

Занятие 2



- **Связь поляризованности диэлектрика в электростатическом поле с плотностью связанных зарядов**
- **Теорема Гаусса для поля D вектора**
- **Тангенциальные составляющие вектора электрического смещения и напряжённости электрического поля на границе раздела диэлектриков**
- **Нормальные составляющие вектора электрического смещения, напряжённости и поляризованности на границе раздела диэлектриков**
- **Ауд.: Иродов И.Е. Задачи по общей физике.**
- **М.: Бином, 1998÷2010. №№ 2.32, 2.33, 2.93, 2.96**

[illegible]

1

поверхностях диэлектрика: $\sigma' = P_n$,



где P_n - проекция на внешнюю n нормаль к поверхности диэлектрика P вектора поляризованности. Для правой поверхности диэлектрика проекция P_n на внешнюю n_2 нормаль к поверхности диэлектрика вектора P поляризованности **положительна**, вследствие этого $\sigma'_+ > 0$. Для левой поверхности диэлектрика проекция P_n на внешнюю n_1 нормаль к поверхности диэлектрика вектора P поляризованности **отрицательна**, вследствие этого $\sigma'_- < 0$. Связанный заряд на поверхности ΔS площадью диэлектрика при условии его нахождения во внешнем электрическом поле с E вектором напряжённости:

$$\Delta q' = P \Delta S \cos \alpha = P n \Delta S, \quad (1)$$

где n - нормаль к поверхности диэлектрика; P - вектор поляризованности диэлектрика и α - угол между n и P .

Теорема Гаусса для вектора поляризованности диэлектрика

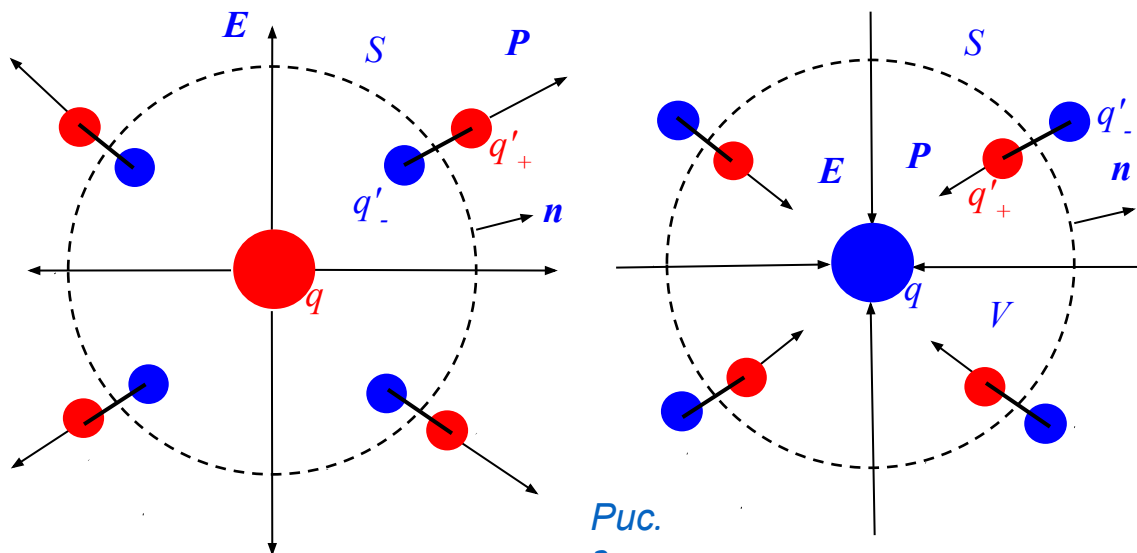


Рис.

диэлектрика пройдет связанный q' заряд:

$$q' = - \oint\limits_{(S)} dq' = - \oint\limits_{(S)} Pn dS = - \Phi', \quad (2)$$

где знак связанного q' заряда (q'_+ или q'_-) определяется

знаком Pn скалярного произведения вектора P

поляризованности и внешней n нормали к поверхности диэлектрика.



Дивергенция (div) от $\mathbf{P}$ вектора поляризованности диэлектрика в прямоугольной декартовой системе координат:

$$= -\Delta \mathbf{P} = -\text{div} \mathbf{P} = -[(\partial P_x / \partial x) + (\partial P_y / \partial y) + (\partial P_z / \partial z)], \quad (3) \quad \rho'$$

где сумма приращений проекций P_x ; P_y и P_z на оси OX , OY и OZ координат вектора $\mathbf{P}$ поляризованности диэлектрика на единицу длины каждой из координат пропорциональна ρ' объёмной плотности связанного заряда, находящегося в рассматриваемой точке объёма диэлектрика. Знак ρ' объёмной плотности связанного ρ' заряда (ρ'_+ или ρ'_-) определяется знаком $[(\partial P_x / \partial x) + (\partial P_y / \partial y) + (\partial P_z / \partial z)]$.

Теорема Гаусса для поля D вектора



Вектор D электрического смещения или электрической индукции:

$$\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \mathbf{D} \leftrightarrow \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} = \mathbf{D} \leftrightarrow \mathbf{D} = \varepsilon_0 (\varepsilon + 1) \mathbf{E}, \quad (4)$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{P}$ векторы соответственно напряжённости электрического поля и поляризованности диэлектрика. Теорема Гаусса для

электростатического поля в дифференциальной форме в диэлектрике: $\Delta \mathbf{D} = \rho$, согласно которой ρ (5)

объёмная плотность свободных зарядов равна дивергенции (div)

вектора D электрического смещения в рассматриваемой точке

объёма диэлектрика. Теорема

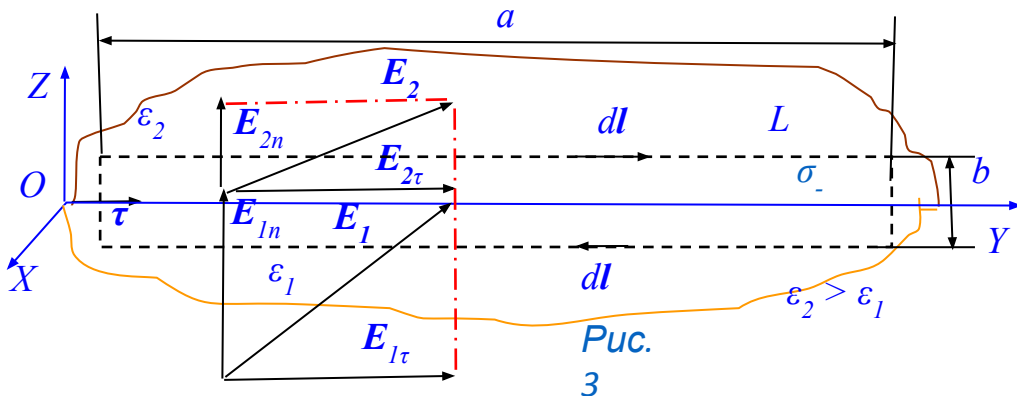
Гаусса в интегральной форме в диэлектрике:

$$\oiint_{(S)} D dS = \iiint_V \rho dV \leftrightarrow \phi_D = \rho dV \iiint_V \rho dV = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (6)$$



Поток Φ_D вектора D электрического смещения через замкнутую поверхность S площадью равен всему q свободному заряду, распределённому с ρ объёмной плотностью в V объёме при непрерывном распределении заряда или алгебраической сумме заключённых внутри V объёма и ограниченных замкнутой воображаемой поверхностью S площадью свободных q_i дискретных зарядов. Заряд в 1 Кл создаёт через замкнутую воображаемую поверхность S площадью N_D поток вектора D электрического смещения, равного 1 Кл . Силовые линии вектора D электрического смещения начинаются и заканчиваются только на q свободных зарядах.

Тангенциальные составляющие вектора электрического смещения и напряжённости электрического поля на границе раздела диэлектриков



Силовые линии вектора $\mathbf{E}$ напряжённости электрического поля находятся в OYZ плоскости. Тангенциальная $\mathbf{E}_T$ составляющая не меняется на границе между

диэлектриками с ϵ_1 и ϵ_2 диэлектрическими проницаемостями при отсутствии или наличии на границе между этими диэлектриками свободного q заряда с поверхностной σ плотностью:

$$\begin{aligned} E_{1T} &= E_{2T}. \text{ Тангенциальная } \mathbf{D}_T \text{ составляющая вектора } \mathbf{D} \\ \text{электрического смещения: } D_{1T}/\epsilon_0\epsilon_1 &= \\ = D_{2T}/\epsilon_0\epsilon_2 \iff D_{1T}/D_{2T} &= \epsilon_1/\epsilon_2 \text{ претерпевает разрыв.} \end{aligned}$$

Нормальные составляющие вектора электрического смещения, напряжённости и поляризованности на границе раздела диэлектриков



МГТУ им. Н.
Э. Баумана

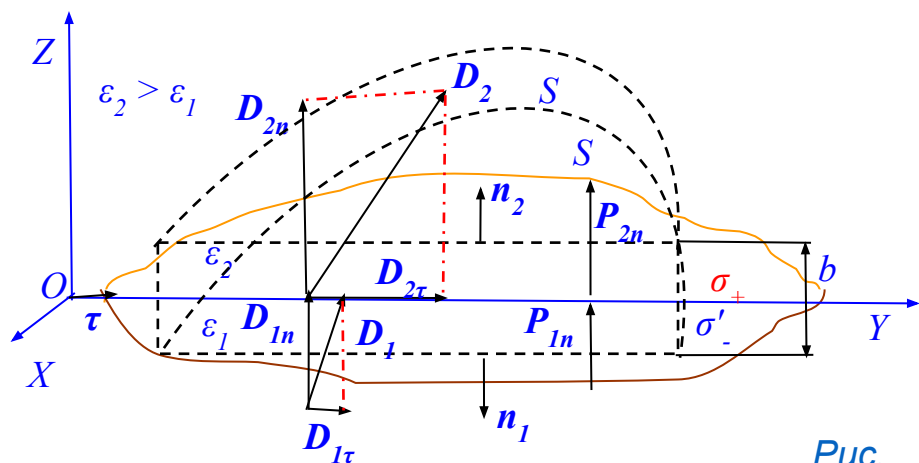
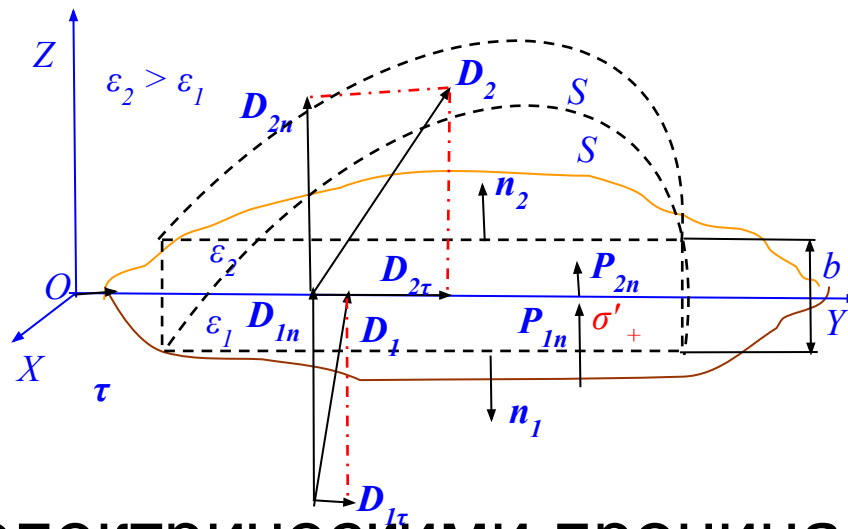


Рис.
4



Воображаемый
цилиндр с S
площадью
оснований и b
толщиной
охватывает

диэлектрики с ϵ_1 и ϵ_2 диэлектрическими проницаемостями при наличии на границе между диэлектриками q свободного заряда с σ поверхностной плотностью и при отсутствии его.

При переходе вектора E напряжённости электрического поля через границу диэлектриков с различными ϵ_1 , ϵ_2 диэлектрическими



проницаемостями при наличии на границе между этими диэлектриками q свободного заряда с σ поверхностной плотностью модули D_{1n} , D_{2n} векторов $\mathbf{D}_{1n}$, $\mathbf{D}_{2n}$ нормальных составляющих векторов электрического смещения, а также модули E_{1n} , E_{2n} векторов $\mathbf{E}_{1n}$, $\mathbf{E}_{2n}$ нормальных составляющих напряжённости электрического поля претерпевают разрыв:

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma; E_{2n} = (\varepsilon_1 E_{1n} / \varepsilon_2) + (\sigma / \varepsilon_0 \varepsilon_2). \quad (7)$$

При переходе вектора $\mathbf{E}$ напряжённости электрического поля через границу диэлектриков с различными ε_1 , ε_2 диэлектрическими проницаемостями при отсутствии на границе между этими диэлектриками свободного заряда модули D_{1n} , D_{2n} векторов $\mathbf{D}_{1n}$, $\mathbf{D}_{2n}$ нормальных составляющих векторов электрического смещения остаются постоянными:

$$D_{1n} = D_{2n}, \text{ а модули } E_{1n}, E_{2n}$$



векторов E_{1n} , E_{2n} нормальных составляющих напряжённости электрического поля претерпевают разрыв: $E_{1n}/E_{2n} = \epsilon_2/\epsilon_1$. Разность проекций P_{2n} , P_{1n} на внешние n_2 и n_1 нормали вектора P поляризованности в диэлектриках с соответственно ϵ_2 и ϵ_1 диэлектрическими проницаемостями равна со знаком "-" σ' поверхностной плотности связанных зарядов на границе этих диэлектриков: $P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'$. Знак σ' поверхностной плотности связанных зарядов на границе диэлектриков (σ'_+ или σ'_-) определяется соотношением модулей P_{2n} , P_{1n} векторов P_{2n} , P_{1n} нормальных составляющих поляризованности в диэлектриках с ϵ_2 , ϵ_1 диэлектрическими проницаемостями.

Задача №2.32



Система состоит из шара R радиуса, заряженного сферически – симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с $\rho = \alpha/r$ объёмной плотностью, где α – постоянная, r – расстояние от центра шара. Пренебрегая влиянием вещества, найти заряд шара, при котором модуль напряженности электрического поля вне шара не зависит от r . Чему равна эта напряжённость?

Ответ: $q = 2\pi R^2 \alpha$, $E = \alpha/2\epsilon_0$.

Решение



Дано: $\rho = \alpha/r$, $R/q = ?$ $E = ?$

Согласно теореме *Гаусса* модуль E вектора E напряжённости электростатического поля в M точке на сфере

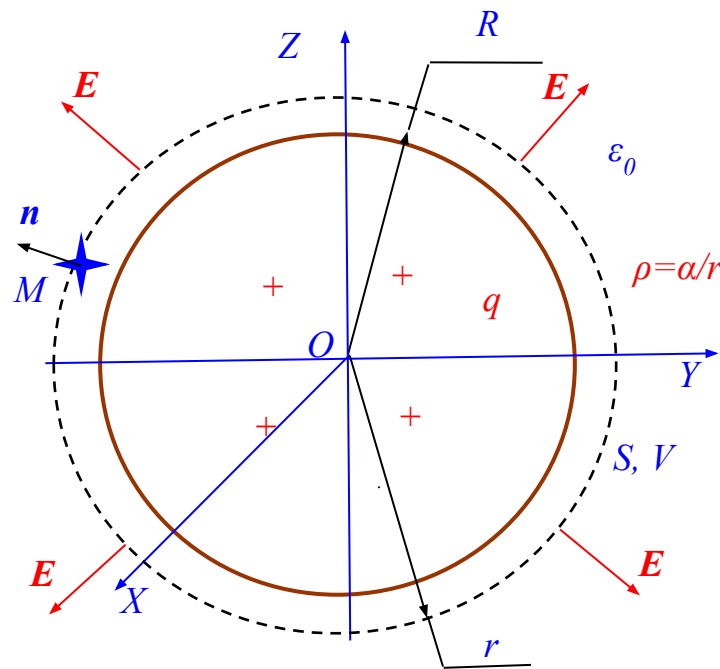


Рис.
5



r радиусом, охватывающей q заряд и шаровой слой, заряженный с объёмной плотностью $\rho = \alpha/r$, с внутренним R радиусом, внешним r радиусом:

$$\int_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \Leftrightarrow E 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(q + \int_R^r \frac{\alpha}{r} 4\pi r^2 dr \right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow E 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} [q + 2\pi\alpha(r^2 - R^2)] \Leftrightarrow E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} + \frac{q - 2\pi\alpha R^2}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \Leftrightarrow E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0}, \quad (8)$$

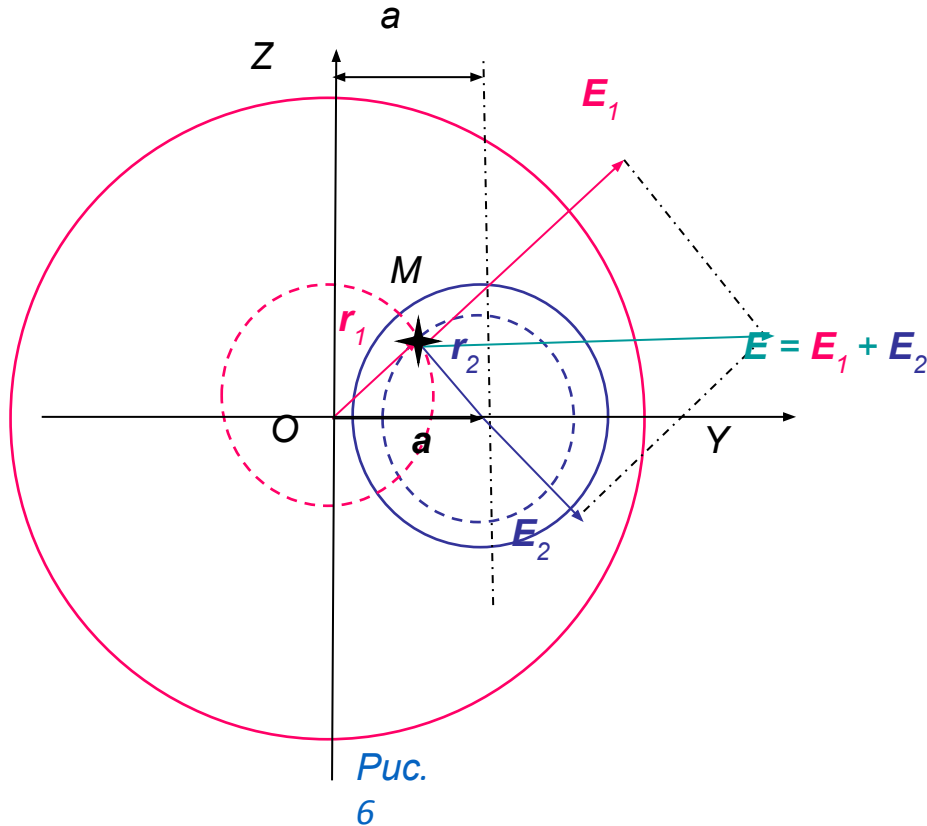
Если $q = 2\pi\alpha R^2$.

Задача №2.33



Внутри шара, заряженного равномерно с ρ объёмной плотностью, имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на a вектор расстояния. Пренебрегая влиянием вещества шара, найти E вектор напряжённости электростатического поля внутри полости.

Ответ: $E = ar/3\epsilon_0$.



Дано: ρ , $a/E = ?$

Электростатическое поле, вследствие его центральной симметрии, достаточно определить в его сечении, например, в OYZ плоскости. Представляем шар со сферической полостью двумя шарами с **положительным** и **отрицательным** зарядами с

ρ и $-\rho$ объёмными плотностями, вложенными друг в друга со смещением их центров на длину a вектора. Тогда в пересечении этих шаров заряд отсутствует.



Согласно теореме *Гаусса* модули E_1 , E_2 векторов E_1 , E_2 на сферической поверхности r_1 , r_2 радиусами в M точке каждого заряженного шара, т.е. внутри полости:

$$\oiint_{(S)} E_{1,2} dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho dV \Leftrightarrow E_{1,2} 4\pi r_{1,2}^2 = \frac{4\pi r_{1,2}^3 \rho}{3\varepsilon_0} \Leftrightarrow E_{1,2} = \frac{r_{1,2} \rho}{3\varepsilon_0}, \quad (9)$$

Вследствие *отрицательного* заряда, охватываемого сферической поверхностью r_2 радиусом, E_2 вектор направлен противоположно r_2 радиусу-вектору:

$$E_1 = \frac{r_1 \rho}{3\varepsilon_0}; E_2 = -\frac{r_2 \rho}{3\varepsilon_0}. \quad (10)$$

Вектор $E = E_1 + E_2$ напряжённости электростатического поля в M точке, т.е. внутри полости, как суперпозиция векторов E_1 , E_2 от каждого заряженного шара r_1 , r_2 радиусами:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} (r_1 - r_2) = \frac{a \rho}{3\varepsilon_0}, \quad (11)$$

где $r_1 - r_2 = a$. Вектор E сонаправлен a вектору OU оси.

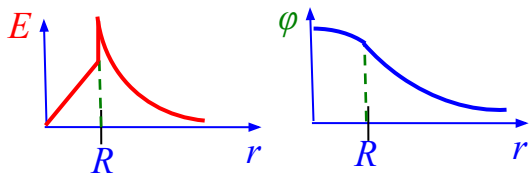
Задача №2.93

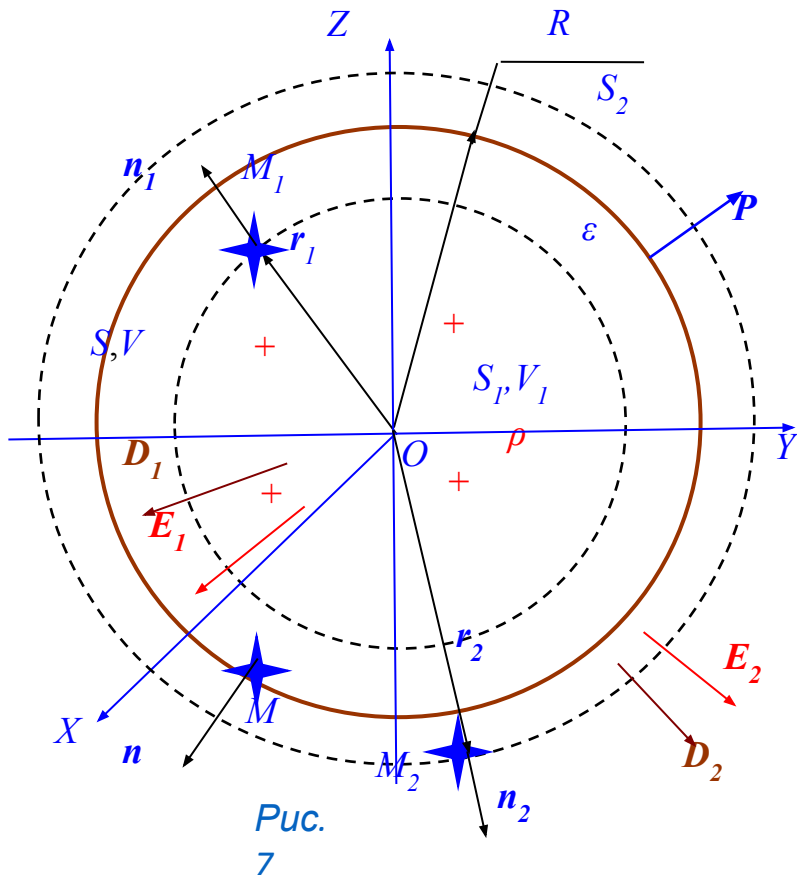


Сторонние заряды равномерно распределены с ρ объёмной плотностью по шару R радиуса из однородного изотропного диэлектрика с ε проницаемостью. Найти:

а) модуль напряжённости электрического поля как функцию r расстояния центра шара; изобразить примерные графики $E(r)$ и $\varphi(r)$ зависимостей; б) объёмную и поверхностную плотности связанных зарядов.

Ответ: а) Модуль $E(r < R) = \rho r / 3\varepsilon\varepsilon_0$, $E(r > R) = \rho R^3 / 3\varepsilon_0 r^2$;
б) $\rho' = -\rho(\varepsilon - 1)/\varepsilon$, $\sigma' = \rho R(\varepsilon - 1)/3\varepsilon$.





Дано: $R, \varepsilon, \rho / E(r) = ? \varphi(r) = ? \rho' = ? \sigma' = ?$
 Поток Φ_{D1} вектора D_1 электрического смещения согласно теореме Гаусса для поля D вектора через воображаемую сферическую поверхность S_1 площадью и r_1 радиусом, которая охватывает V_1 объём с $\frac{4\rho\pi r_1^3}{3}$ зарядом:

$$\Phi_{D1} = \oiint_{(S_1)} D_1 dS = \frac{4\rho\pi r_1^3}{3} \Leftrightarrow D_{1r} 4\pi r_1^2 = \frac{4\rho\pi r_1^3}{3} \Leftrightarrow D_{1r} = \frac{\rho r_1}{3}, \quad (12)$$

где D_{1r} проекция вектора D_1 электрического смещения на направление r_1 радиуса – вектора в произвольной M_1 точке пространства диэлектрика внутри шара, т.е. при $r_1 \leq R$.



В однородном изотропном диэлектрике $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E}$, поэтому проекция E_{1r} вектора $\mathbf{E}_1$ напряжённости электростатического поля на направление $\mathbf{r}_1$ радиуса – вектора в произвольной M_1 точке пространства диэлектрической среды внутри шара, т.е. при $r_1 \leq R$:

$$E_{1r} = \frac{D_{1r}}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho r_1}{3\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (13)$$

Поток Φ_{D2} вектора $\mathbf{D}_2$ электрического смещения согласно теореме Гаусса для поля $\mathbf{D}$ вектора через воображаемую сферическую поверхность S_2 площадью и r_2 радиусом, которая охватывает V_2 объём с $4\rho\pi R^3/3$ зарядом:

$$\Phi_{D2} = \oiint_{(S_2)} \mathbf{D}_2 \cdot d\mathbf{S} = \frac{4\rho\pi R^3}{3} \leftrightarrow D_{2r} 4\pi r_2^2 = \frac{4\rho\pi R^3}{3} \leftrightarrow D_{2r} = \frac{\rho R^3}{3r_2^2}, \quad (14)$$

где D_{2r} проекция вектора $\mathbf{D}_2$ электрического смещения



на направление $\mathbf{r}_2$ радиуса – вектора в произвольной M_2 точке в вакууме вне шара, т.е. при $r_2 \geq R$. В вакууме $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$, поэтому проекция E_{2r} вектора $\mathbf{E}_2$ напряжённости электростатического поля на направление $\mathbf{r}_2$ радиуса – вектора в произвольной M_2 точке в вакууме вне шара, т.е. при $r_2 \geq R$:

$$E_{2r} = \frac{D_{2r}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho R^3}{3r_2^2 \varepsilon_0}. \quad (15)$$

В M точке на границе раздела заряженный диэлектрический шар – вакуум отношение проекции E_{1r} вектора $\mathbf{E}_1$ напряжённости электростатического поля внутри шара, т.е. при $r_1 \leq R$, к проекции E_{2r} вектора $\mathbf{E}_2$ напряжённости электростатического поля вне шара, т.е. при $r_2 \geq R$, поскольку E_{1r} , E_{2r} являются проекциями нормальных составляющих вектора напряжённости:

$$\frac{E_{1r}}{E_{2r}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \leftrightarrow \frac{E_{1r}}{E_{2r}} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad (16)$$

где $\varepsilon_1 = 1$ – диэлектрическая проницаемость вакуума;
 $\varepsilon_2 = \varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость заряженного шара.

Примерный график $E(r)$ зависимости:

На границе раздела заряженный диэлектрический шар – вакуум проекция E_{1r} вектора E_1 напряжённости электростатического поля внутри шара, т.е. при $r_1 \leq R$, и проекция E_{2r} вектора E_2 напряжённости электростатического

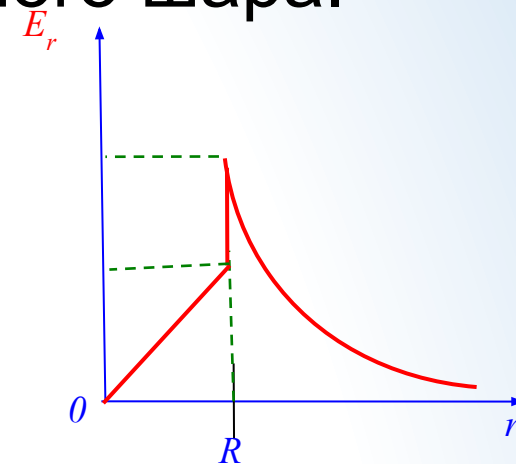


Рис.
8

поля вне шара, т.е. при $r_2 \geq R$, претерпевают разрыв.

Потенциал φ_1 внутри заряженного шара, т.е. при $r_1 \leq R$, считая потенциал на

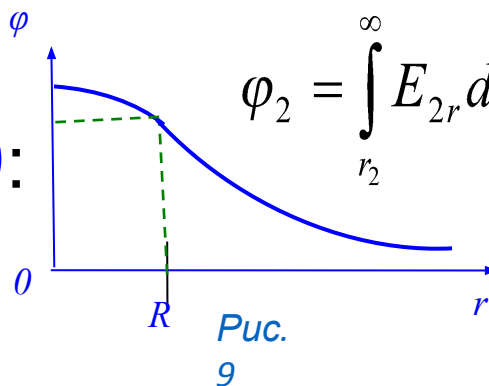
бесконечном расстоянии от этого шара, равным **нулю**, согласно связи напряжённости и разности потенциалов в электростатическом поле в интегральной форме:

$$\varphi_1 = \int_{r_1}^R E_{1r} dr + \int_R^{\infty} E_{2r} dr = \int_{r_1}^R \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} dr + \int_R^{\infty} \frac{\rho R^3}{3r^2 \varepsilon_0} dr = \frac{\rho(R^2 - r_1^2)}{6\varepsilon_0 \varepsilon} + \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}. \quad (17)$$

Потенциал φ_2 вне заряженного шара, т.е. при $r_2 \geq R$, считая потенциал на бесконечном расстоянии от этого шара, равным **нулю**, согласно связи напряжённости и разности потенциалов в электростатическом поле в интегральной форме:

Примерный график $\varphi(r)$:

$$\varphi_2 = \int_{r_2}^{\infty} E_{2r} dr = \int_{r_2}^{\infty} \frac{\rho R^3}{3r^2 \varepsilon_0} dr = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}. \quad (18)$$





Потенциал φ_1 внутри заряженного шара монотонно уменьшается от максимального значения в его 0 центре до значения на поверхности и уменьшается до **нуля** при $r \rightarrow \infty$:

$$\varphi_1 \Big|_{r_1=R} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} \quad (19)$$

Вектор $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\mathbf{E}$ поляризации в однородном изотропном диэлектрике коллинеарен и совпадает в нём по направлению с вектором $\mathbf{E}$ напряжённости электростатического поля. Вектор $\mathbf{E}$ направлен по вектору $\mathbf{n}$ нормали к сферической поверхности заряженного диэлектрического шара S площадью. Поэтому вектор $\mathbf{P}$ поляризации тоже направлен по этому вектору $\mathbf{n}$ нормали, вследствие чего он имеет только нормальную P_n проекцию к сферической поверхности заряженного диэлектрического шара S площадью. Поверхностная σ' плотность связанных зарядов:



$$\sigma' = P_n = P \cos(\vec{P} \wedge \vec{n}) = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{1r} \cos(\vec{P} \wedge \vec{n}) = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{1r} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{\rho r_1}{3 \varepsilon_0 \varepsilon} = (\varepsilon - 1) \frac{\rho R}{3 \varepsilon}, \quad (20)$$

где $P = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{1r}$ – модуль вектора $\mathbf{P}$ поляризации, поскольку вектор $\mathbf{E}$ напряжённости имеет одну E_{1r} проекцию; $r_1 = R$, т.к. имеет место поверхность шара. Полный q_σ , связанный заряд на сферической поверхности заряженного диэлектрического шара $S = 4\pi R^2$ площадью:

$$q_{\sigma'} = \sigma' S = \frac{\rho R (\varepsilon - 1)}{3 \varepsilon} 4\pi R^2 = \frac{4(\varepsilon - 1) \rho \pi R^3}{3 \varepsilon}. \quad (21)$$

Объёмная ρ' плотность связанных зарядов с учётом того, что векторы $\mathbf{P}$ поляризации внутри заряженного диэлектрического шара образуют сферическое векторное поле с P_{1r} проекцией на направление $\mathbf{r}_1$ радиуса – вектора:



$$\rho' = -\operatorname{div} \vec{P} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 P_{1r})}{\partial r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial[r^2 \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{1r}]}{\partial r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \left[\frac{r^2 \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \rho r}{3 \varepsilon_0 \varepsilon} \right]}{\partial r} = -\frac{(\varepsilon - 1) \rho}{\varepsilon}. \quad (22)$$

Полный $q_{\rho'}$ объёмный заряд в $V = 4\pi R^3/3$ объёме заряженного диэлектрического шара:

$$q_{\rho'} = \rho' V = -\frac{4(\varepsilon - 1) \rho \pi R^3}{3\varepsilon}. \quad (23)$$

Согласно закону сохранения электрических зарядов электронейтральность диэлектрика должна сохраниться после введения в него сторонних зарядов, что выполняется при равенстве модулей и противоположности знаков полного $q_{\sigma'}$ связанного заряда на сферической поверхности заряженного диэлектрического шара и полного $q_{\rho'}$ объёмного заряда в его объёме :

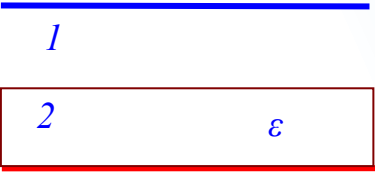
$$q_{\sigma'} + q_{\rho'} = \frac{4(\varepsilon - 1) \rho \pi R^3}{3\varepsilon} - \frac{4(\varepsilon - 1) \rho \pi R^3}{3\varepsilon} = 0, \quad (24)$$

что является проверкой правильности решения.

Задача №2.96



Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом и напряжённость электрического поля в зазоре равна E_0 .

Затем половину зазора, как показано на *рис.*,  заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью ϵ . Найти модули векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ в обеих частях зазора (**1** и **2**), если при введении диэлектрика: а) напряжение между обкладками не менялось; б) заряды на обкладках оставались неизменными.

Ответ: а) $E_1 = 2\epsilon E_0 / (\epsilon + 1)$, $E_2 = 2E_0 / (\epsilon + 1)$,
 $D_1 = D_2 = 2\epsilon\epsilon_0 E_0 / (\epsilon + 1)$; б) $E_1 = E_0$, $E_2 = E_0 / \epsilon$,
 $D_1 = D_2 = \epsilon_0 E_0$.

Дано: E_0 , $\epsilon/E_1 = ?$ $E_2 = ?$ $D_1 = ?$ $D_2 = ?$

а) Согласно связи напряжённости и разности потенциалов в электростатическом поле в интегральной форме для 1-го

состояния: $\varphi_2 - \varphi_1 = U = \int_0^d E_0 dz = E_0 d$, (25)

где E_0 - проекция на OZ ось вектора E_0 напряжённости электростатического поля между обкладками. Во 2-м состоянии U напряжение на обкладках конденсатора осталось прежним, а проекции векторов E_1 , E_2

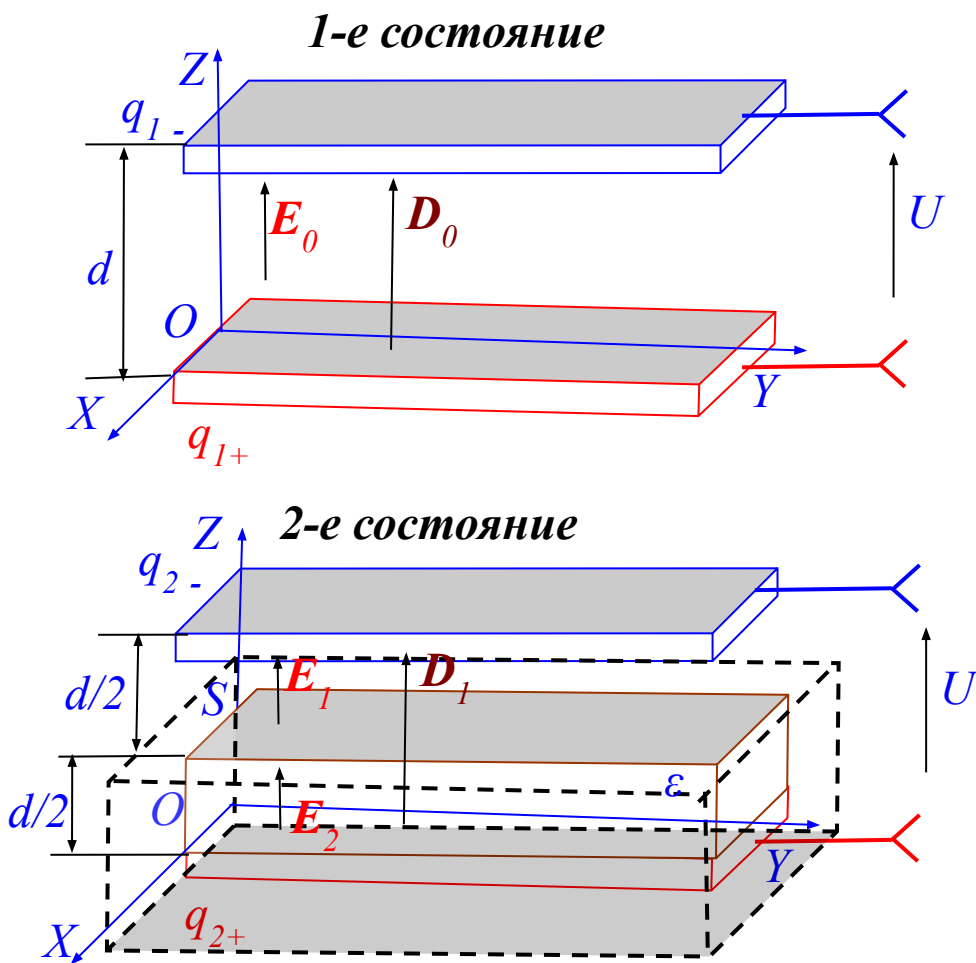


Рис.1
0



на OZ ось напряжённости электростатического поля между обкладками соответственно в вакууме, диэлектрике стали равными E_1, E_2 :

$$U = E_1 \frac{d}{2} + E_2 \frac{d}{2}. \quad (26)$$

Поток Φ_{D_1} вектора D_1 электрического смещения во 2 -м состоянии согласно теореме Гаусса для поля D вектора через воображаемый параллелепипед с учётом пересечения вектором D_1 только его верхнего основания S площадью одинаков в вакууме и диэлектрике:

$$\Phi_{D_1} = \oiint_{(S)} D_1 dS = q_{2+}, \quad (27)$$

где q_{2+} - охватываемый воображаемым параллелепипедом заряд на нижней обкладке конденсатора, одинаковый для вакуума и диэлектрика. В однородном изотропном диэлектрике $D = \epsilon \epsilon_0 E$, поэтому E_1, E_2 проекции на OZ ось векторов E_1, E_2 напряжённости

электростатического поля между обкладками соответственно в вакууме, диэлектрике:

$$D_1 = \varepsilon_0 E_1; D_1 = \varepsilon \varepsilon_0 E_2 \leftrightarrow E_1 = \varepsilon E_2. \quad (28)$$

Приравниваем выражения U напряжения на обкладках конденсатора для 1-, 2-го состояний:

$$E_0 d = \frac{E_1 d}{2} + \frac{E_2 d}{2} \leftrightarrow E_0 d = \frac{\varepsilon E_2 d}{2} + \frac{E_2 d}{2} \leftrightarrow E_2 = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1} \leftrightarrow E_1 = \frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon + 1} \leftrightarrow D_1 = \frac{2\varepsilon \varepsilon_0 E_0}{\varepsilon + 1}. \quad (29)$$

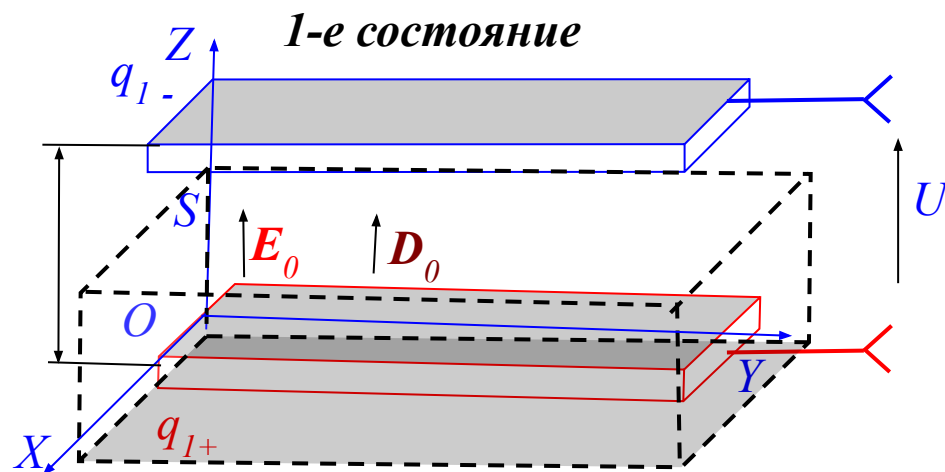


Рис.1
1

б) Для 1-го состояния поток Φ_{D_0} вектора D_0 электрического смещения согласно теореме Гаусса для поля D вектора через воображаемый параллелепипед

с учётом пересечения в вакууме вектором D_0

ТОЛЬКО его верхнего основания S площадью:

$$\Phi_{D_0} = \iint_S D_0 dS = q_{1+}, \leftrightarrow \Phi_{D_0} = D_0 S = q_{1+} \leftrightarrow q_{1+} = D_0 S \leftrightarrow q_{1+} = \varepsilon_0 E_0 S \quad (30)$$



где q_{1+} - охватываемый воображаемым параллелепипедом заряд на нижней обкладке конденсатора.

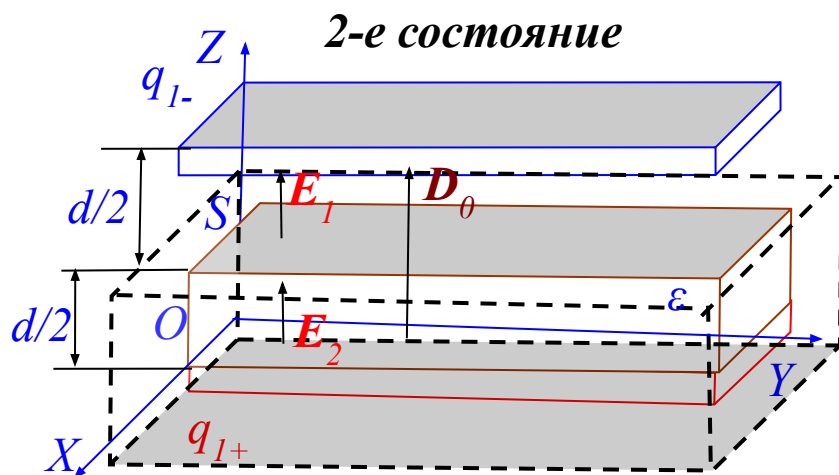


Рис.1

Поток Φ_{D_0} вектора D_0 электрического смещения во $2-м$ состоянии согласно теореме *Гаусса* для поля D вектора через воображаемый параллелепипед с учётом пересечения вектором D_0 только его

верхнего ² основания S площадью одинаков в вакууме и диэлектрике:

$$N_{D_0} = \int_S \vec{D}_0 \cdot d\vec{S} = q_{1+}, \Leftrightarrow N_{D_0} = D_0 S = q_{1+} \Leftrightarrow D_0 = \frac{q_{1+}}{S} \Leftrightarrow D_0 = \frac{\varepsilon_0 E_0 S}{S} \Leftrightarrow D_0 = \varepsilon_0 E_0, \quad (31)$$



где q_{1+} - охватываемый воображаемым параллелепипедом заряд на нижней обкладке конденсатора, величина которого равна q_{1+} заряду в 1-ом состояния, вследствие отключения источника напряжения.

В однородном изотропном диэлектрике $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$, поэтому E_1, E_2 проекции векторов $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ на OZ ось напряжённости электростатического поля между обкладками соответственно в вакууме, диэлектрике: $E_1 = \frac{D_0}{\varepsilon_0} = \frac{E_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = E_0; E_2 = \frac{D_0}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{E_0 \varepsilon_0}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (32)$

Домашнее задание: Иродов И.Е. Задачи по общей физике.

- М.: Бином, 1998÷2010. №№ 2.37, 2.99

Спасибо за внимание!