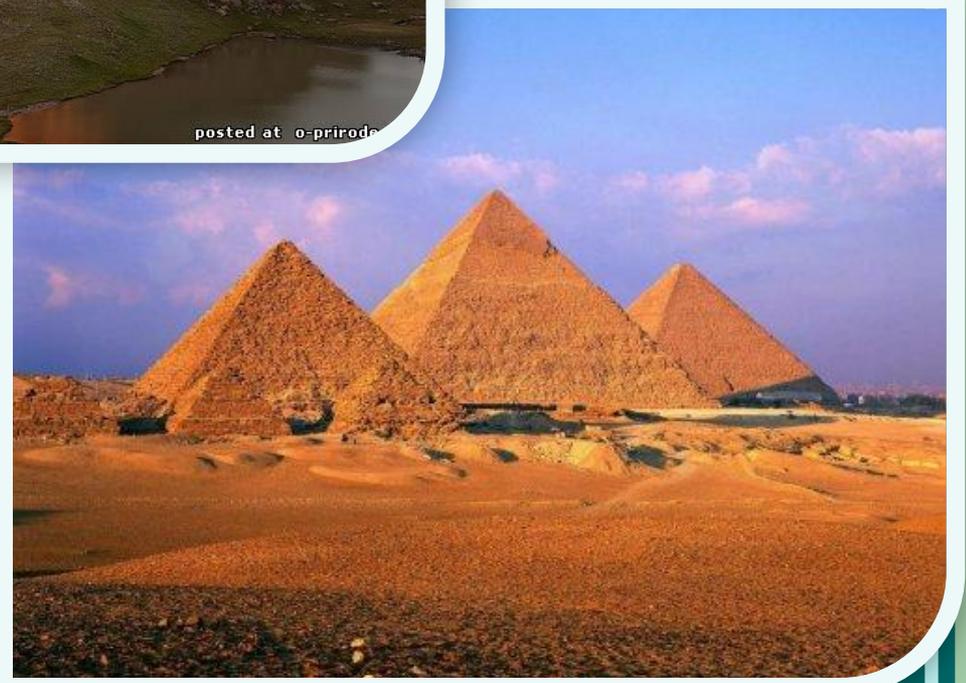
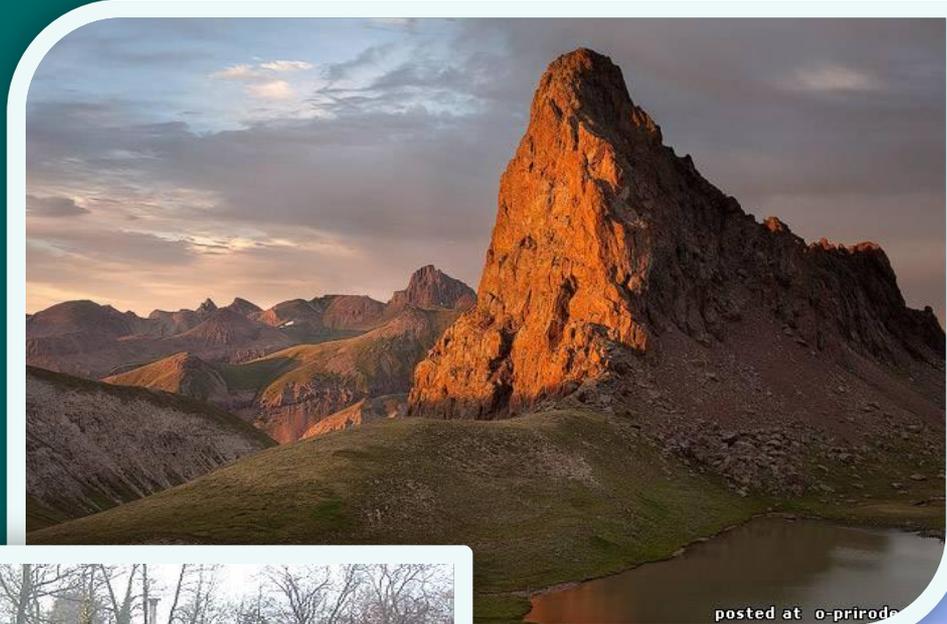
Sбок.п.

=P перп.сеч. AA₁

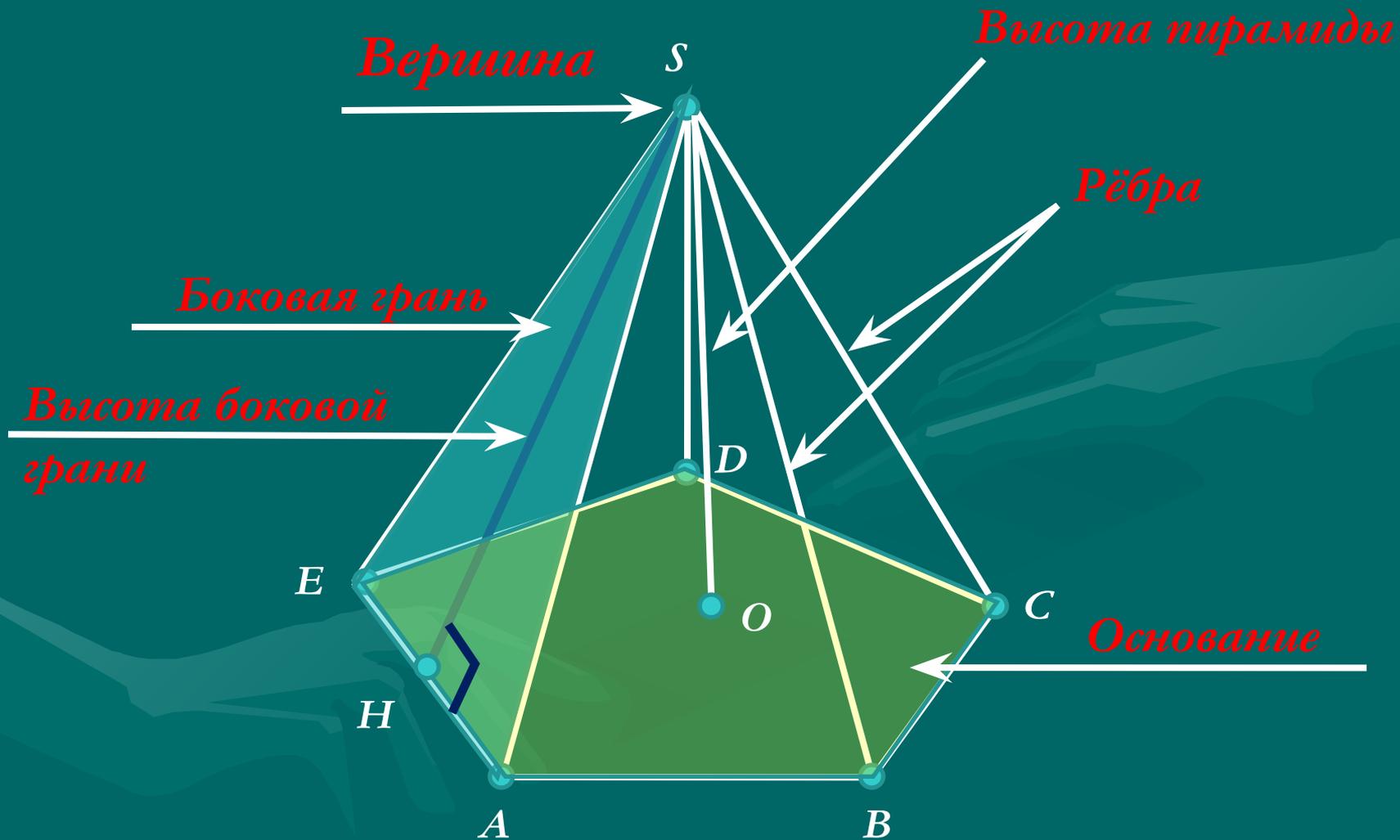
Призмы вокруг нас



Пирамида

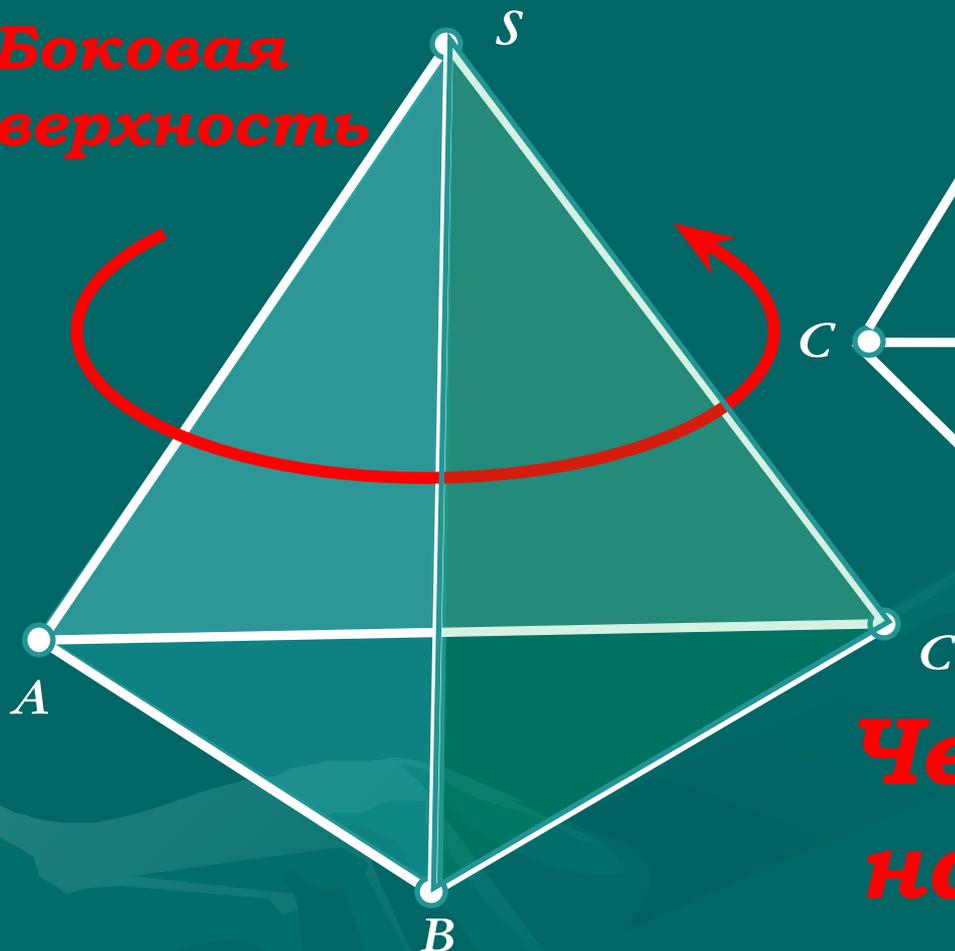


Пирамида

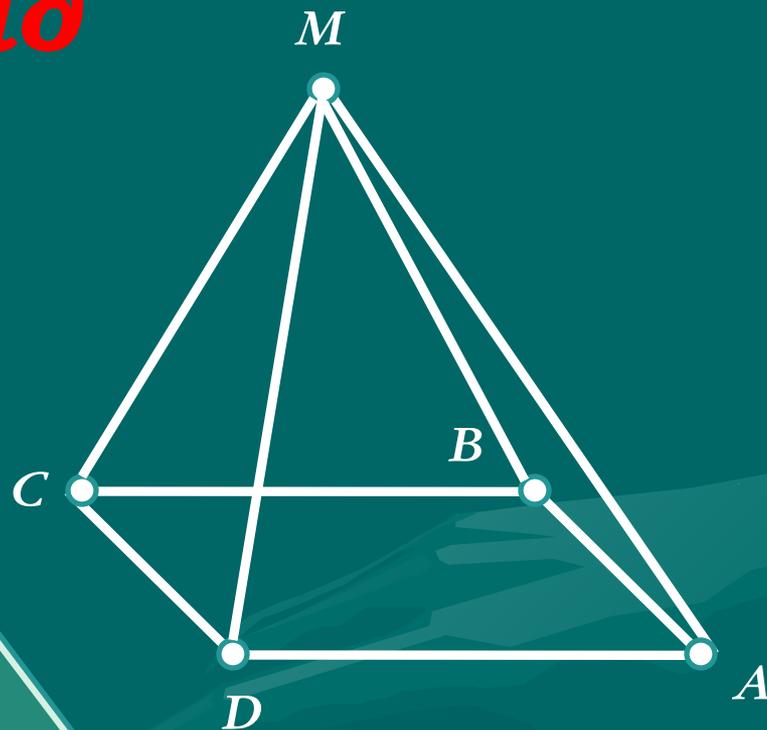


Виды пирамид

Боковая
поверхность



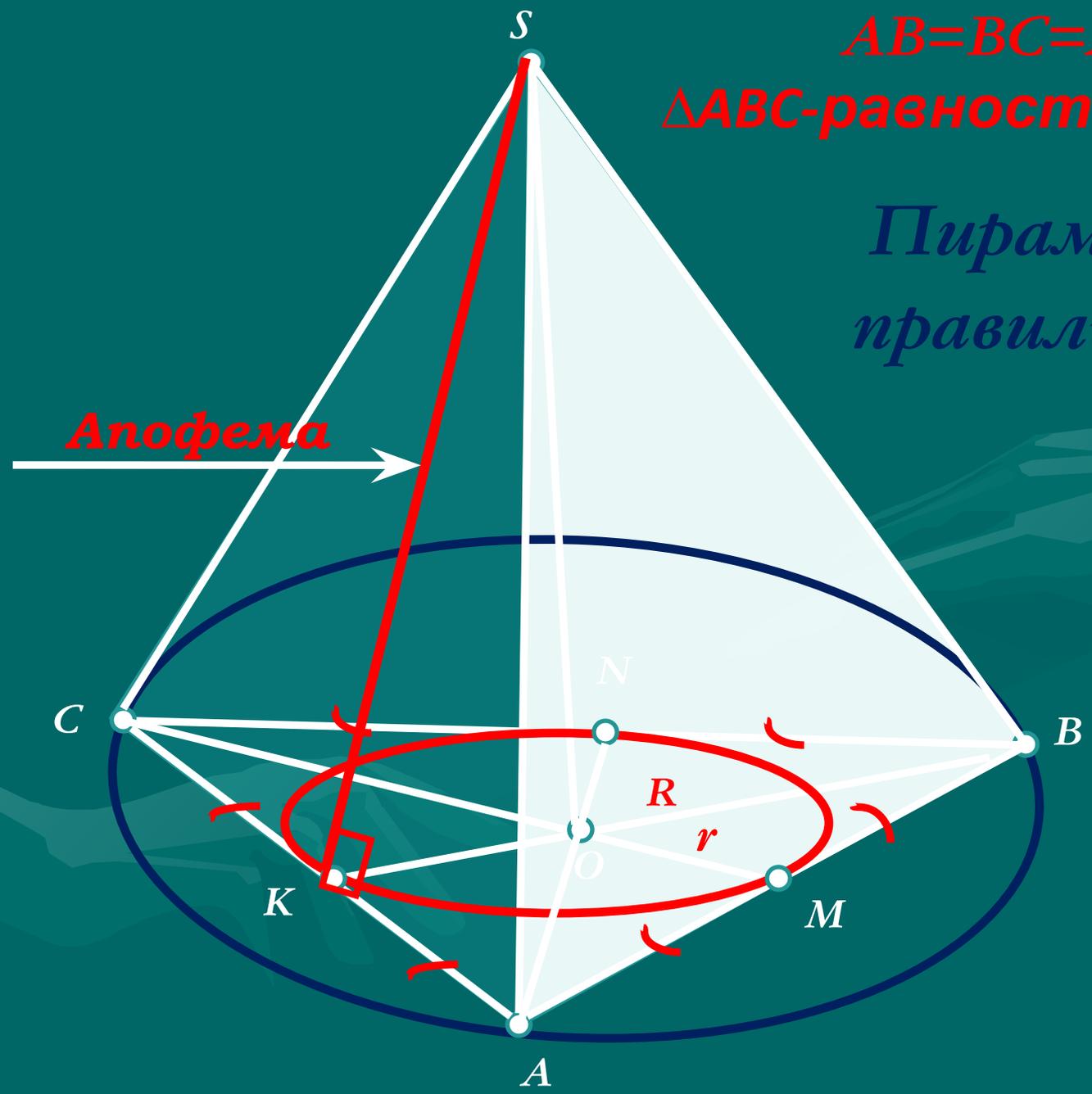
Треугольная
пирамида



Четырёхуголь-
ная пирамида

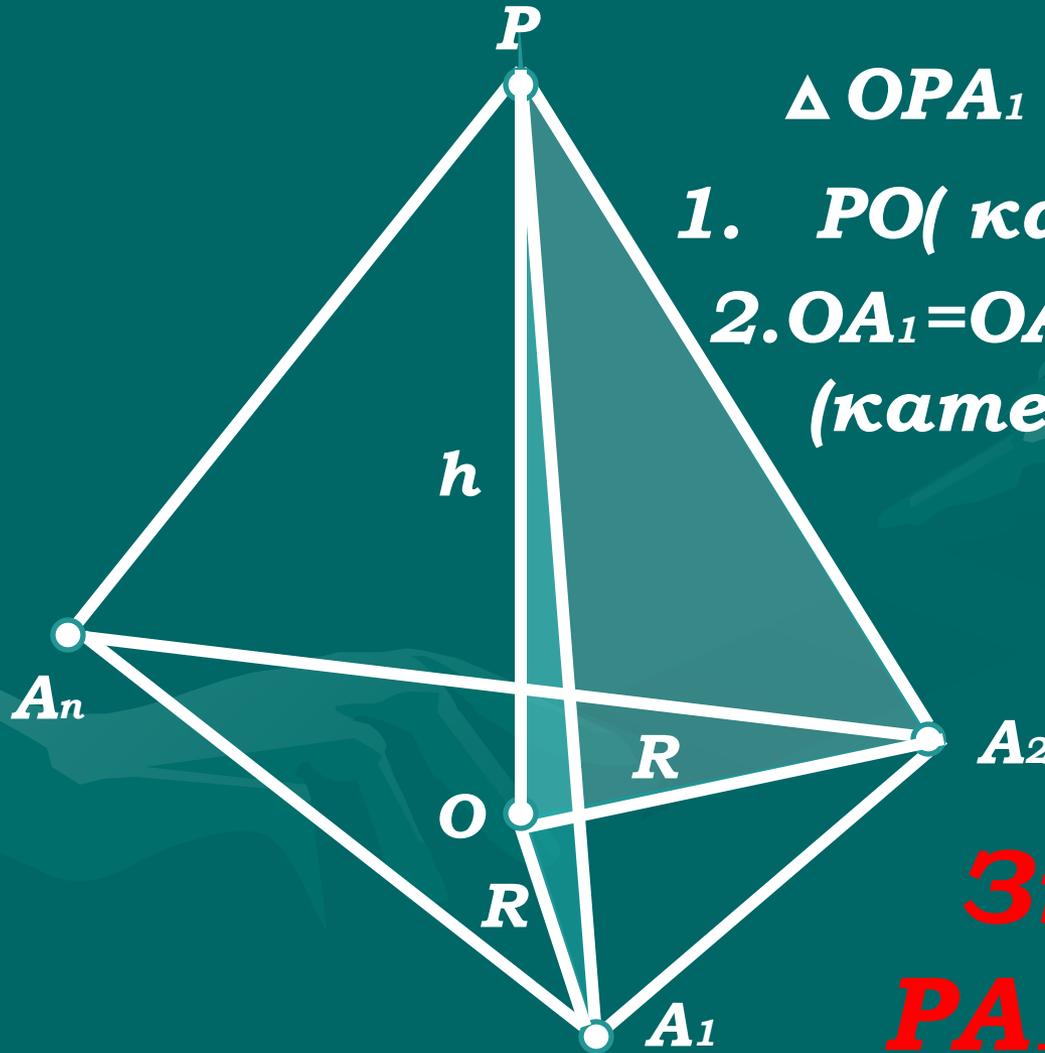
$AB=BC=AC,$
 ΔABC -равносторонний.

Пирамида
правильная



Все боковые рёбра правильной пирамиды равны.

$PA_1A_2\dots A_n$ - правильная пирамида

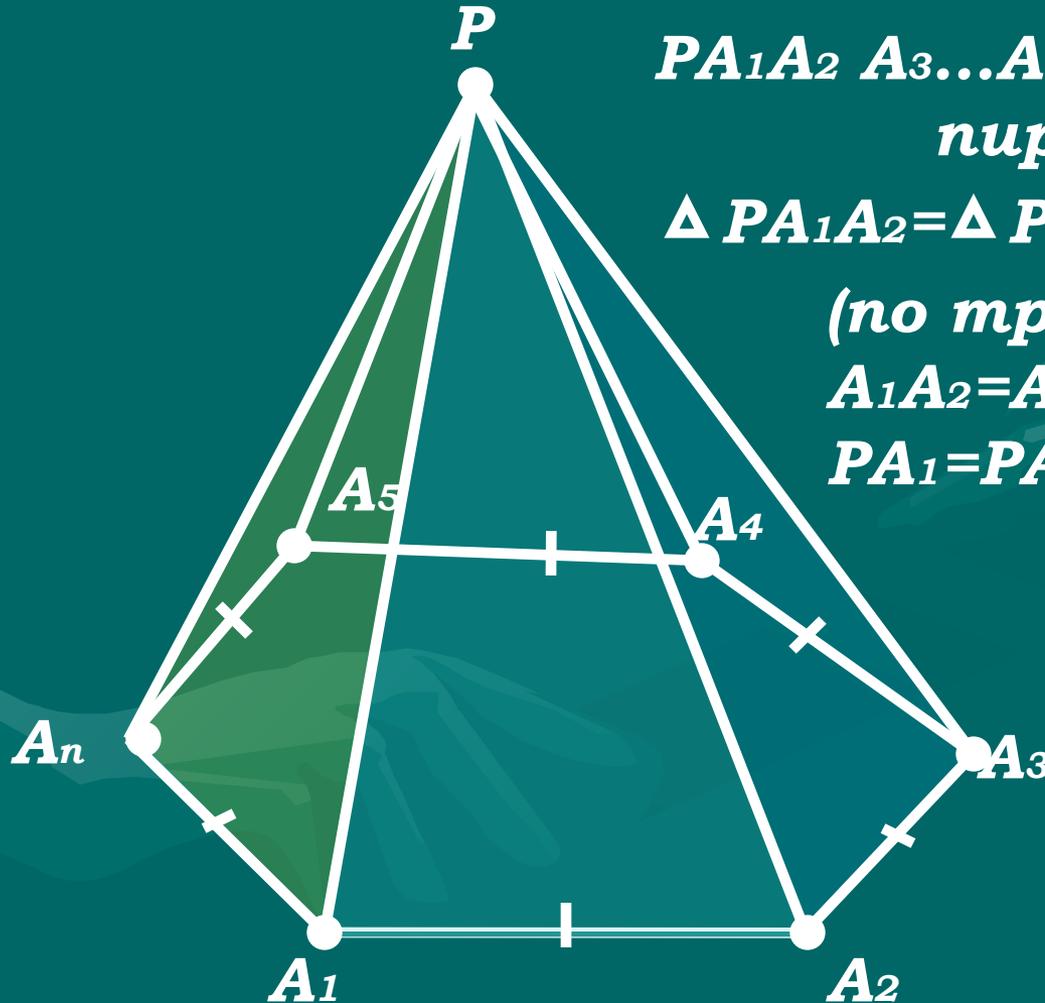


$$\triangle POA_1 = \triangle POA_2 = \dots$$

1. PO (катет) – общий;
2. $OA_1 = OA_2 = \dots R$ (катеты)

**Значит,
 $PA_1 = PA_2 = \dots$**

Все боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники .



$PA_1A_2 A_3...A_n$ – правильная пирамида

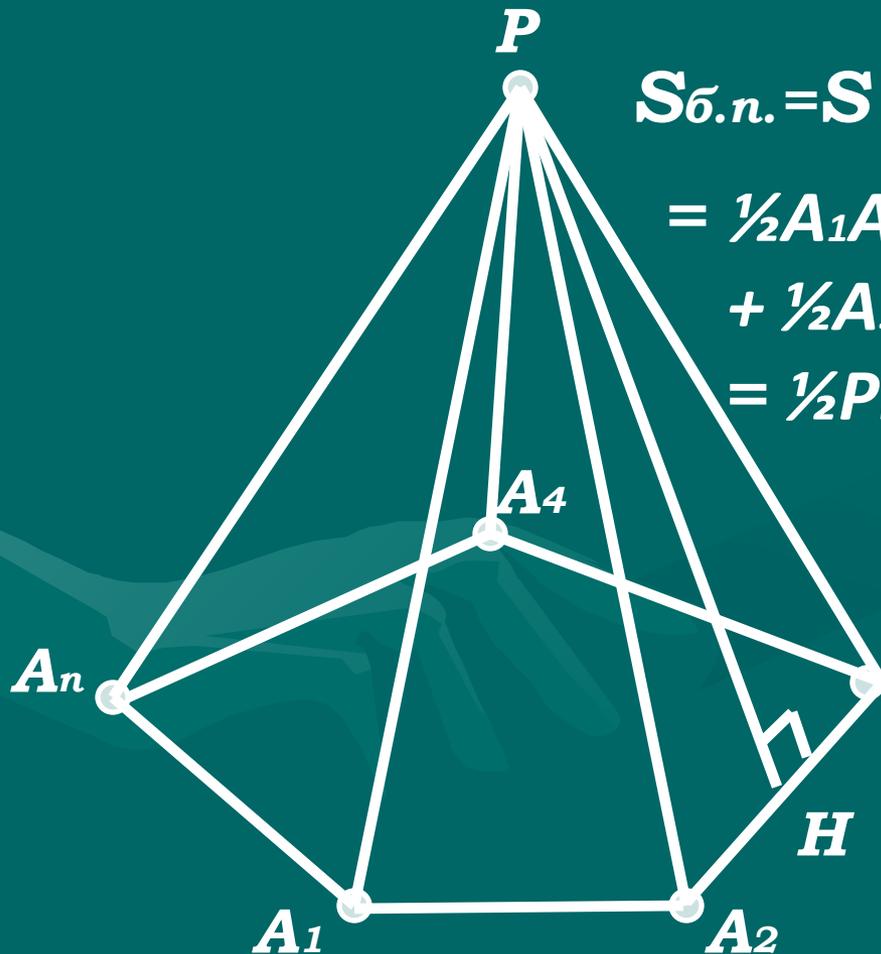
$$\Delta PA_1A_2 = \Delta PA_2A_3 = \dots = \Delta PA_1A_n$$

(по трём сторонам)

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \dots;$$

$$PA_1 = PA_2 = PA_3 = \dots$$

**Площадь боковой поверхности
правильной пирамиды равна половине
произведения периметра основания на
апофему**



$$S_{\text{б.п.}} = S_{A_1A_2P} + S_{A_2A_3P} + S_{A_3A_4P} + \dots$$

$$= \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot PH + \frac{1}{2}A_2A_3 \cdot PH + \\ + \frac{1}{2}A_3A_4 \cdot PH \dots =$$

$$= \frac{1}{2}PH \cdot (A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \dots)$$

$$= \frac{1}{2}P_{\text{основ.}} \cdot PH$$

или

$$S_{\text{бок.п.}} = \frac{1}{2}P_{\text{основ.}} h,$$

где h - апофема

Усечённая пирамида

