

7.3 Контроль динамических систем АО на основе совместных процедур оптимальной фильтрации и сглаживания полетных данных

Используя статистические свойства вектора невязок $\mathbf{v}_{i/N}$, можно построить процедуры контроля и диагностирования ОК по полетным данным.

Правильному функционированию ОК можно поставить в соответствие гауссовский характер вектора невязок $\mathbf{v}_{i/N}$ и допустимые значения диагностического параметра. По аналогии с таким параметром при функциональном контроле ОК в полете (6.7) можно сформировать квадратичную форму для послеполетного анализа состояния ОК по зарегистрированным данным

$$J_{s(i)} = \mathbf{v}_{i/N}^T \Delta P_i^{-1} \mathbf{v}_{i/N} \quad (7.12)$$

где $\Delta P_i = P_{i/i} + P_{(i/i+1)N}$ ковариационная матрица для вектора невязок $\mathbf{v}_{i/N}$.

При правильном функционировании ОК, соответствующем гауссовскому распределению невязок $v_{i/N} \in N(0, \Delta P_i)$, квадратичная форма должна иметь распределение с n степенями свободы

$$J_{s(i)} \in \chi^2(n, 2n) \quad (7.13)$$

где n – размерность вектора невязок, совпадающая в данном случае с размерностью вектора состояния ОК.

С учетом статистических свойств распределения и правила могут быть сформированы необходимые условия правильного функционирования ДС, т.е. отсутствия сбоев и отказов,

$$J_{s(i)} \leq \gamma_n^2 = M[J_{s(i)}] + 3\sqrt{D[J_{s(i)}]} = n + 3\sqrt{2n} \quad (7.14)$$

Условие (7.14) характеризует состояние ДС в целом. На

практике, однако, возникает необходимость локализации места нарушения, т.е. решения задачи диагностирования.

7.4 Диагностирование динамических систем АО на основе совместных процедур оптимальной фильтрации и сглаживания полетных данных

В многомерных динамических системах решение задачи диагностирования может быть сведено к определению того элемента вектора состояния (ВС) ОК, с которым наиболее вероятно связано нарушение. Для построения процедуры диагностирования с глубиной до элемента ВС необходимо выполнить декомпозицию как вектора невязок, так и связанного с ним диагностического параметра (7.12). Это может быть реализовано на основе следующего ортогонального разложения ковариационной матрицы ΔP_i , т.е. разложения, сохраняющего норму данной матрицы,

$$\Delta P_i = \Delta U_i \Delta D_i \Delta U_i^T \quad (7.15)$$

где ΔU_i – верхняя треугольная матрица с единичными диагональными элементами; ΔD_i – диагональная матрица.

С учетом предварительного разложения ковариационной матрицы (7.15) квадратичную форму (7.12) можно представить в следующем виде:

$$J_{s(i)} = \mathbf{v}_{i/N}^T \Delta U_i^{-T} \Delta D_i^{-1} \Delta U_i^{-1} \mathbf{v}_{i/N} = \tilde{\mathbf{v}}_{i/N}^T \Delta D_i^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_{i/N} = \sum_{k=1}^n \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{i/N(k)}^2}{\Delta D_{i(kk)}} \quad (7.16)$$

где $\tilde{\mathbf{v}}_{i/N} = \Delta U_i^{-1} \mathbf{v}_{i/N}$, $\Delta U_i^{-T} = (\Delta U_i^{-1})^T$

– k - й элемент вектора ;

– k - й диагональный элемент матрицы

$\tilde{\mathbf{v}}_{i/N(k)}$

$\tilde{\mathbf{v}}_{i/N}$

$\Delta D_{i(kk)}$

ΔD_i

На основе декомпозиции (7.16) обобщенного параметра (7.12) и с учетом соотношения (7.14) может быть сформировано необходимое условие правильного функционирования многомерного ОК по k -му элементу вектора состояния

$$J_{s(i/k)} = J_{s(i/k-1)} + \frac{\tilde{v}_{i/N(k)}^2}{\Delta D_{i(kk)}} \leq \gamma_k^2 = k + 3\sqrt{2k} \quad (7.17)$$

где $J_{s(i/k-1)} = \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\tilde{v}_{i/N(j)}^2}{\Delta D_{i(jj)}}$ – эквивалентная запись рекуррентной процедуры;

$$J_{s(i/0)} = 0 \quad k = \overline{1, n}$$

Невыполнение условия (7.17) сигнализирует о наличии нарушений в ОК по k -му элементу вектора состояния. Для распознавания кратковременных сбояв на фоне внезапных или постепенных отказов могут быть использованы свойства статистики Фишера $F_{s(i/k)}$. В задачах контроля и диагностирования указанная статистика определяется как отношение реальной $\Delta\hat{D}_{i(kk)}$ и прогнозируемой $\Delta D_{i(kk)}$ дисперсий невязок $\tilde{v}_{i/N(k)}$ в k -м канале наблюдений.

$$F_{s(i/k)} = \frac{\Delta \hat{D}_{i(kk)}}{\Delta D_{i(kk)}} \quad (7.18)$$

где

$$\Delta \hat{D}_{i(kk)} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [\tilde{v}_{i/N(k/j)} - \bar{v}_{i/N(k)}]^2$$

$$\bar{v}_{i/N(k)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tilde{v}_{i/N(k/j)}$$

Статистика $F_{s(i/k)}$ отражает техническое состояние ОК в i -й момент времени по k -му элементу ВС на заданном временном интервале, включающем N наблюдений.

Правильному функционированию ОК (отсутствие отказов) можно поставить в соответствие гауссовское распределение невязки $\tilde{v}_{i/N(k)}$ и ϑ^2 распределение статистики Фишера, а именно:

если $\tilde{v}_{i/N(k)} \in N\{0, \Delta D_{i(kk)}\}$,

то $F_{s(i/k)} \in \mathfrak{F}^2(a, b)$, (7.19)

где $a = M[F_{s(i/k)}] = \frac{N}{N-2}$; $b = D[F_{s(i/k)}] = \frac{4N(N-1)}{(N-2)^2(N-4)}$

N – количество данных, используемых для вычисления дисперсии $\Delta \hat{D}_{i(kk)}$ на скользящем временном интервале.

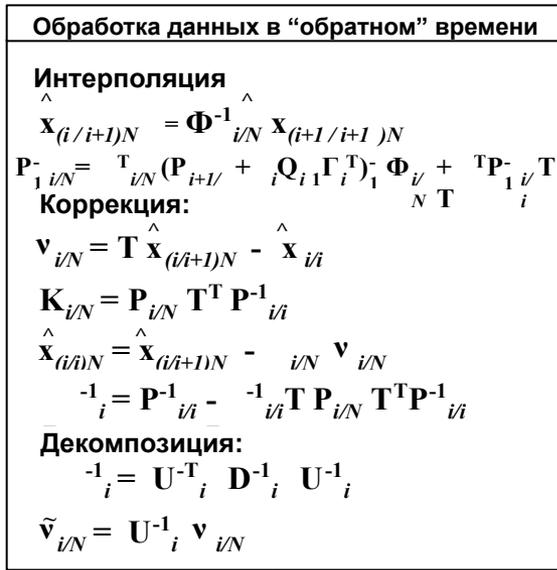
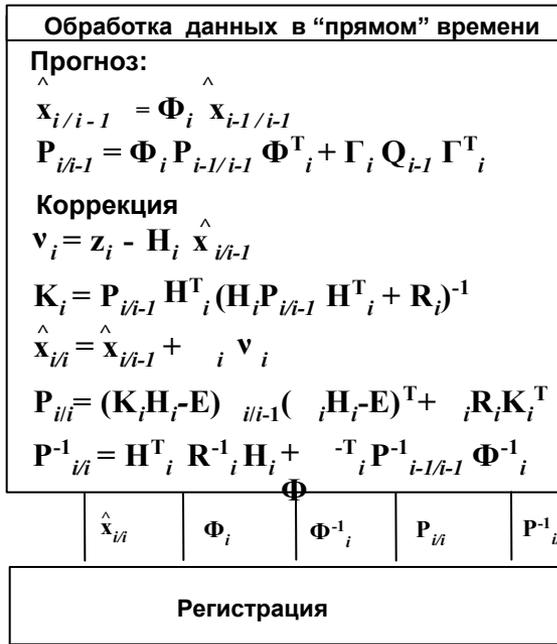
С учетом свойств статистики Фишера (7.19) и правила может быть сформировано необходимое условие работоспособного состояния (отсутствие отказов) динамической системы по k - му элементу ВС

$$F_{s(i/k)} \leq \eta_1^2 = M[F_{s(i/k)}] + 3\sqrt{D[F_{s(i/k)}]} = a + 3\sqrt{b}$$

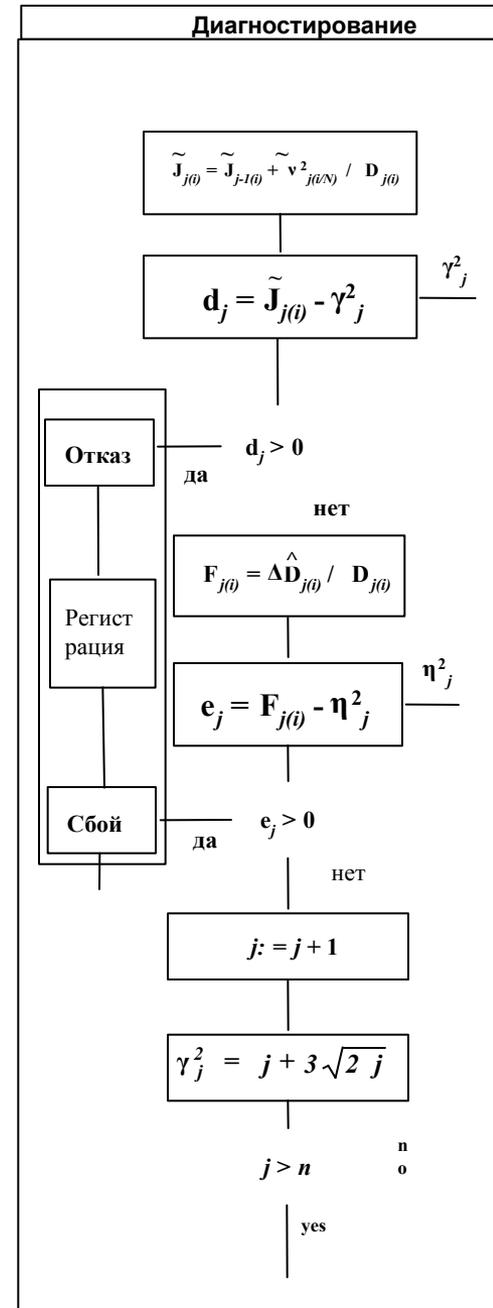
С учетом свойств статистики Фишера (6.27) и правила 3σ может быть сформировано необходимое условие работоспособного состояния (отсутствие отказов) динамической системы по k -му элементу ВС

$$F_{s(i/k)} \leq \eta_1^2 = M[F_{s(i/k)}] + 3\sqrt{D[F_{s(i/k)}]} = a + 3\sqrt{b} \quad (7.20)$$

Технология диагностирования динамических систем ОК на основе совместных процедур оптимальной фильтрации и сглаживания полетных данных представлена на рисунке.



$\tilde{v}_{i/N}; D_i; \tilde{J}_{0(i)}=0; j=1$

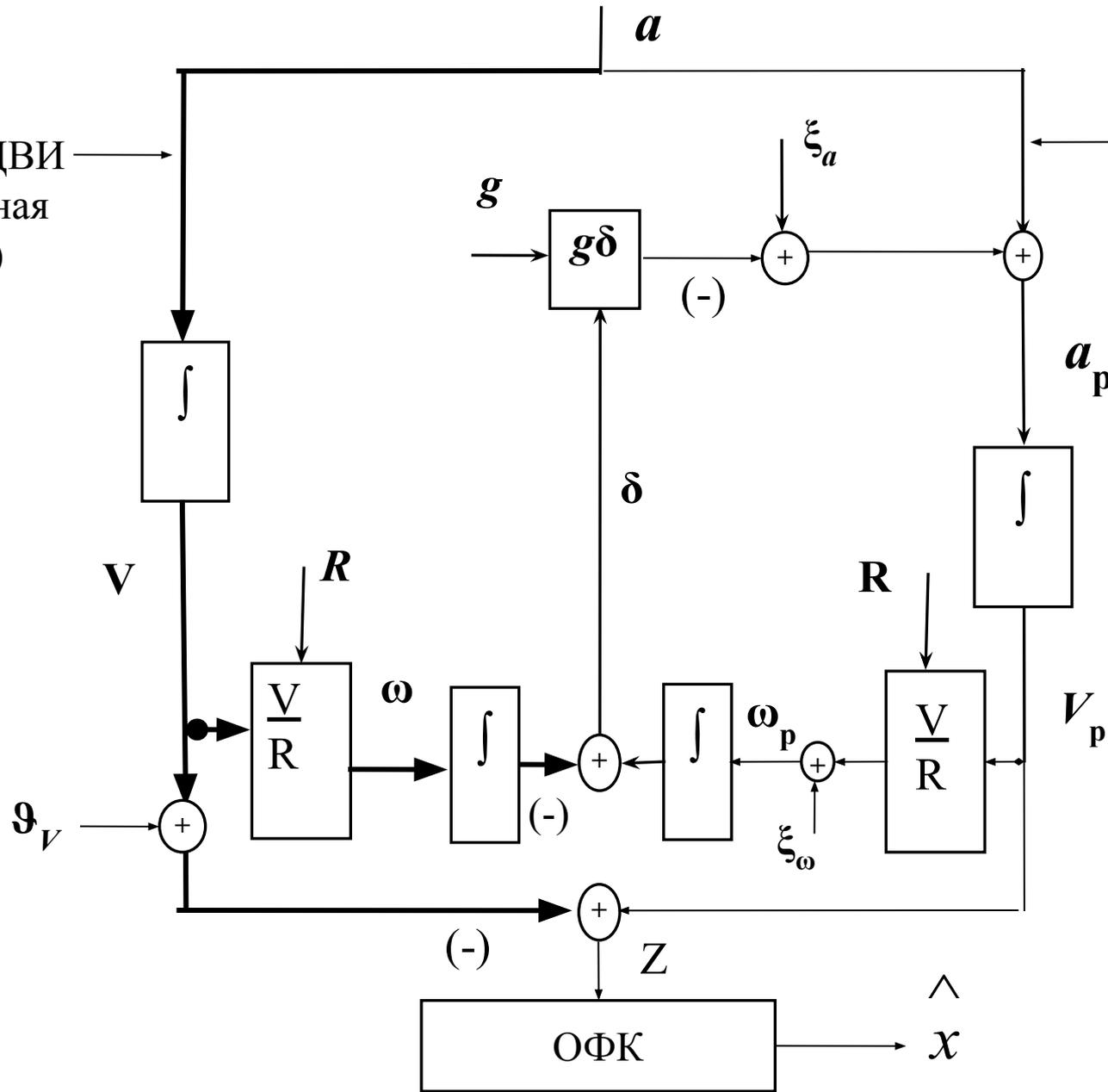


$i:=i-1$

7.5 Диагностирование одноканальной ИНС на основе совместных процедур оптимальной фильтрации и сглаживания

Контур ДВИ
(эталонная
ИНС)

Контур
интегральной
коррекции для
реальной ИНС



Стохастическая математическая модель одноканальной ИНС

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + G(t)\xi(t)$$

$x = [\Delta V \ \delta \ \Delta a \ \Delta \omega]^T$ - вектор ошибок ИНС

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & -g & 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_\omega} \end{bmatrix}$$

$z(t) = V_{\text{ИНС}}(t) - V_{\text{ДВИ}}(t) = H(t)x(t) + \vartheta(t)$ - наблюдение и его модель

$H(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ - матрица связи наблюдения с вектором ошибок ИНС

Модель ошибок получена на основе детерминированной модели с учетом моделей инструментальных ошибок акселерометра $\Delta a(t)$ и гироскопа $\Delta \omega(t)$

$$\Delta \dot{a}(t) = -\tau_a^{-1} \Delta a(t) + \xi(t) \sigma_a \sqrt{2/\tau_a} \quad \xi(t) \in N(0,1)$$

$$\Delta \dot{\omega}(t) = -\tau_\omega^{-1} \Delta \omega(t) + \xi(t) \sigma_\omega \sqrt{2/\tau_\omega}$$

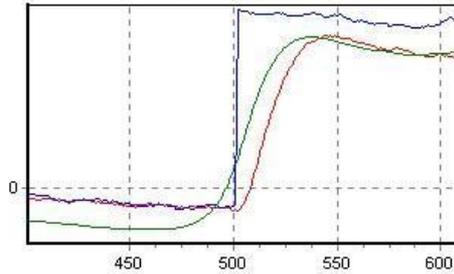
где τ_a ; τ_ω - время корреляции ошибок; σ_a ; σ_ω - среднеквадратические значения ошибок

Имитируется отказ акселерометра на 500-й секунде. Такой отказ косвенно проявляется в процессе фильтрации по каналу скорости, когда обобщённый параметр $\beta_V^2 = v_V^2 / \alpha_j$ превышает допуск. При послеполетной обработке зарегистрированных оценок и диагностировании по алгоритму 7.16, представленному на рисунке из темы 7, определяется, какой из чувствительных элементов ИНС: акселерометр или гироскоп наиболее вероятно привел к нарушению. На рисунках 7.2 и 7.3 показана динамика изменения оценок соответственно смещения выходного сигнала акселерометра и дрейфа гироскопа при обработке наблюдений скорости в «прямом времени» (в полете) и уточнении указанных оценок в «обратном времени» (после полета) по наблюдению

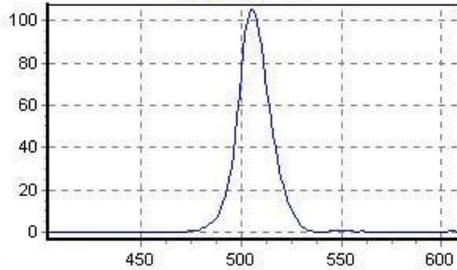
$$v_{i/N} = \hat{x}_{(i/i+1)N} - \hat{x}_{i/i}$$

Акселерометр $a_x, \text{м/с}^2$

Ошибка и оценки фильтрации и сглаживания



Критерий χ^2



Критерий ϑ^2

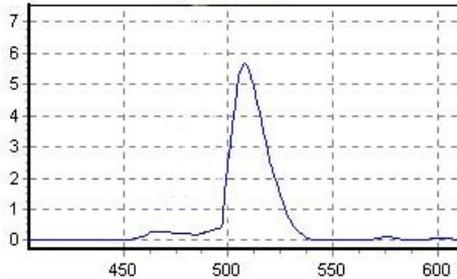
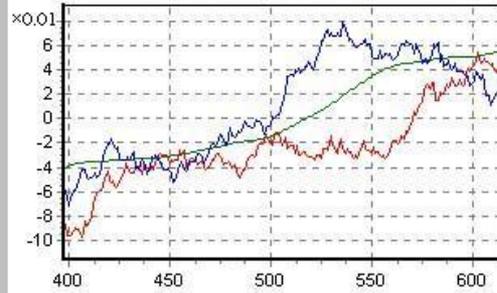


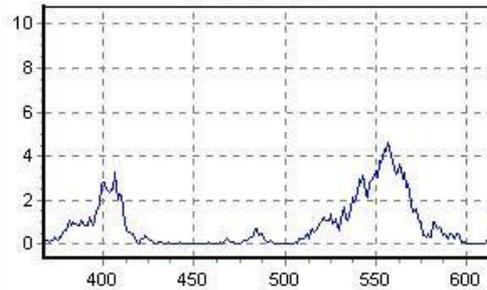
Рисунок 7.2

Гироскоп $w_x, \text{°/ч}$

Ошибка и оценки фильтрации и сглаживания



Критерий χ^2



Критерий ϑ^2

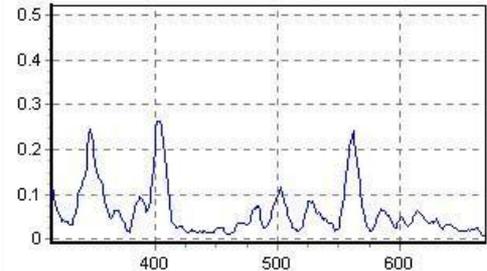
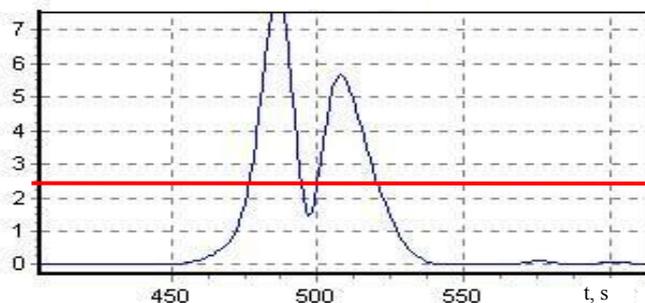
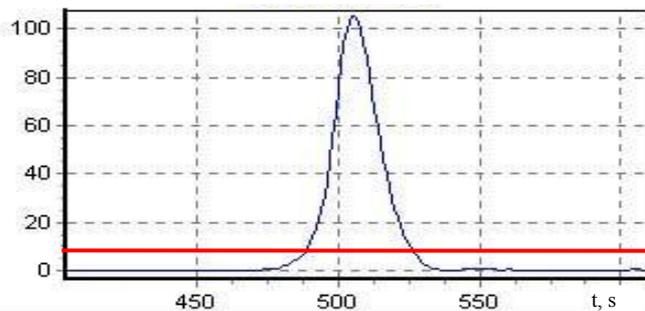
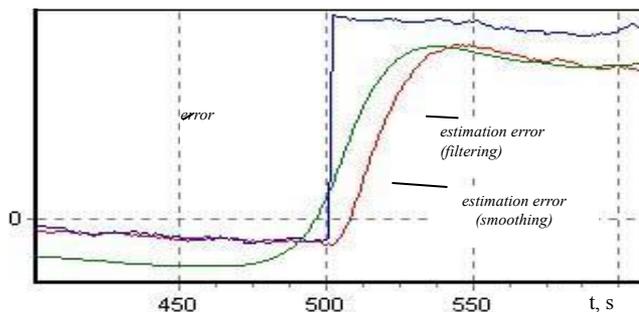


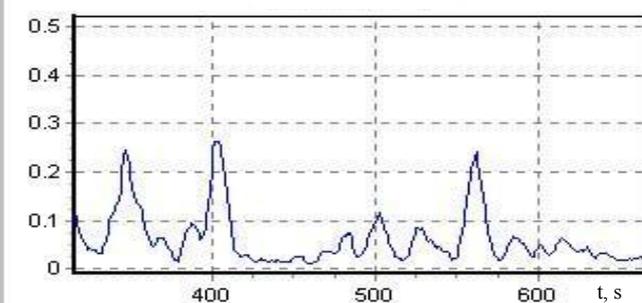
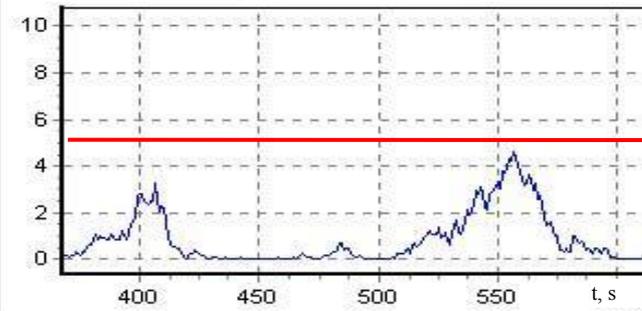
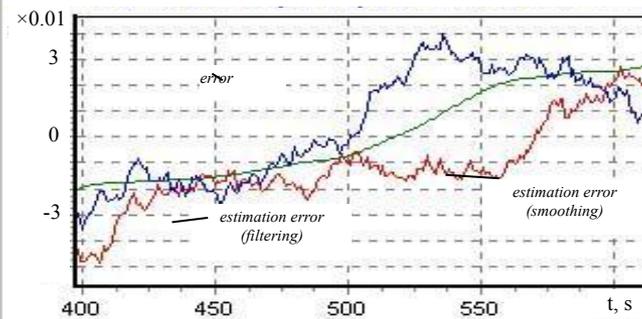
Рисунок 7.3

Оценка параметров состояния, контроль и диагностика БИНС

Акселерометр $a_x, \text{m/s}^2$



Гироскоп $w_x, \text{°/h}$



При послеполетном диагностировании отказавший акселерометр локализуется при превышении допусков обобщенными параметрами J_{Saj} (критерий χ^2) и F_{Saj} (критерий ϑ^2) (см. рис. 7.2), которые формируются по невязке \tilde{v}_{Sj} . Можно также видеть (см. рисунок 7.3), что отказ акселерометра несущественно повлиял на изменение диагностических параметров $J_{S\omega j}$ и $F_{S\omega j}$, характеризующих состояние гироскопа ω_x .

Таким образом, комбинированная обработка наблюдений в «прямом» и «обратном» времени позволяет решать задачи контроля и диагностирования с глубиной до элемента вектора ошибок динамической системы, какой является, например, ИНС.

Методика выполнения КДЗ-3

Дано: оценка вектора состояния ОК, полученная соответственно в процессе фильтрации и сглаживания наблюдений, равны

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}_{i/i} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}_{i/N} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Выполнить: контроль и диагностирование объекта по критерию χ^2 , если ковариационная матрица ошибок формирования диагностического параметра имеет вид

$$\Delta P_{i/i}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Методика решения

1. $\mathbf{v}_{i/N} = \hat{\mathbf{x}}_{(i/i+1)N} - \hat{\mathbf{x}}_{i/i}$

2. $\tilde{\mathbf{v}}_{i/N} = \Delta U_i^{-1} \mathbf{v}_{i/N}$

3. $J_{S(i)} = \tilde{\mathbf{v}}_{i/N}^T \Delta D_i^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_{i/N}$

4. $J_{S(i)} \stackrel{?}{>} \gamma_n^2$
 $\quad \quad \quad <$

5. $J_{s(i/k)} = J_{s(i/k-1)} + \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{i/N(k)}^2}{\Delta D_{i(kk)}} \leq \gamma_k^2 = k + 3\sqrt{2k}$