

Системы счисления

Лямин Андрей Владимирович

Область исследований информатики

Термином информатика обозначают совокупность дисциплин, изучающих свойства информации, а также способы представления, накопления, обработки и передачи информации с помощью технических средств. В англоязычных странах применяют термин *computer science* - компьютерная наука.

Понятие информации

Информация - совокупность сведений об окружающем мире, являющихся объектом хранения, передачи и преобразования.

Термин информация ведет свое происхождение от латинского слова **informatio**, означающего разъяснение, изложение, осведомленность.

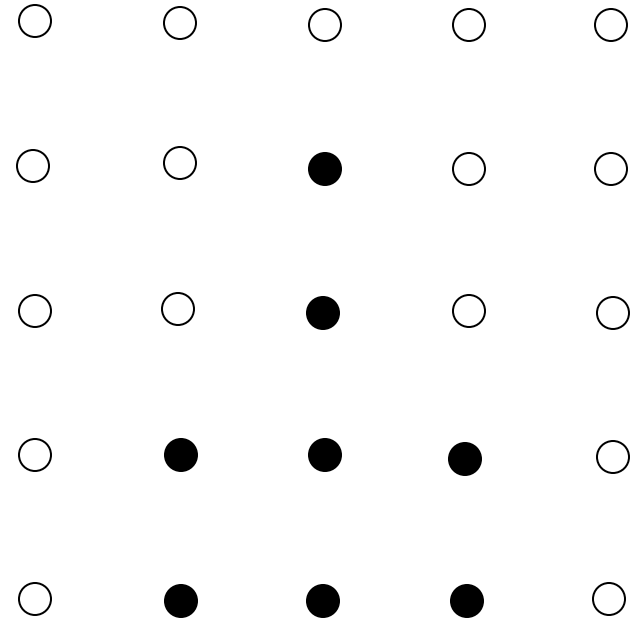
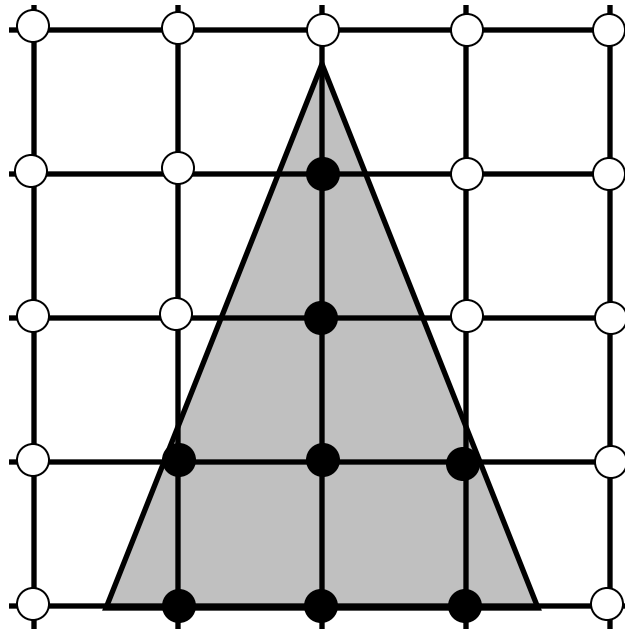
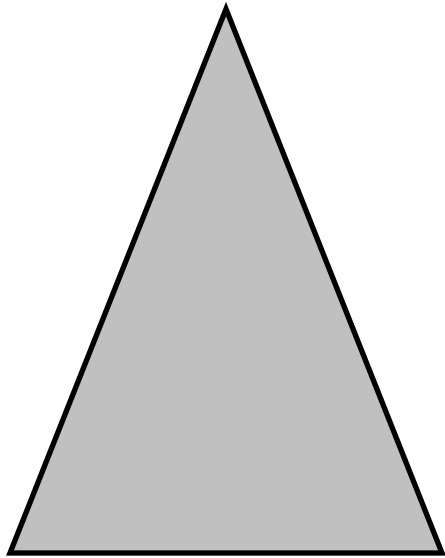
Информация способствует увеличению знаний людей об окружающем мире. Окружающий мир познается в процессе получения информации.

Формы информации

Непрерывные формы содержат информацию, воплощенную в образах (зрительных, слуховых)

К дискретным формам относятся те, в которых информация представляется с помощью конечного множества различных знаков, например, текст, математическая формула, блок-схема алгоритма

Взаимосвязь форм представления



Количество информации

Количество информации I , характеризующей состояние, в котором пребывает объект, можно определить, используя формулу Шеннона:

$$I = - (p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + \dots + p_n \log_2 p_n).$$

Пример 1:

Допустим, что текст строится на основе 64 символов, и частота появления каждого из них одинакова, т.е. все символы равновероятны. Тогда количество информации в одном символе будет равно:

$$I = \log_2 (64) = 6 \text{ бит.}$$

Документы

- ГОСТ 8.417-2002
- МЭК 60027-2

Измерения в битах

Десятичная приставка			Двоичная приставка		
Название	Символ	Степень	Название	Символ	Степень
килобит	kb	10^3	кибибит	Kibit	2^{10}
мегабит	Mb	10^6	мебибит	Mibit	2^{20}
гигабит	Gb	10^9	гибибит	Gibit	2^{30}
терабит	Tb	10^{12}	тебибит	Tibit	2^{40}

Измерения в байтах

Десятичная приставка			Двоичная приставка		
Название	Символ	Степень	Название	Символ	Степень
килобайт	kB	10^3	кибибайт	KiB / Кбайт / КБ	2^{10}
мегабайт	MB	10^6	мебибайт	MiB / Мбайт / МБ	2^{20}
гигабайт	GB	10^9	гибибайт	GiB / Гбайт / ГБ	2^{30}
терабайт	TB	10^{12}	тебибайт	TiB	2^{40}

Ошибки неверного использования приставок

Символ	Реальное значение	Ложное значение	Ошибка
kB	10^3	2^{10}	2.40%
MB	10^6	2^{20}	4.86%
GB	10^9	2^{30}	7.37%
TB	10^{12}	2^{40}	9.95%

Кодирование информации

Кодирование информации - это процесс формирования определенного представления информации.

В более узком смысле под термином "кодирование" часто понимают переход от одной формы представления информации к другой, более удобной для хранения, передачи или обработки.

Системы счисления

Система счисления - это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков (цифр). Существуют позиционные и непозиционные системы счисления.

Основание системы счисления

Основание позиционной системы счисления

- это количество различных знаков или символов, используемых для изображения цифр в данной системе.

$$a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + \dots + a_{-m}q^{-m}$$

Основные соотношения

- $q^n - 1$ — максимальное целое число
- $q^n - q^{-m}$ — максимальное вещественное число
- q^{-m} — минимальное значащее число
- q^{n+m} — кол-во различных чисел

Основные позиционные системы счисления

- двоичная (используются цифры 0, 1);
- восьмеричная (используются цифры 0, 1, ..., 7);
- шестнадцатеричная (для первых целых чисел от нуля до девяти используются цифры 0, 1, ..., 9, а для следующих чисел – от десяти до пятнадцати – в качестве цифр используются символы A, B, C, D, E, F).

Преимущества двоичной системы

- для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;
- возможно применение аппарата булевой алгебры для выполнения логических преобразований информации;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему и обратно

- $725_8 = 111\ 010\ 101_2$
- $AF_{16} = 1010\ 1111_2$
- $10011_2 = 23_8$
- $10011_2 = 13_{16}$

Перевод целых десятичных чисел в систему с основанием q

25		2					
24		12	2				
1		12	6	2			
		0	6	3	2		
			0	2	1	2	
				1	0	0	
					1		

$$25_{10} = 11001_2$$

Перевод правильной десятичной дроби в систему счисления с основанием q

0	75
	2
1	5
	2
1	0

$$0.75_{10} = 0.11_2$$

Дополнительный код чисел

Дополнением M n -разрядного целого числа K называется разность

$$M = q^n - K,$$

где q - основание системы счисления.

- $[0, q^n/2-1]$ – положительные числа
- $[q^n/2, q^n-1]$ – отрицательные числа
- $[0, q^n-1]$ – числа в дополнительном коде

Вычисление дополнений

$$M = [[q^n - 1] - K] + 1$$

Алгоритм:

- Получить инверсию заданного числа
[заменить все цифры 0 на 1, а все цифры 1 заменить на 0]
- Добавить 1 к инверсии заданного числа

Пример 2:

101101010111_2

- 010010101000_2
- 010010101001_2

Вещественные числа

Любое число N в системе счисления с основанием q можно записать в виде $N = Mq^p$, где M называется мантиссой числа, а p - порядком. Такой способ записи чисел называется **представлением с плавающей точкой**.

Мантисса должна быть правильной дробью, первая цифра которой отлична от нуля:

$$M \in [q^{-1}, 1).$$

Пример 3:

$$10101.101 = 0.10101101 \cdot 2^{101}$$