

Выбор оптимальной надежности объектов наземной космической инфраструктуры

Общая постановка задачи оптимизации надежности

Общая задача выбора оптимальной надежности объекта НКИ и путей ее обеспечения может быть сформулирована следующим образом.

Требуется выбрать такие проектные параметры объекта НКИ

$$\bar{N}, \bar{N}_3, \bar{C}_3, \bar{C}_{тр}, \bar{T}_{тр}, \bar{T}_{пр}, N_u,$$

при которых суммарные затраты минимизируются, т. е.

$$C_{\Sigma} = C_{\Sigma}(P, P_N, C_{од}, C_{одз}, C_{отк}) \rightarrow \min$$

при выполнении дисциплинирующих условий, связывающих стоимость и надежность с проектными параметрами

$$C_{од} = C_{од}(\bar{N}, \bar{N}_3, \bar{C}_3, \bar{C}_{тр}, \bar{T}_{тр}, \bar{T}_{пр}, N_u, N_{пр}, \bar{K}),$$

$$P = (\bar{N}, \bar{N}_3, \bar{C}_3, \bar{C}_{тр}, \bar{T}_{тр}, \bar{T}_{пр}, N_u, N_{пр}),$$

и ограничений по массе и габаритам

$$G_{\text{доп}} \geq G(\bar{N}, \bar{N}_3, \bar{C}_3, \bar{C}_{\text{тр}});$$

$$L_{\text{доп}} \geq L(\bar{N}, \bar{N}_3, \bar{C}_3, \bar{C}_{\text{тр}}).$$

Требуется определить оптимальную надежность агрегата, если стоимость приобретения агрегата определяется по формуле:

$$C_{\text{пр}}(\lambda) = K_1 \left(1 + \frac{K_2}{\lambda} \right).$$

Поскольку время отказов имеет экспоненциальное распределение, то вероятность безотказной работы за время T будет:

$$P = e^{-\lambda T}$$

причем среднее время между отказами:

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda}$$

а среднее число отказов за время T :

$$n_{cp} = T\lambda$$

Полезное время работы агрегата за время T будет:

$$T_{п.в.р} = T - n_{cp} T_{вос} = T(1 - T_{вос}\lambda)$$

Суммарные затраты на один час работы агрегата будут:

$$C_{\Sigma} = \frac{C_{np}(\lambda) + C_{1э}T}{T(1 - T_{вос}\lambda)}$$

Подставив вместо $C_{np}(\lambda)$ его значение будем иметь:

$$C_{1\Sigma} = \frac{(K_1 + C_{1э}T)\lambda + K_1K_2}{\lambda T(1 - \lambda T_{вос})}$$

Для выбора оптимальной надежности (вероятности безотказной работы) необходимо найти такое λ , которое обращает функцию затрат $C_{1\Sigma}$ в минимум, а затем полученное значение λ_{opt} подставить в формулу (5.67).

Взяв производную $\frac{\partial C_{1\Sigma}}{\partial \lambda}$ и приравняв ее нулю, найдем оптимальное значение:

$$\lambda_{opt} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + C_{13} T} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{K_1 + C_{13} T}{T_{\text{вс}} K_1 K_2}} \right]$$

Подставляя значение λ_{opt} из (24.4) в (5.67), получаем оптимальное значение вероятности безотказной работы агрегата:

$$P_{opt} = \exp(-\lambda_{opt} T)$$

Определение оптимального режима тренировок

Если обозначить через $\lambda(t)$ интенсивность отказов элемента после тренировки, то средняя интенсивность отказов в течение времени t будет:

$$\lambda_{cp} = \frac{\int_{T_{mp}}^{T_{mp}+t} \lambda(t) dt}{t}$$

Для определения минимальной λ_{cp} приравняем производную $\frac{\partial \lambda_{cp}}{\partial t}$ к нулю:

$$\frac{1}{t} [\lambda(T_{mp} + t) - \lambda(T_{mp})] = 0$$

Количество не отказавших за время тренировок элементов должно быть равно N элементам, используемым в объекте НКИ:

$$N_{omp} = N e^{\int_0^{T_{mp}} \lambda(t) dt}$$

где N_{omp} — количество элементов, поставленных на тренировку.

После тренировки не откажет $N e^{-\int_{T_{mp}}^{T_{mp}+t} \lambda(t) dt}$ элементов, а откажет соответственно

$$N_{отк} = N \left(1 - \exp \left(- \int_{T_{mp}}^{T_{mp}+t} \lambda(t) dt \right) \right)$$

Определим суммарные затраты, которые включают в себя:

а) стоимость элементов, поставленных на тренировку:

$$C_{э1} N_{отп} = C_{э1} N \exp \left(- \int_0^{T_{mp}} \lambda(t) dt \right)$$

б) стоимость тренировки:

$$C_{mp} N_{отп} T_{mp} = C_{mp} N T_{mp} \exp \left(- \int_0^{T_{mp}} \lambda(t) dt \right)$$

в) ущерб от отказа элементов:

$$C_{э2} N_{отк} = C_{э2} N \left(1 - \exp \left(- \int_{T_{mp}}^{T_{mp}+t} \lambda(t) dt \right) \right)$$

Определение оптимального времени замены элементов

Затраты, связанные с профилактической заменой элемента, равны $C_{п.з}$, а затраты при отказе элемента во время работы $C_{о.р}$, то средняя стоимость замены элементов за время $T > T_{зм}$ будет:

$$C_{ср} = n_{о.р} C_{о.р} + n_{п.з} C_{п.з}$$

где $n_{о.р}$, и $n_{п.з}$ — число отказавшихся во время работы и замененных в профилактических целях элементов. Соответственно эти величины определяются по формулам:

$$n_{о.р} = n[1 - P(T_{зм})]$$
$$n_{п.з} = nP(T_{зм})$$

где n — среднее число замененных элементов

$$n = \frac{T}{T_{зм}^{ср}}$$

Подставив $n_{o.p}$, $n_{п.з}$ и n в выражение для средних затрат, будем иметь:

$$C_{cp} = \frac{T}{T_{cp}} \{ C_{o.p} [1 - P(T_{зм})] + C_{п.з} P(T_{п.з}) \}$$

Задача определения оптимального времени замены элементов КСНО сводится к выбору такого $T_{зм}$, при котором удельные средние затраты C_{cp} , определяемые по формуле (5.88), минимальны.

Следует отметить, что для экспоненциального распределения времени службы элементов их профилактическая замена целесообразна, поскольку функция $\bar{C}_{cp} = \bar{C}_{cp}(T_{зм})$ монотонно убывает и не имеет минимума

Выбор оптимального распределения надежности отдельных элементов НКИ.

Вероятность безотказной работы объекта НКИ при отсутствии резервирования может быть определена по формуле (для случая малых значений)

$$P = \prod_{i=1}^N P_i = \prod_{i=1}^N (1 - q_i) \approx 1 - \sum_{i=1}^N q_i$$

Отсюда

$$q_1 = 1 - P - \sum_{i=2}^N q_i$$

Суммарная стоимость объекта НКИ складывается из стоимостей отдельных элементов:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{q_i^{\alpha_i}} = \frac{A_1}{q_1^{\alpha_1}} + \sum_{i=2}^N \frac{A_i}{q_i^{\alpha_i}} = \frac{A_1}{1 - P - \sum_{i=2}^N q_i} + \sum_{i=2}^N \frac{A_i}{q_i^{\alpha_i}}$$

Следует выбрать вероятность отказа i -го элемента q_i таким образом, чтобы суммарная стоимость объекта НКИ была минимальной.

Для этого необходимым условием является равенство нулю всех частных производных от

C по q_i :

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{A_1 \alpha_1}{\left(\frac{A_1}{1 - P - \sum_{i=2}^N q_i} \right)^{\alpha_1 + 1}} = \frac{A_2 \alpha_2}{q_2^{\alpha_2 + 1}}; \\ & \dots \dots \dots \\ & \frac{A_N \alpha_N}{\left(\frac{A_1}{1 - P - \sum_{i=2}^N q_i} \right)^{\alpha_1 + 1}} = \frac{A_N \alpha_N}{q_N^{\alpha_N + 1}}; \end{aligned} \right.$$

т.е.

$$\frac{A_i \alpha_i}{q_i^{\alpha_i + 1}} = const = K$$

Из (24.26) имеем

$$q_i = \left(\frac{A_i \alpha_i}{K} \right)^{\frac{1}{\alpha_i + 1}}$$

Подставив q_i вычисленное по формуле (24.27), в формулу (24.22), будем иметь:

$$P = 1 - \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i \alpha_i}{K} \right)^{\frac{1}{\alpha_i + 1}}$$

Откуда при $\alpha_i = \text{const}$ можно определить

$$K = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{\alpha_i + 1}}}{1 - P} \right]^{\alpha_i + 1}$$

Выражение (24.27) с учетом (24.29) можно записать

$$q_i = (1 - P) \frac{(A_i \alpha_i)^{\frac{1}{\alpha_i + 1}}}{\sum_{i=1}^N (A_i \alpha_i)^{\frac{1}{\alpha_i + 1}}}$$

Полученная зависимость дает возможность найти оптимальное распределение надежности отдельных элементов при заданной надежности всего НКИ (или агрегата НКИ), а также совместно с уравнением (24.24) позволяет найти зависимость $P = f(C)$ при оптимальном распределении надежности отдельных элементов. Имея зависимость $P = f(C)$ и пользуясь методикой для выбора оптимальной надежности объекта НКИ или его агрегатов, изложенной выше, можно определить оптимальную надежность всего НКИ.

Определение оптимального числа резервных элементов НКИ

Если надежность всей НКИ задана, то при наличии резервирования вероятность безотказной работы будет:

$$P = \prod_{i=1}^N (1 - q_i^{n_i})$$

Определение оптимального числа резервных элементов n_i заключается в выборе такого вектора $\bar{N}$ (с компонентами n_i), который минимизирует суммарную стоимость НКИ.

Суммарная стоимость НКИ может быть представлена следующей зависимостью:

$$C_{\Sigma} = C_0 + \sum_{i=1}^N (C_i + a\alpha_1 g_i + a\alpha_2 \mu l_i^3) n_i$$

При определении оптимального количества резервных элементов следует учитывать возможность существования ограничений по массе и габаритам, которые для данного случая могут быть представлены в следующем виде:

$$\Delta G_{\text{доп}} \geq \sum_{i=1}^N v_i n_i \qquad \Delta L_{\text{доп}} \geq \sum_{i=1}^N \tau_i n_i$$

$$\text{где } v_i = \alpha_1 g_i + \mu \alpha_2 l_i^3, \quad \tau_i = \alpha_2 l_i^3$$

Оптимизацию будем проводить методом неопределенных множителей Лагранжа, для чего составим функцию

$$F = \sum_{i=1}^N x_i n_i + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^N q_i^{n_i} - P \right)$$

и, приравняв производные по n_i и λ к нулю, получим

$$\begin{cases} x_i - \lambda q_i^{n_i} \ln q_i = 0; \\ P - \left(1 - \sum_{i=1}^N q_i^{n_i} \right) = 0. \end{cases}$$

Решение этой системы уравнений позволяет найти оптимальное значение

$$n_i = \frac{\ln \left[\frac{(1-P)b_i}{\sum_{i=1}^N b_i} \right]}{\ln q_i}$$

где $b_i = -\frac{x_i}{\ln q_i}$