



Понятие логарифма. Свойства логарифмов.

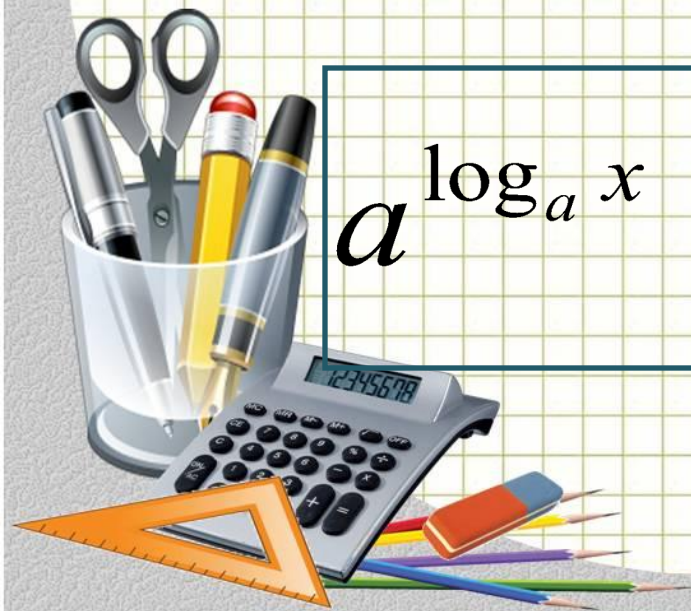




Определение логарифма.

Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$a^{\log_a x} = x, a > 0, x > 0, a \neq 1$$



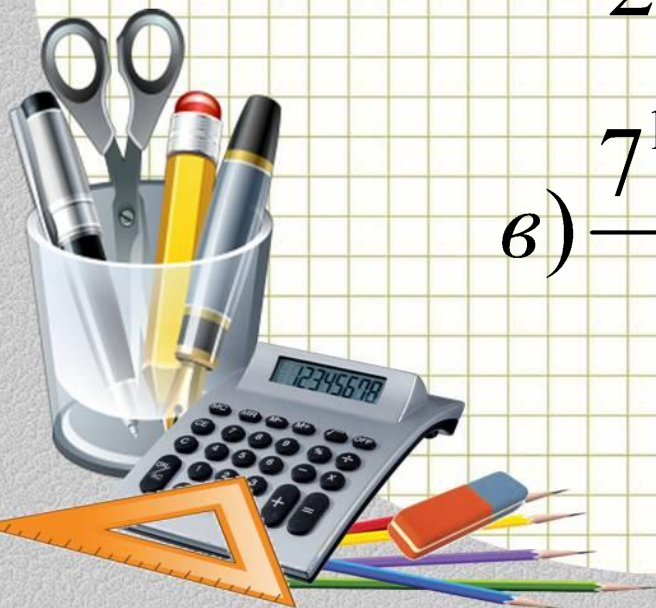


$$a^{\log_a x} = x$$

$$a) 2^{\log_2 13} = 13$$

$$б) \frac{70}{2^{\log_2 5}} = \frac{70}{5} = 14$$

$$в) \frac{7^{\log_7 13}}{52} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0,25$$



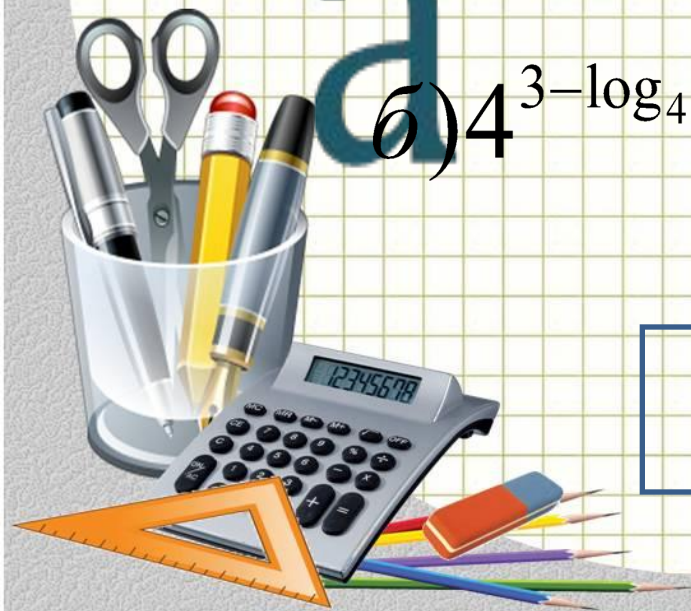
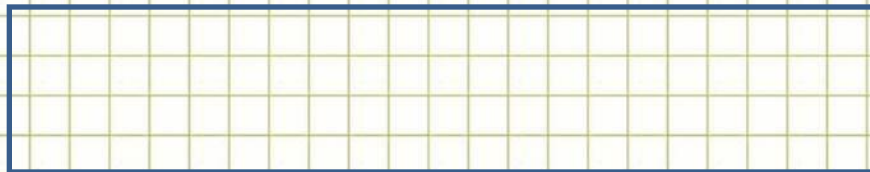


$$a^{\log_a x} = x$$

- $a) 2^{3+\log_2 9} = 2^3 \cdot 2^{\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$b) 4^{3-\log_4 32} = 4^3 : 4^{\log_4 32} = 64 : 32 = 2$$





Вычислите:

$$a) 4^{\log_4 7}$$

$$б) 3^{2+\log_3 11}$$

$$в) 10^{3-\lg 40}$$

$$г) -5 \cdot 2^{\log_2 7}$$

$$д) \frac{5^{\log_5 6}}{48}$$

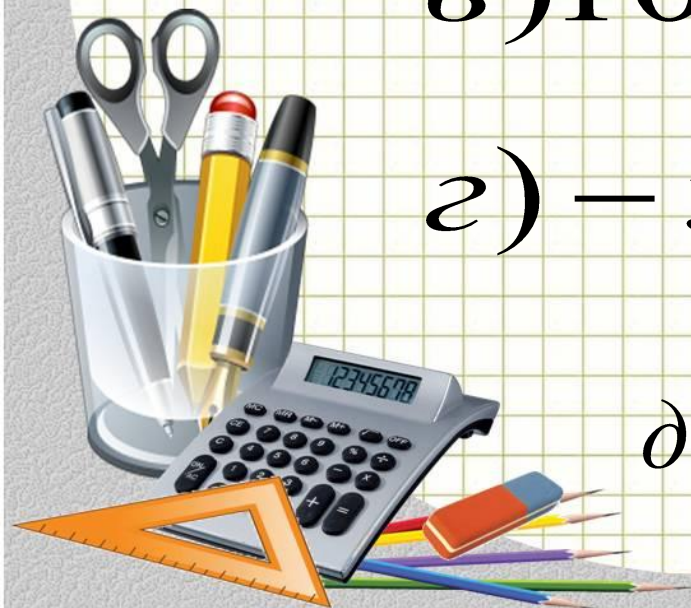
$$a) 7$$

$$б) 99$$

$$в) 25$$

$$г) -35$$

$$д) 0,125$$





Виды логарифмов

Обыкновенные

Натуральные

Десятичные





Обыкновенные логарифмы:

$$\log_2 7$$

Читается:
«логарифм 7 по
основанию 2»

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$a^{\log_a x} = x$$





Натуральные логарифмы:

$$\log_e 5 = \ln 5$$

Читается:
«натуральный
логарифм 5»

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln x} = x$$





Десятичные логарифмы:

$$\log_{10} 3 = \lg 3$$

Читается:
«десятичный
логарифм 3»

$$\lg 1 = 0$$

$$\lg 10 = 1$$

$$10^{\lg x} = x$$

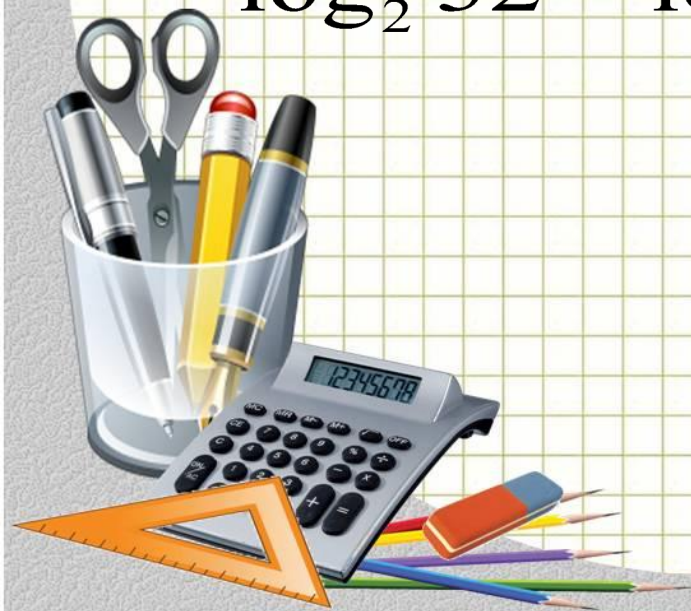




Свойства логарифмов

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x, a > 0, x > 0, a \neq 1$$

$$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \cdot \log_2 2 = 5 \cdot 1 = 5$$

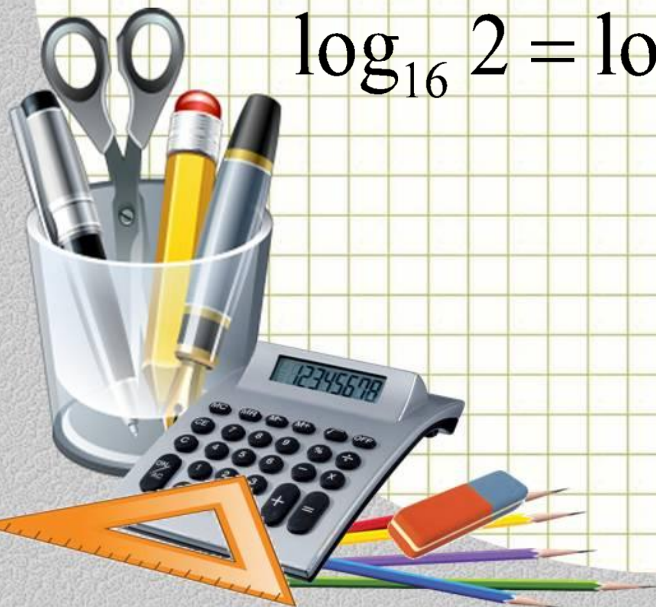




Свойства логарифмов

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_a x, a > 0, x > 0, a \neq 1$$

$$\log_{16} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4} \log_2 2 = \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4} = 0,25$$





Свойства логарифмов

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y),$$
$$a > 0, x > 0, y > 0, a \neq 1$$

т. е. логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей (взятых по тому же основанию).

$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$$

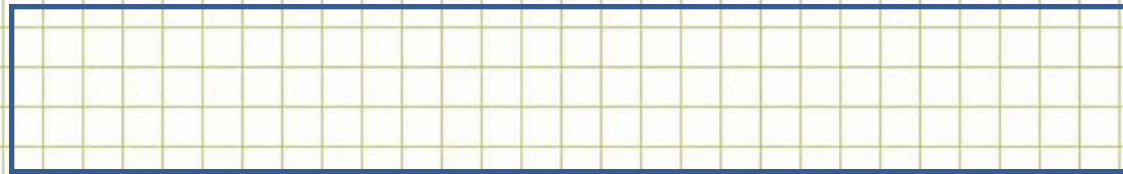




$$a^{\log_a x} = x$$

$$\begin{aligned} a) \log_{12} 4 + \log_{12} 36 &= \log_{12} (4 \cdot 36) = \\ &= \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2 \log_{12} 12 = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \log_{225} 3 + \log_{225} 5 &= \log_{225} 15 = \\ &= \log_{15^2} 15 = \frac{1}{2} \log_{15} 15 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} = 0,5 \end{aligned}$$





Вычислите:

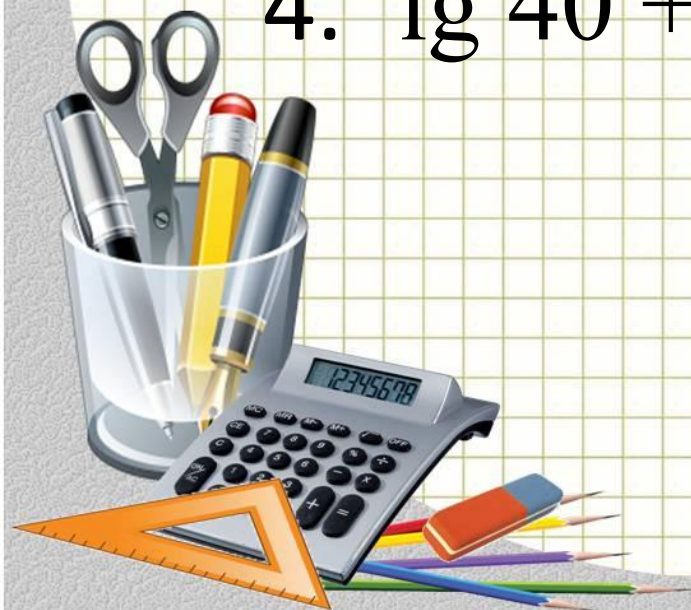
1. $\log_{18} 2 + \log_{18} 9$

2. $\log_4 8 + \log_4 32$

3. $\log_{32} 2 + \log_{32} 2$

4. $\lg 40 + \lg 25$

- 1) 1
- 2) 4
- 3) 0,2
- 4) 3





Свойства логарифмов

•

$$a^{\log_a x} = x$$





Свойства логарифмов

•

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_3 \frac{1}{7} = -\log_3 7$$



$$a^{\log_a x} = x$$

•

$$a) \log_3 \frac{1}{81} = -\log_3 81 = -\log_3 3^4 = -4 \log_3 3 = -4 \cdot 1 = -4$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$b) \log_3 11 - \log_3 \frac{11}{27} = \log_3 \left(11 : \frac{11}{27} \right) =$$

$$= \log_3 \left(11 \cdot \frac{27}{11} \right) = \log_3 27 =$$

$$= \log_3 3^3 = 3 \log_3 3 = 3 \cdot 1 = 3$$





Вычислите:

1. $\log_6 216 - \log_6 36$

2. $\log_3 243 - \log_3 27$

3. $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$

4. $\log_2 64 - \log_2 4$

1) 1

2) 2

3) -1

4) 4





Свойства логарифмов

•

$$\log_a x = x$$
$$\log_{11} 3 \cdot \log_3 11 = 1$$





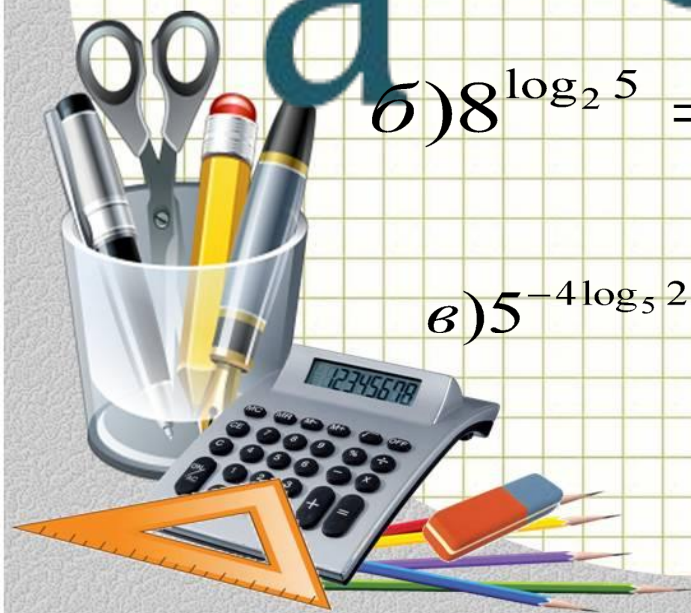
$$a^{\log_a x} = x$$

- $a) \log_3 5 \cdot \log_5 9 = \log_3 5 \cdot \log_5 3^2 = 2 \log_3 5 \cdot \log_5 3 = 2 \cdot 1 = 2$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$b) 8^{\log_2 5} = 2^{3 \log_2 5} = 2^{\log_2 5^3} = 5^3 = 125$$

$$c) 5^{-4 \log_5 2} = 5^{\log_5 2^{-4}} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$





Вычислите:

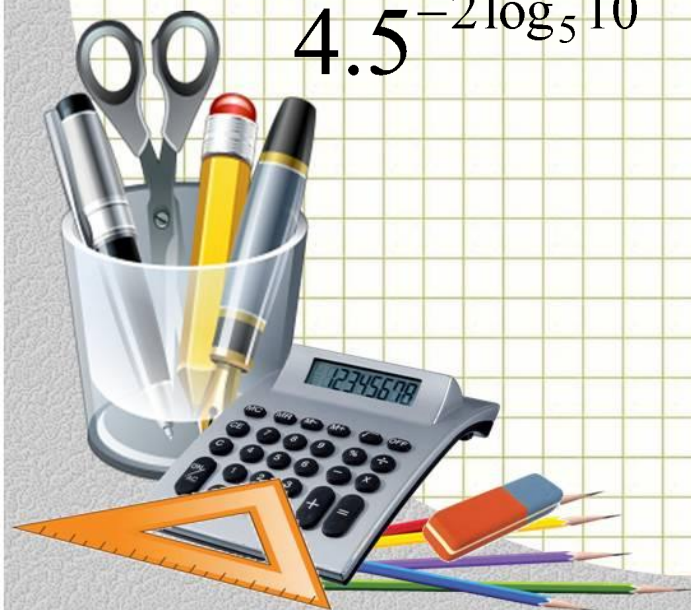
1. $\log_2 7 \cdot \log_7 8$

2. $\log_5 11 \cdot \log_{11} 625$

3. $81^{\log_3 2}$

4. $5^{-2\log_5 10}$

- 1) 3
- 2) 4
- 3) 16
- 4) 0,01





Примеры

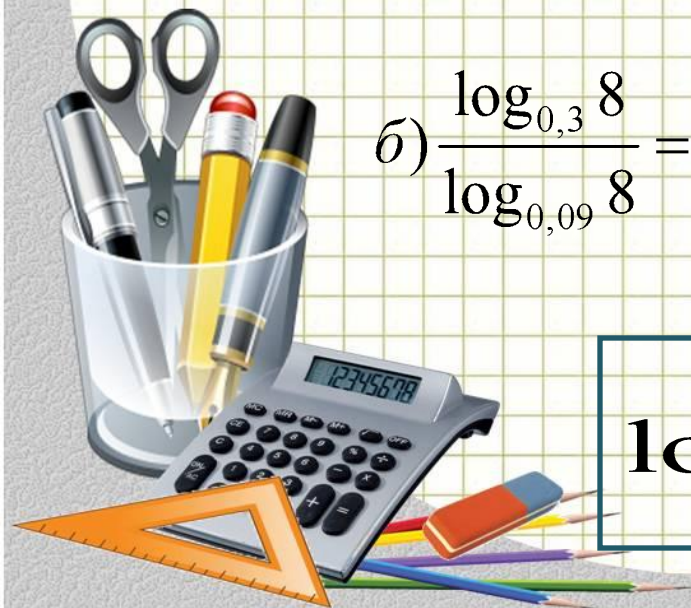
$$a) \frac{\ln 216}{\ln \sqrt[4]{6}} = \frac{\ln 6^3}{\ln 6^{\frac{1}{4}}} = \frac{3 \ln 6}{\frac{1}{4} \ln 6} = \frac{3}{\frac{1}{4}} = 3 \cdot \frac{4}{1} = 12$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$б) \frac{\log_{0,3} 8}{\log_{0,09} 8} = \frac{\log_{0,3} 8}{\log_{0,3^2} 8^2} = \frac{\log_{0,3} 8}{\frac{1}{2} \log_{0,3} 8} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 : \frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$$

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_a x$$





Вычислите:

$$1. \frac{\lg 100}{\lg \sqrt[6]{10}}$$

$$2. \frac{\log_{0,2} 125}{\log_{0,2} 5}$$

$$3. \frac{\log_5 81}{\log_5 9}$$

$$4. \frac{\log_{\frac{1}{2}} 7}{\log_{\frac{1}{2}} 49}$$

- | | |
|----|-----|
| 1) | 12 |
| 2) | 3 |
| 3) | 2 |
| 4) | 0,5 |





Справочная информация.

Логарифм

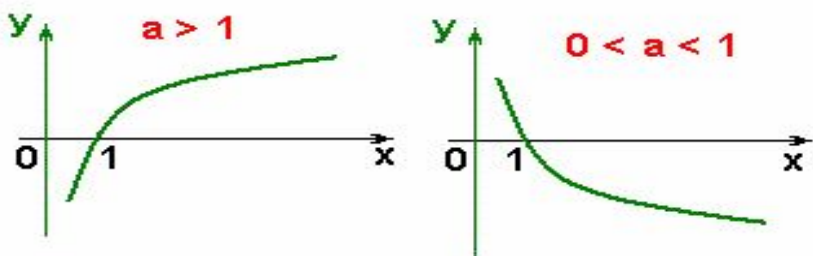
$$\log_a x = b, \text{ если } a^b = x$$

$$\log_a a^b = b$$

$$a^{\log_a x} = x$$

Логарифмическая функция

$$y = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$$



$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$e = 2,71828...$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$e^{x \ln a} = a^x$$

$$\ln e^x = x$$

Свойства

$$1) \log_a x y = \log_a x + \log_a y$$

$$2) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$3) \log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

$$4) \log_a 1 = 0$$

$$5) \log_a a = 1$$

$$6) \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$7) \log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}$$

$$8) \log_{\left(\frac{1}{a}\right)^n} a^m = -\frac{m}{n}$$

$$9) \log_{a^n} \left(\frac{1}{a}\right)^m = -\frac{m}{n}$$

$$10) \log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

