

---

# Представление (кодирование) чисел

---

**Информатика для колледжа**

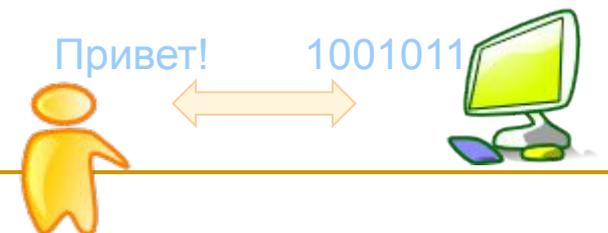
# Двоичное кодирование в компьютере

Вся информация, которую обрабатывает компьютер должна быть представлена двоичным кодом с помощью двух цифр: **0** и **1**. *Эти два символа принято называть двоичными цифрами или битами.*

С помощью двух цифр 0 и 1 можно закодировать любое сообщение. Это явилось причиной того, что в компьютере обязательно должно быть организовано два важных процесса: кодирование и декодирование.

Кодирование – преобразование входной информации в форму, воспринимаемую компьютером, т.е. двоичный код.

Декодирование – преобразование данных из двоичного кода в форму, понятную человеку.



# Почему двоичное кодирование

С точки зрения технической реализации использование двоичной системы счисления для кодирования информации оказалось намного более простым, чем применение других способов. Действительно, удобно кодировать информацию в виде последовательности нулей и единиц, если представить эти значения как два возможных устойчивых состояния электронного элемента:

0 – отсутствие электрического сигнала;

1 – наличие электрического сигнала.

Эти состояния легко различать. *Недостаток* двоичного кодирования – *длинные коды*. Но в технике легче иметь дело с большим количеством простых элементов, чем с небольшим числом сложных.

Способы кодирования и декодирования информации в компьютере, в первую очередь, зависят от вида информации, а именно, что должно кодироваться: числа, текст, графические изображения или звук.

---

# Система счисления

Для записи информации о количестве объектов используются числа. Числа записываются с помощью набора специальных символов.

Система счисления — способ записи чисел с помощью набора специальных знаков, называемых цифрами.

# Виды систем счисления



В *позиционных* системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, *зависит* от её *положения* в числе (*позиции*).

211

В *непозиционных* системах счисления величина, которую обозначает цифра, *не зависит* от *положения* в числе.

XXI

# Непозиционные системы счисления

Каноническим примером фактически *непозиционной системы* счисления является **римская**, в которой в качестве цифр используются латинские буквы:

**I** обозначает 1, **V** - 5, **X** - 10, **L** - 50, **C** - 100, **D** - 500, **M** - 1000.

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр.

Например, II = 1 + 1 = 2, здесь символ I обозначает 1 независимо от места в числе.

Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.

Пример: число 1988. Одна тысяча M, девять сотен CM, восемьдесят LXXX, восемь VIII. Запишем их вместе: MCMLXXXVIII.

$MCMLXXXVIII = 1000 + (1000 - 100) + (50 + 10 + 10 + 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1988$

Для изображения чисел в непозиционной системе счисления нельзя ограничиться конечным набором цифр. Кроме того, выполнение арифметических действий в них крайне неудобно.

# Позиционные системы счисления

В позиционных системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.

Например, 11 – это одиннадцать, а не два:  $1 + 1 = 2$  (сравните с римской системой счисления). Здесь символ 1 имеет различное значение в зависимости от позиции в числе.

# Первые позиционные системы счисления

Самой первой такой системой, когда счетным "прибором" служили пальцы рук, была ***пятеричная***.

Некоторые племена на филиппинских островах используют ее и в наши дни, а в цивилизованных странах ее реликт, как считают специалисты, сохранился только в виде школьной пятибалльной шкалы оценок.



# Двенадцатеричная система счисления

Следующей после пятеричной возникла **двенадцатеричная** система счисления. Возникла она в древнем Шумере. Некоторые учёные полагают, что такая система возникала у них из подсчёта фаланг на руке большим пальцем.

Широкое распространение получила двенадцатеричная система счисления в XIX веке. На ее широкое использование в прошлом явно указывают названия числительных во многих языках, а также сохранившиеся в ряде стран способы отсчета времени, денег и соотношения между некоторыми единицами измерения. Год состоит из 12 месяцев, а половина суток состоит из 12 часов.

Элементом двенадцатеричной системы в современности может служить счёт дюжинами. Первые три степени числа 12 имеют собственные названия: 1 дюжина = 12 штук; 1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки; 1 масса = 12 гроссов = 144 дюжины = 1728 штук.

Английский фунт состоит из 12 шиллингов.

# Шестидесятеричная система счисления

Следующая позиционная система счисления была придумана еще в Древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация была **шестидесятеричная**, т.е. в ней использовалось шестьдесят цифр!

В более позднее время использовалась арабами, а также древними и средневековыми астрономами. Шестидесятеричная система счисления, как считают исследователи, является синтезом уже вышеупомянутых пятеричной и двенадцатеричной систем.

# Какие позиционные системы счисления используются сейчас?

В настоящее время наиболее распространены *десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная* системы счисления.

Двоичная, восьмеричная (в настоящее время вытесняется шестнадцатеричной) и шестнадцатеричная система часто используется в областях, связанных с цифровыми устройствами, программировании и вообще компьютерной документации.

Современные компьютерные системы оперируют информацией представленной в цифровой форме. **Числовые данные преобразуются в двоичную систему счисления.**

# Десятичная система счисления

## *Десятичная система*

*счисления* — позиционная система счисления по основанию 10.

Предполагается, что основание 10 связано с количеством пальцев рук у человека.

Наиболее распространённая система счисления в мире.

Для записи чисел используются символы **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**, называемые арабскими цифрами.

Современные цифры	Арабские цифры	Индийские цифры
0	٠	०
1	١	१
2	٢	२
3	٣	३
4	٤ ٥	४
5	٥ ٦	٥
6	٦ ٧	٦
7	٧ ٨	٧
8	٨ ٩	٨
9	٩	٩

# Посчитаем... и запишем

	*	**	***	*** *	*** **	*** ***	*** *** *	*** *** **	*** *** ***
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

*** *** *** *	*** *** *** **	*** *** *** ***	***** ***** ***	***** ***** *****	***** ***** *****	***** ***** ***** *	***** ***** ***** **	***** ***** ***** ***	***** ***** ***** *****
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>

***** ***** ***** *****	...
<b>20</b>	...

# Двоичная система счисления

Двоичная система счисления — позиционная система счисления с основанием 2. Используются цифры 0 и 1.

Двоичная система используется в цифровых устройствах, поскольку является наиболее простой и удовлетворяет требованиям:

- Чем меньше значений существует в системе, тем проще изготовить отдельные элементы.
- Чем меньше количество состояний у элемента, тем выше помехоустойчивость и тем быстрее он может работать.
- Простота создания таблиц сложения и умножения — основных действий над числами

# Алфавит десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

# Соответствие десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления

<b>p=10</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>p=2</b>	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
<b>p=8</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20
<b>p=16</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.

При одновременной работе с несколькими системами счисления для их различения основание системы обычно указывается в виде нижнего индекса, который записывается в десятичной системе:

$123_{10}$  — это число 123 в десятичной системе счисления;

$1111011_2$  — то же число, но в двоичной системе.

Двоичное число 1111011 можно расписать в виде:  $1111011_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ .

# Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием  $p$  в **десятичную**, надо представить это число в виде суммы степеней  $p$  и произвести указанные вычисления в десятичной системе счисления.

Например, переведем число  $1011_2$  в десятичную систему счисления. Для этого представим это число в виде степеней двойки и произведем вычисления в десятичной системе счисления.

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

Рассмотрим еще один пример. Переведем число  $52,74_8$  в десятичную систему счисления.

$$52,74_8 = 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = 5 \cdot 8 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 1/8 + 4 \cdot 1/49 = 40 + 2 + 0,875 + 0,0625 = 42,9375_{10}$$

# Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Перевод из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $p$  осуществляется последовательным делением десятичного числа и его десятичных частных на  $p$ , а затем выписыванием последнего частного и остатков в обратном порядке.

Переведем десятичное число  $20_{10}$  в двоичную систему счисления (основание системы счисления  $p=2$ ).  
В итоге получили  $20_{10} = 10100_2$ .

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ \hline 20 & 10 \\ \hline \textcircled{0} & 10 \\ \hline & \textcircled{0} \\ \hline & 5 \\ \hline & 4 \\ \hline & \textcircled{1} \\ \hline & 2 \\ \hline & 2 \\ \hline & \textcircled{0} \\ \hline & 2 \\ \hline & \textcircled{1} \end{array}$$

---

# Числа в компьютере

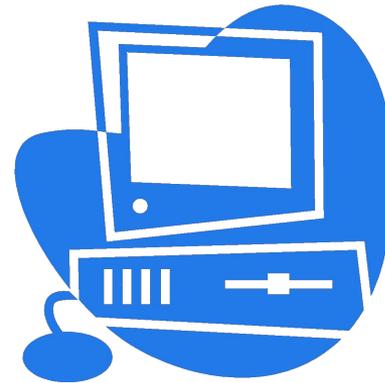
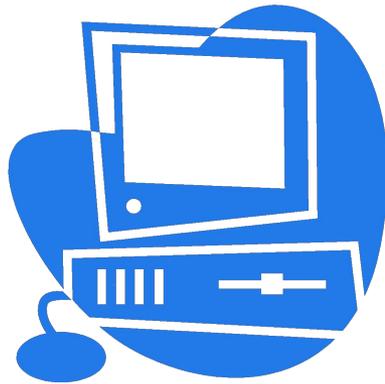
Числа в компьютере хранятся и обрабатываются в двоичной системе счисления. Последовательность нулей и единиц называют двоичным кодом.

Специфической особенности представления чисел в памяти компьютера рассмотрим на других уроках по теме «**СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ**».

# Вопросы:

- Что такое система счисления?
- Какие два вида систем счисления вы знаете?
- Что такое основание системы счисления?  
Что такое алфавит системы счисления?  
Примеры.
- В какой системе счисления хранятся и обрабатываются числа в памяти компьютера?

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$10_2$

$2_8$

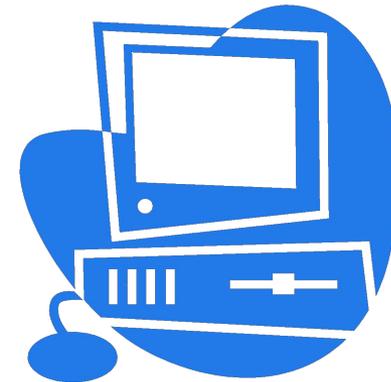
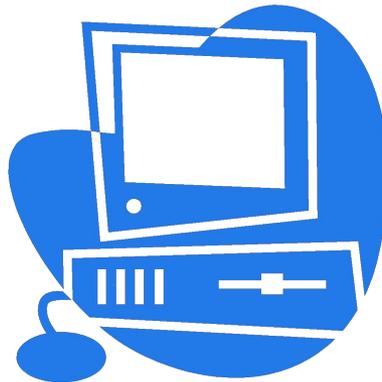
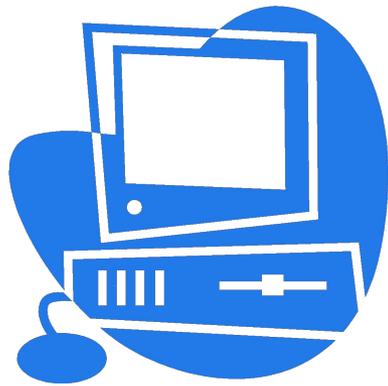
$2_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$11_2$

$3_8$

$3_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$101_2$

$5_8$

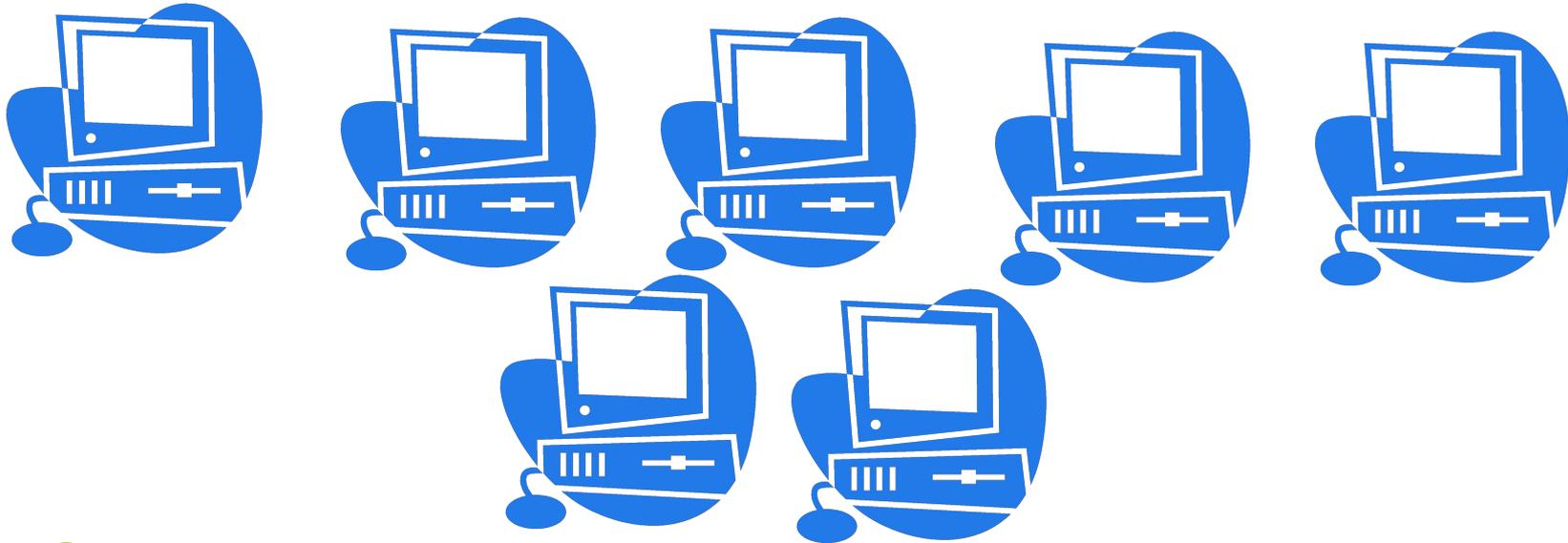
$5_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$111_2$

$7_8$

$7_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$1000_2$

$10_8$

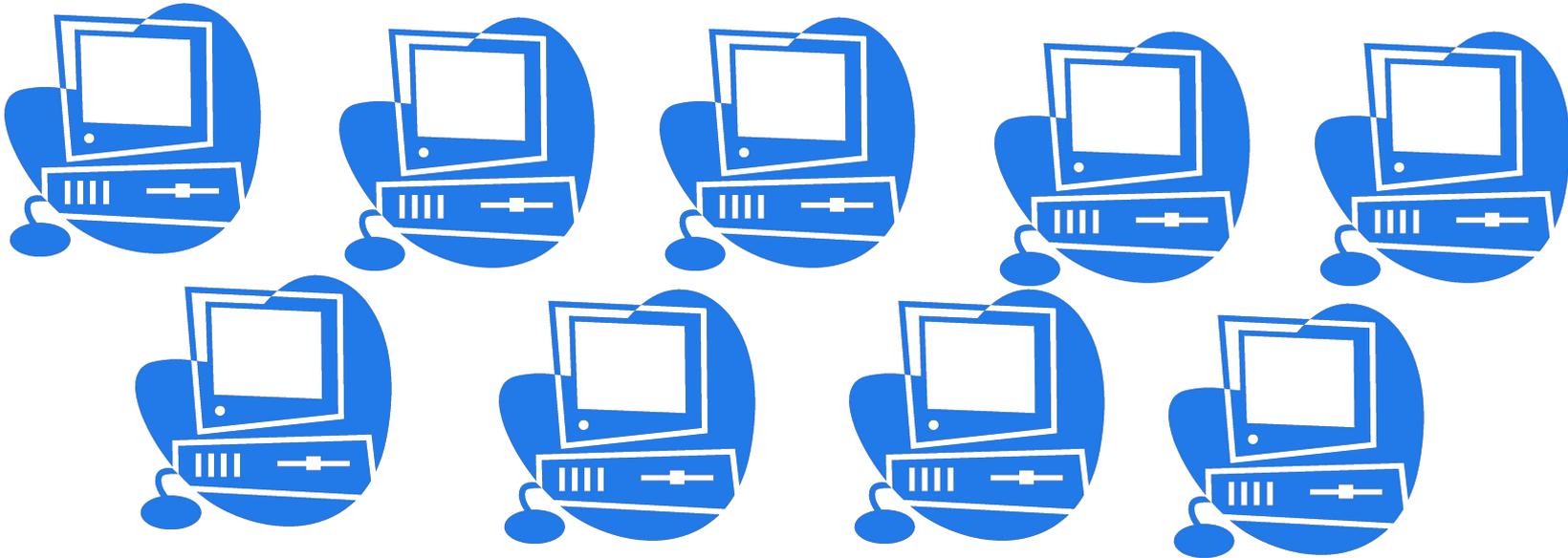
$8_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

Какое количество компьютеров вы видите? Ответ дайте в двоичной, восьмеричной и десятичной системах счисления.



Ответ:

$1001_2$

$11_8$

$9_{10}$

Двоичная

Восьмеричная

Десятичная

# Задания:

Прочитайте стихотворение. Переведите встречающиеся в нем числительные из двоичной системы счисления в десятичную.

## **Необыкновенная девчонка** (А. Н. Стариков)

Ей было тысяча сто лет,  
Она в 101-ый класс ходила,  
В портфеле по сто книг носила –  
Все это правда, а не бред.  
Когда, пыля десятком ног,  
Она шагала по дороге,  
За ней всегда бежал щенок  
С одним хвостом, зато стоногий.  
Она ловила каждый звук  
Своими десятью ушами,  
И десять загорелых рук  
Портфель и поводок держали.  
И десять темно-синих глаз  
Рассматривали мир привычно, ...  
Но станет все совсем обычным,  
Когда поймете наш рассказ.

---

# Вопросы:

- У меня 100 братьев. Младшему 1000 лет, а старшему 1111 лет. Старший учится в 1001 классе. Может ли быть такое?
- Когда дважды два равно 100?

# Задания:

- Запишите число 1945 в римской системе счисления.
- Запишите в развернутом виде числа:  $2007_{10}$ ,  $234_8$ ,  $10110_2$ .
- Чему будут равны числа  $174_8$ ,  $2E_{16}$ ,  $101,101_2$  в десятичной системе счисления?
- Как будет записываться число  $14_{10}$  в двоичной системе счисления?  $100_{10}$  в восьмеричной?