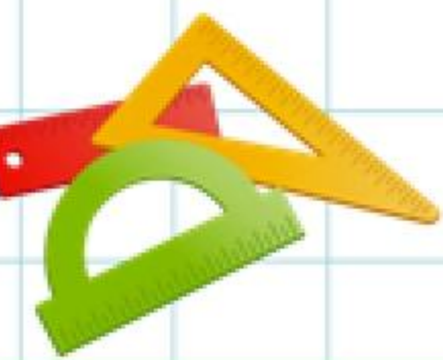
Тема:

Корень *n* -ой степени и его свойства



Цели обучения:

Ознакомитесь с понятием корень *n* -ой степени и арифметического корня *n* -ой степени и его свойствами

$$\sqrt{25} = 5,$$

$$5^2 = 25,$$

Квадратный корень из числа а есть число, квадрат которого равен а.

Определение.

Корнем $\boldsymbol{n}$ – ой $(\boldsymbol{n} \in \boldsymbol{N}, \boldsymbol{n} \neq \mathbf{1})$

из числа $\boldsymbol{a}$ называется такое число

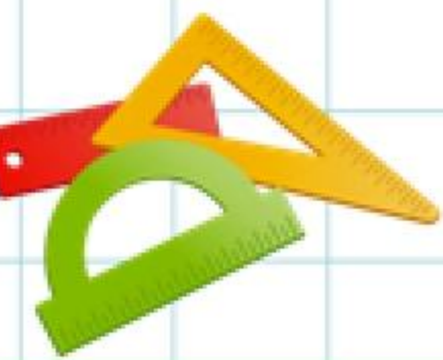
$\boldsymbol{b}, \boldsymbol{n}$ – ая степень которого равна числу $\boldsymbol{a}$.

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{где } a = b^n$$

$\boldsymbol{a}$ – число, находящееся под знаком корня;

n–показатель корня;

b–корень $\boldsymbol{n}$ – ой степени числа$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n} \in \boldsymbol{N})$,



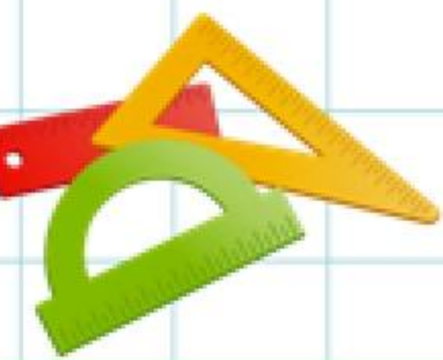
1случай. Пусть **n** – четное число, тогда $b^n = \text{а} \geq 0$, т. е. неотрицательное число, т. к. чётная степень любого числа – неотрицательное число.

Пример. $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2.$

2 случай. Пусть **n** – нечетное число, тогда $b^n = \text{а}$, знаки чисел а и b одинаковые, т. е. корень из положительного числа будет положительным, из отрицательного числа, отрицательное число.

Пример.

1) $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2,$ 2) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4.$

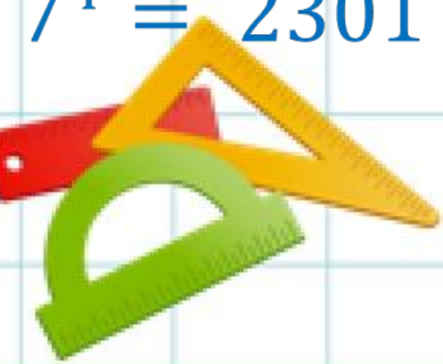


3 случай.

Пусть корень **n** – ой степени из числа $a = x$, тогда по определению получаем уравнение $x^n = a$ (где $a > 0, n \in N, n \neq 1$) в случае четного n имеет два корня: $-\sqrt[n]{a}$ и $\sqrt[n]{a}$ в случае нечетного n – один корень $\sqrt[n]{a}$.

Пример. Числа 7 и -7 являются корнями уравнения $x^4 = 2301$,

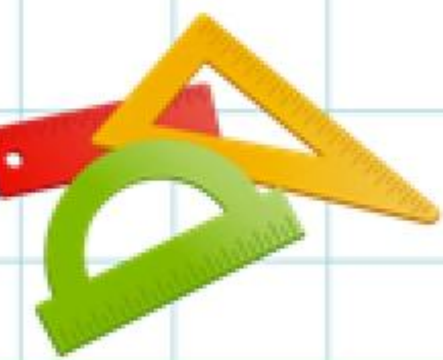
$7^4 = 2301$ и $(-7)^4 = 2301$.



Определение.

Арифметическим корнем ***n*** – ой степени неотрицательного числа ***a*** называется неотрицательное число ***b***, n – ая степень которого равна ***a***.

Для положительных чисел a и b при $n \in N, k \in N$ для корней n – ой и k – ой степени выполняются следующие свойства

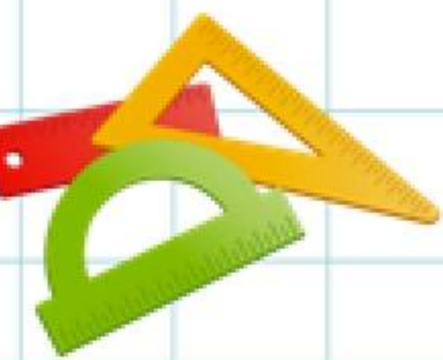


1. Корень *n*-ой степени (*n* = 2, 3, 4) из числа а, при возведении данного числа в *n*-ую степень, есть само число а.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

Пример: 1) $\left(\sqrt[3]{7}\right)^3 = 7;$

$$2)\left(3\sqrt[5]{(-3)}\right)^5 = 3^5 \cdot 3 = 729.$$



2. Корень n-ой степени ($n = 2, 3, 4$) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n-ой степени из этих чисел: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Пример: вычислите $\sqrt[3]{125 \cdot 27}$

Решен
ие:

$$\sqrt[3]{125 \cdot 27} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{27} =$$
$$= 5 \cdot 3 = 15$$

3. Если $a \geq 0$, $b > 0$ и n –натуральное число, большее 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример: вычислите

$$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$$

*Решен
ие:*

$$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$$

4. Если $a \geq 0$, k – натуральное число и n – натуральное число, большее 1, то справедливо равенство:

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: вычислите $(\sqrt{4^5})$

Решение: $(\sqrt{4^5}) = (\sqrt{4})^5 = 2^5 = 32$

5. Если $a \geq 0$ и n, k –натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}$$

Пример: вычислите

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}}$$

Решен
ие:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$$

6. Если $a \geq 0$ и если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение корня не изменится, т.е. $\sqrt[n \cdot p]{a^{k \cdot p}} = \sqrt[n]{a^k}$

Пример: вычислите $\sqrt[6]{64^3}$

Решен ие: $\sqrt[6]{64^3} = \sqrt{64} = 8$

Примеры

Найдите значение выражения:

1) $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$

2) $\sqrt[3]{\dfrac{64}{125}} = \dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

Вынесите множитель из-под знака корня:

- 1) $\sqrt[4]{243b^4}$, b $>$ 0, 2) $\sqrt{45b^6}$,b<0

$$\sqrt[4]{243b^4}=\sqrt[4]{3\cdot 81\cdot b^4}=\sqrt[4]{3\cdot 3^4\cdot b^4}$$
$$=3\text{b}\sqrt{3}.$$

2) $\sqrt{45b^6}=$

$$\sqrt{5\cdot 9\cdot (b^3)^2}=\sqrt{5\cdot 3^2\cdot (b^3)^2}=-3b^3\sqrt{5}.$$

Домашняя работа

1. ***Вычислить:*** $\sqrt[4]{\mathbf{9}} \cdot \sqrt[4]{\mathbf{9}}$
2. ***Вычислить:*** $-\mathbf{2}\sqrt[4]{\mathbf{16}}$
3. ***Вычислить:*** $\sqrt[3]{\mathbf{0,2^3 \cdot 5^6}}$
4. ***Решите уравнение:*** $x^{6} = \mathbf{64}$