

Кубанский государственный технологический университет
Институт информационных технологий и безопасности
Кафедра компьютерных технологий и информационной
безопасности

Учебная дисциплина

Электротехника и электроника

Лекция

**Частотные характеристики
электрических цепей**

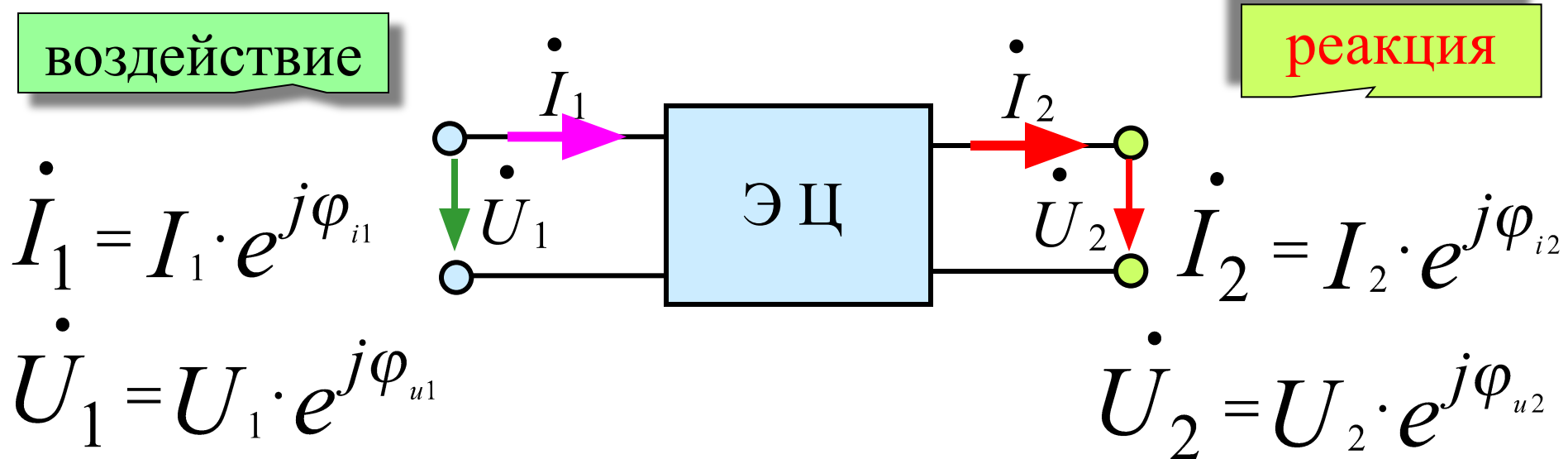
Учебные вопросы:

1. Основные понятия и определения частотных характеристик
2. Частотные характеристики RC и CR цепей
3. Частотные характеристики RL и LR цепей
4. Логарифмические частотные характеристики

Литература:

1. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 103 –112.
2. Иванов М.Т., Сергиенко А.Б., Ушаков В.Н. Теоретические основы радиотехники: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2002 г, с. 116 – 1288.
3. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей: *Учебник для вузов*, - СПб.: Издательство «Лань» 2002 г, с. 196 –202.

1. Основные понятия и определения частотных характеристик ЭЦ



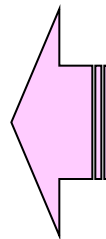
□ Комплексная передаточная функция по напряжению ЭЦ

$$K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \underbrace{\frac{U_2}{U_1}}_{\text{Модуль - АЧХ}} \cdot e^{j(\underbrace{\varphi_{u2} - \varphi_{u1}}_{\text{Аргумент - ФЧХ}})}$$

Модуль - АЧХ

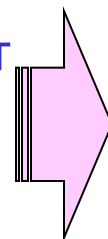
Аргумент - ФЧХ

$$\left| K_u(j\omega) \right| = K_u(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$$



АЧХ цепи – показывает зависимость от частоты отношения амплитуд выходного и входного гармонического воздействия

ФЧХ цепи – показывает зависимость от частоты разности фаз выходного и входного напряжения



$$\varphi_u(\omega) = \varphi_{u_2} - \varphi_{u_1}$$

□ Комплексная передаточная функция по току ЭЦ

$$K_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{I_2}{I_1} \cdot e^{j(\underbrace{\varphi_{i_2} - \varphi_{i_1}}_{\text{ФЧХ}})}$$

Модуль - АЧХ

Характеризует зависимость от частоты отношения амплитуд токов

Аргумент - ФЧХ

Характеризует зависимость от частоты разности фаз токов

❑ Комплексная функция входного сопротивления ЭЦ

$$Z_{BX}(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{U_1}{I_1} \cdot e^{j(\underbrace{\varphi_{u_1} - \varphi_{i_1}}_{\text{ФЧХ}})}$$

Модуль - АЧХ

Характеризует зависимость от частоты полного входного сопротивления цепи

$$\varphi_{Z_{BX}}(\omega) = \varphi_{u_1} - \varphi_{i_1}$$

Аргумент - ФЧХ

$$|Z_{BX}(j\omega)| = Z_{BX}(\omega) = \frac{U_1}{I_1}$$

Характеризует зависимость от частоты разность фаз между входным напряжением и током

Алгебраическая форма записи комплексной функции входного сопротивления ЭЦ

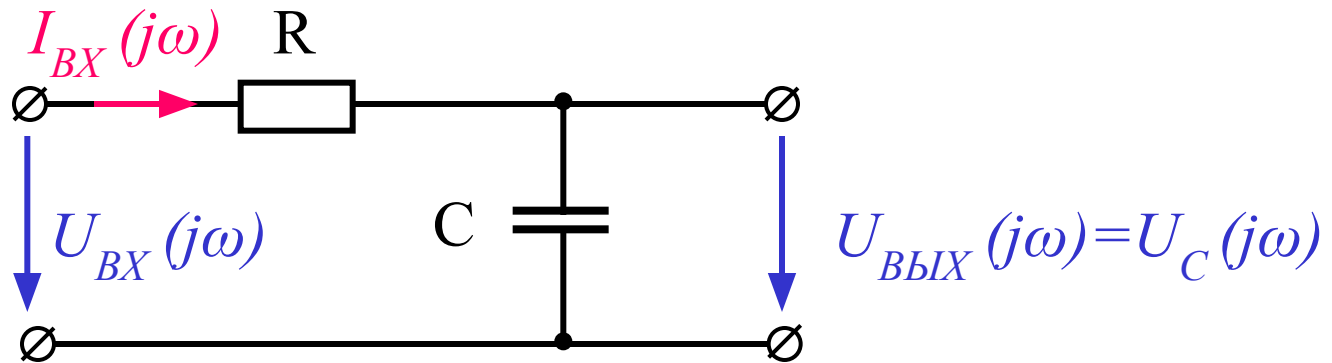
$$Z_{BX}(j\omega) = R_{BX}(\omega) + jX_{BX}(\omega)$$

$$Z_{BX}(\omega) = \sqrt{R_{BX}^2(\omega) + X_{BX}^2(\omega)}$$

$$\varphi_{Z_{BX}} = \operatorname{arctg} \frac{X_{BX}(\omega)}{R_{BX}(\omega)}$$

2. Частотные характеристики RC и CR цепей

2.1 Частотные характеристики RC цепи

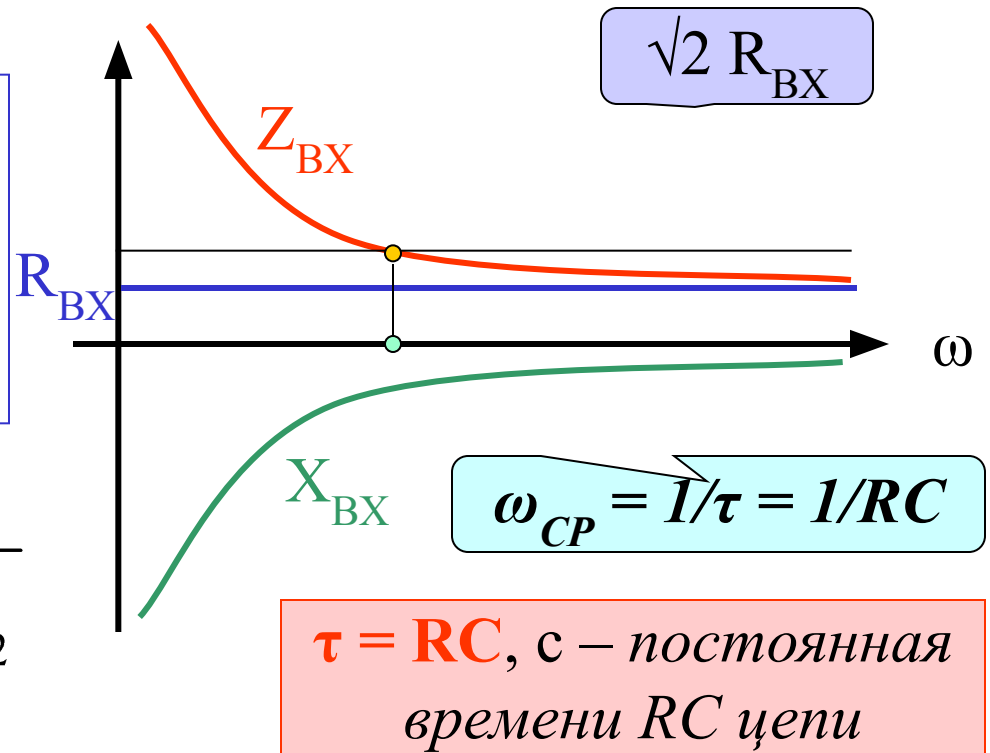


1. Комплексное входное сопротивление цепи

$$Z_{BX}(j\omega) = R_{BX} + jX_{BX} =$$
$$= R + \frac{1}{j\omega C} = R \left[1 - j \frac{1}{\omega CR} \right]$$

Модуль Z_{BX}

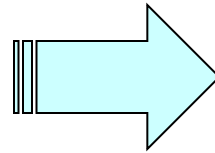
$$Z_{BX}(\omega) = R \sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}$$



2. Комплексная передаточная функция напряжения RC цепи

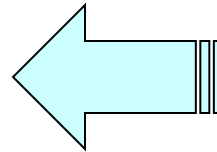
$$K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{(R + \frac{1}{j\omega C}) \cdot \dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{(R + \frac{1}{j\omega C})} =$$
$$= \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \text{ / при } \rightarrow \tau = RC$$

Модуль $K_U(j\omega) \Rightarrow$ АЧХ цепи



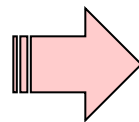
$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega \cdot \tau)$$



Аргумент $K_U(j\omega) \Rightarrow$ ФЧХ цепи

Условие определяющее частоту среза цепи - ω_{CP}



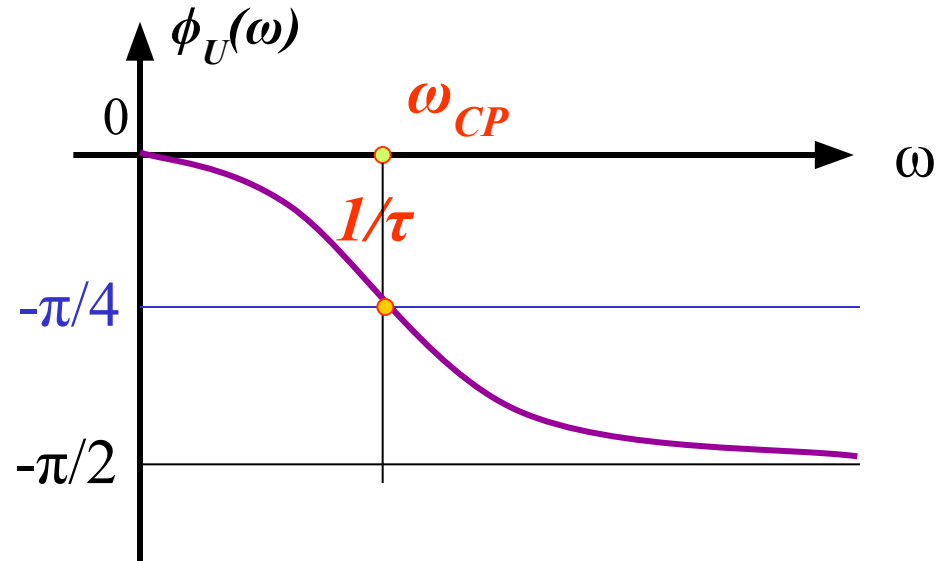
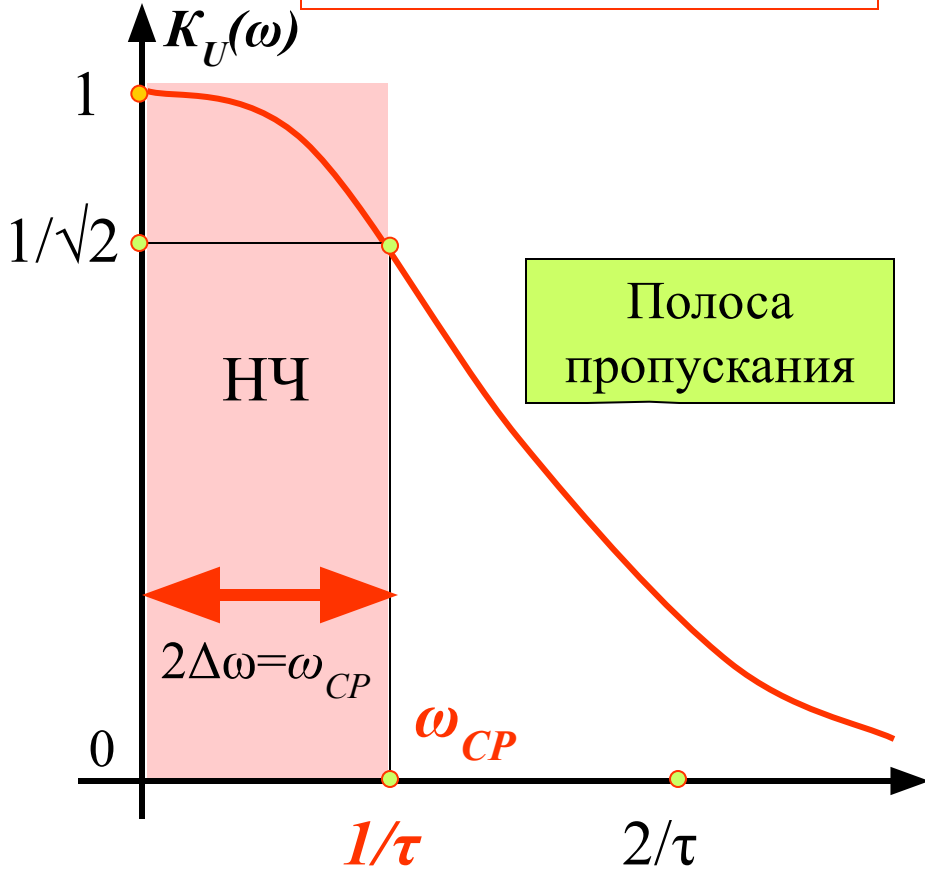
$$K_U(\omega_{CP}) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{CP} \cdot \tau)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

АЧХ

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

ФЧХ RC - цепи

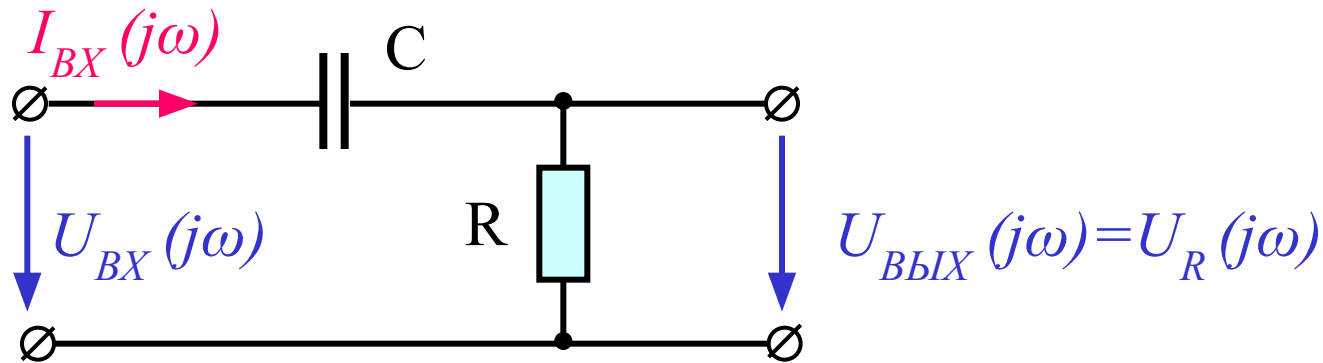
$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega \cdot \tau)$$



$$\omega_{CP} = \frac{1}{\tau} \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]; \Rightarrow \text{или} \Rightarrow f_{CP} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} [\text{Гц}]$$

Вывод: RC цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания низких частот и не пропускает (подавляет) колебания высоких частот

2.1 Частотные характеристики CR цепи



1. Комплексное входное
сопротивление цепи
(такое как и у RC – цепи)

$$Z_{BX}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + R = R \left[1 - j \frac{1}{\omega CR} \right]$$

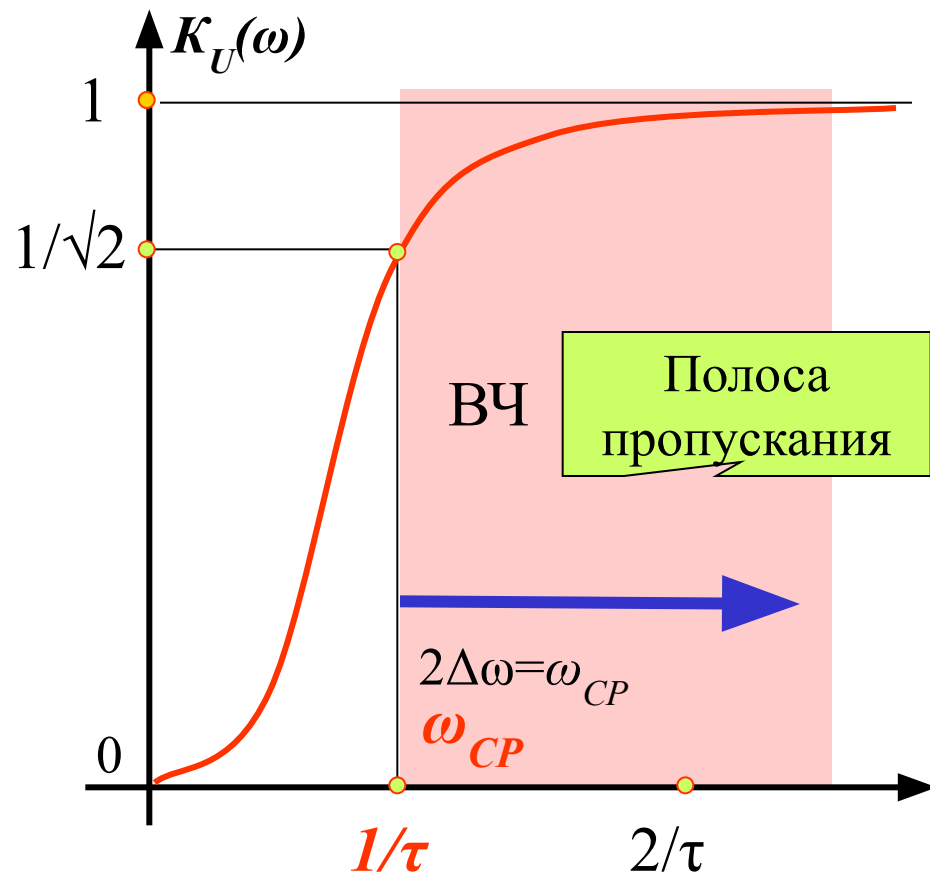
2. Комплексная передаточная функция напряжения **CR** цепи

$$K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot R}{(R + 1/j\omega C) \cdot \dot{U}_1} = \frac{R}{(R + 1/j\omega C)} =$$

$$= \frac{1}{1 + 1/j\omega CR} = \frac{1}{1 + 1/j\omega \tau}, \text{ / при } \rightarrow \tau = RC$$

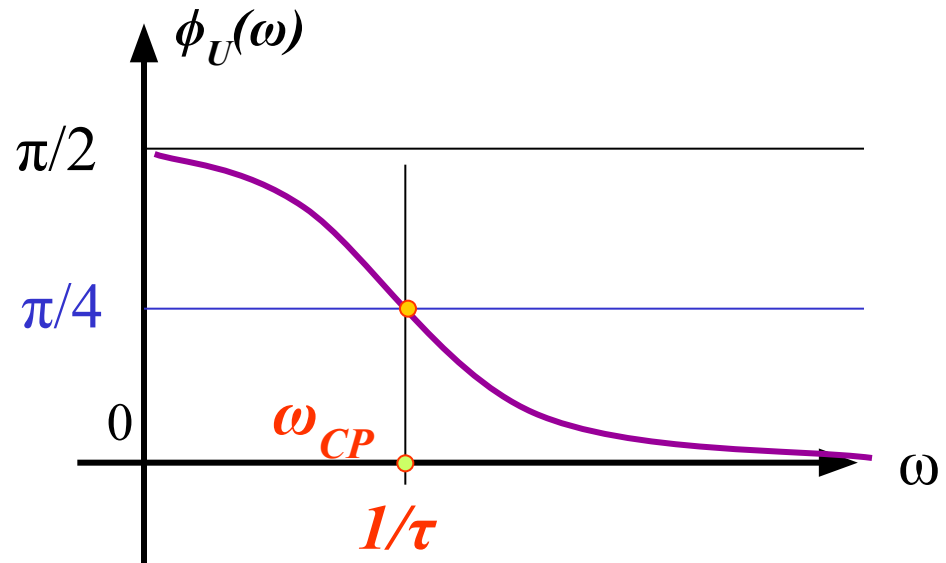
Модуль $K_U(j\omega) \Rightarrow$ АЧХ цепи

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}}$$



Аргумент $K_U(j\omega) \Rightarrow$ ФЧХ цепи

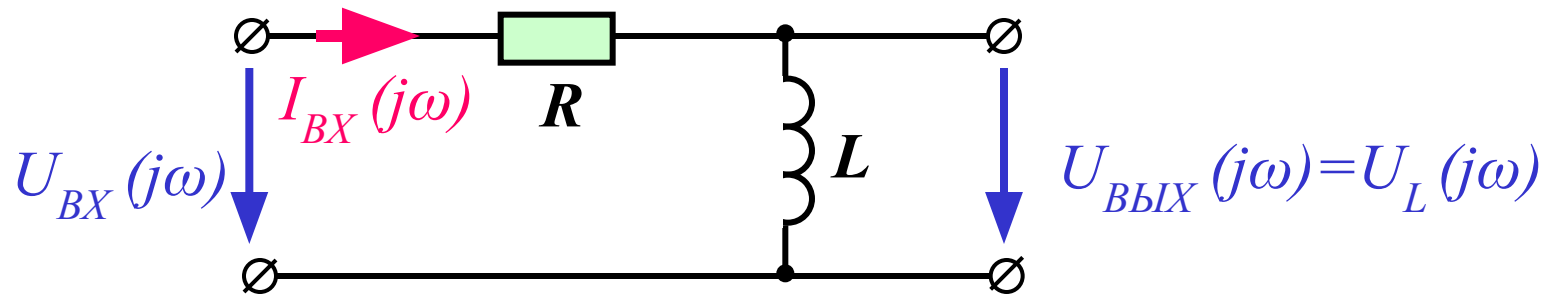
$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{1}{(\omega \cdot \tau)}$$



Вывод: CR цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания высоких частот и не пропускает (подавляет) колебания низких частот

3. Частотные характеристики RL и LR цепей

3.1 Частотные характеристики RL цепи



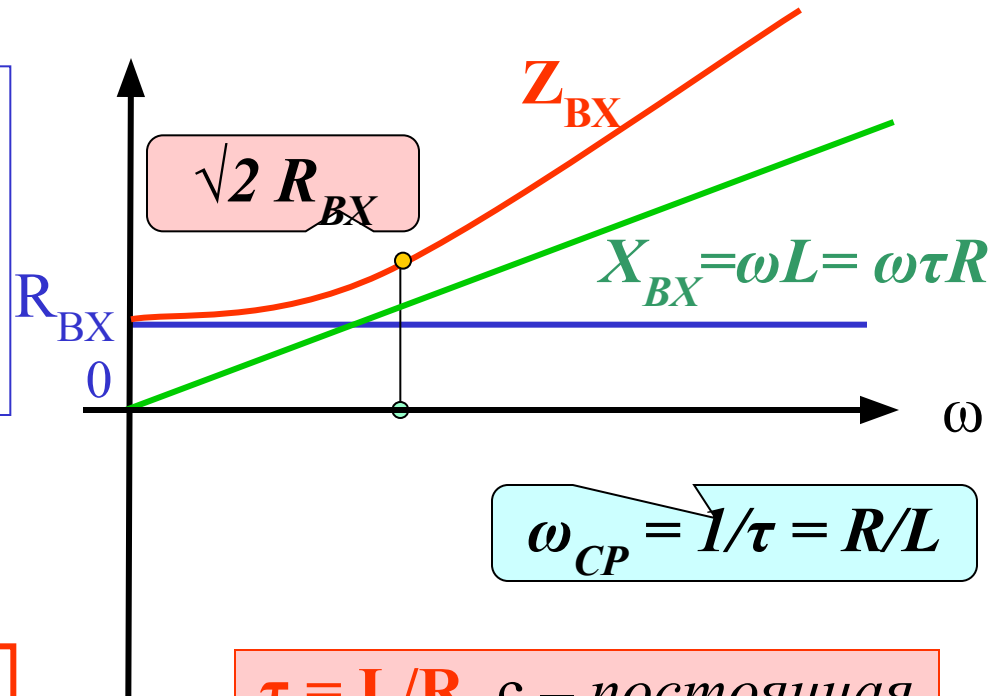
1. Комплексное входное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z_{BX}(j\omega) &= R_{BX} + jX_{BX} = \\ &= R + j\omega L = R \left[1 + j\omega \left(\frac{L}{R} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\tau = L/R$$

Модуль Z_{BX}

$$Z_{BX}(\omega) = R \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}$$



$\tau = L/R$, с – постоянная времени RL цепи

2. Комплексная передаточная функция напряжения RL цепи

$$\begin{aligned} K_u(j\omega) &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot j\omega L}{(R + j\omega L) \cdot \dot{U}_1} = \frac{j\omega L}{(R + j\omega L)} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{R}{j\omega L}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau}}, / \text{при} \rightarrow \tau = \frac{L}{R} \end{aligned}$$

что совпадает с комплексной передаточной функцией CR цепи

Модуль $K_U(j\omega) \Rightarrow$ АЧХ цепи

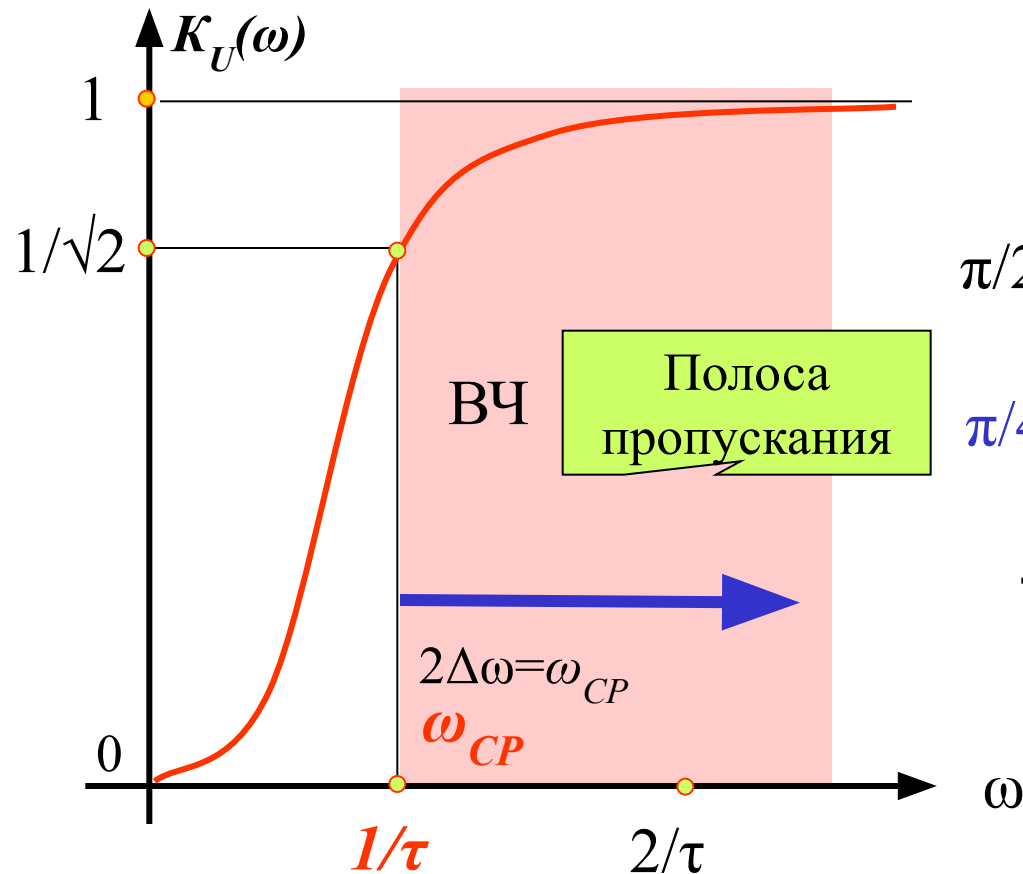
Аргумент $K_U(j\omega) \Rightarrow$ ФЧХ цепи

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}}$$

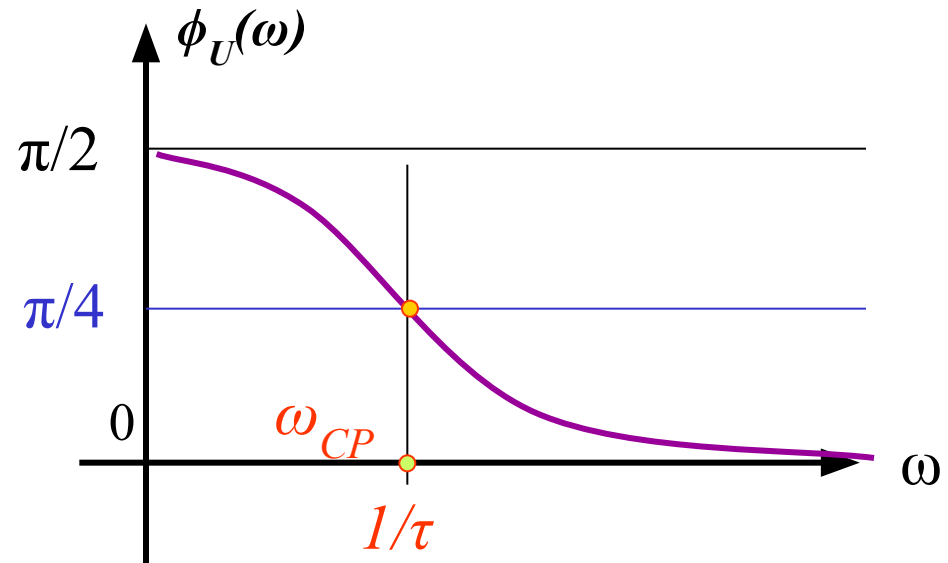
$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{1}{(\omega \cdot \tau)}$$

Графические зависимости определяющие АЧХ и ФЧХ RL цепи
аналогичны соответствующим характеристикам CR цепи

АЧХ RL цепи

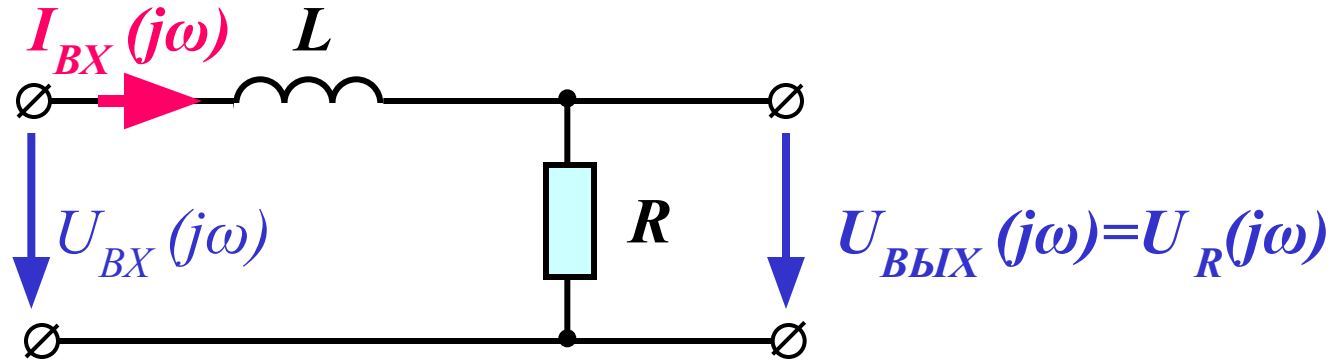


ФЧХ RL цепи



Вывод: RL цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания высоких частот и не пропускает (подавляет) колебания низких частот

3.2 Частотные характеристики LR цепи



1. Комплексное входное сопротивление цепи (такое же как и у RL – цепи)

$$Z_{BX}(j\omega) = jX_{BX} + R_{BX} = R + j\omega L = R[1 + j\omega\tau]$$

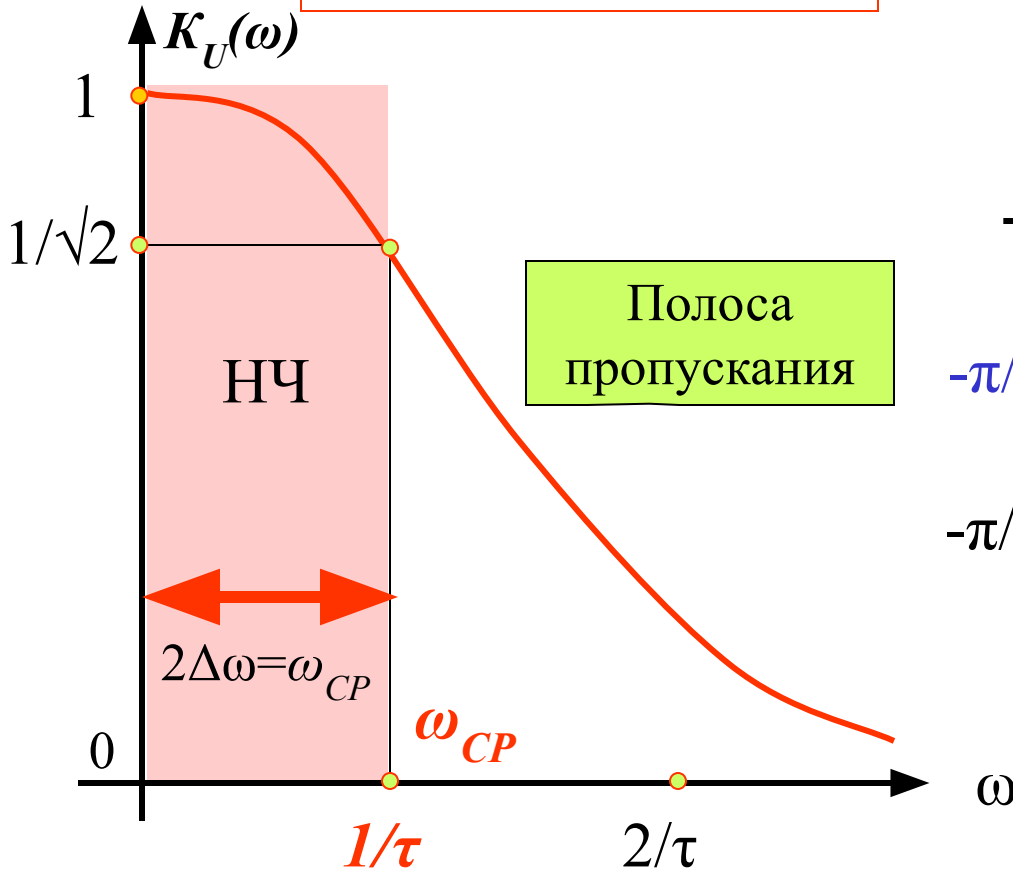
$$K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot R}{(R + j\omega L) \cdot \dot{U}_1} = \frac{R}{(R + j\omega L)} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \text{ где } \tau = \frac{L}{R}$$

АЧХ

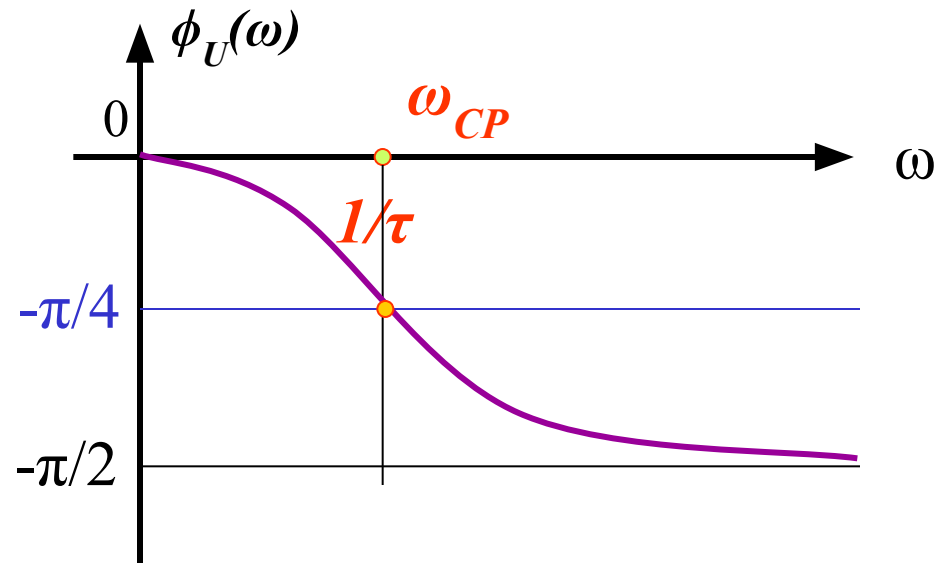
$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

ФЧХ LR - цепи

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega \cdot \tau)$$



$$\omega_{CP} = \frac{1}{\tau} \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]; \Rightarrow \text{или} \Rightarrow f_{CP} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} [\text{Гц}]$$



Вывод: LR цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания низких частот и не пропускает (подавляет) колебания высоких частот

Для непериодических воздействий комплексные передаточные функции определяются через спектральные плотности воздействия и реакции

$$K(j\omega) = \frac{S_2(j\omega)}{S_1(j\omega)} = \frac{S_{BIX}(j\omega)}{S_{BX}(j\omega)}$$

$$K_U(j\omega) = \frac{S_{2U}(j\omega)}{S_{1U}(j\omega)}$$

← по напряжению

→ по току

$$K_I(j\omega) = \frac{S_{2I}(j\omega)}{S_{1I}(j\omega)}$$

$$Z_{BX}(j\omega) = \frac{S_{2U}(j\omega)}{S_{1I}(j\omega)}$$

Частотные характеристики не зависят от амплитуд и начальных фаз воздействий и определяются только данными цепи: числом, свойствами, значениями и порядком соединения друг с другом ее элементов.

Частотные характеристики описывают собственно электрическую цепь

4. Логарифмические частотные характеристики цепей

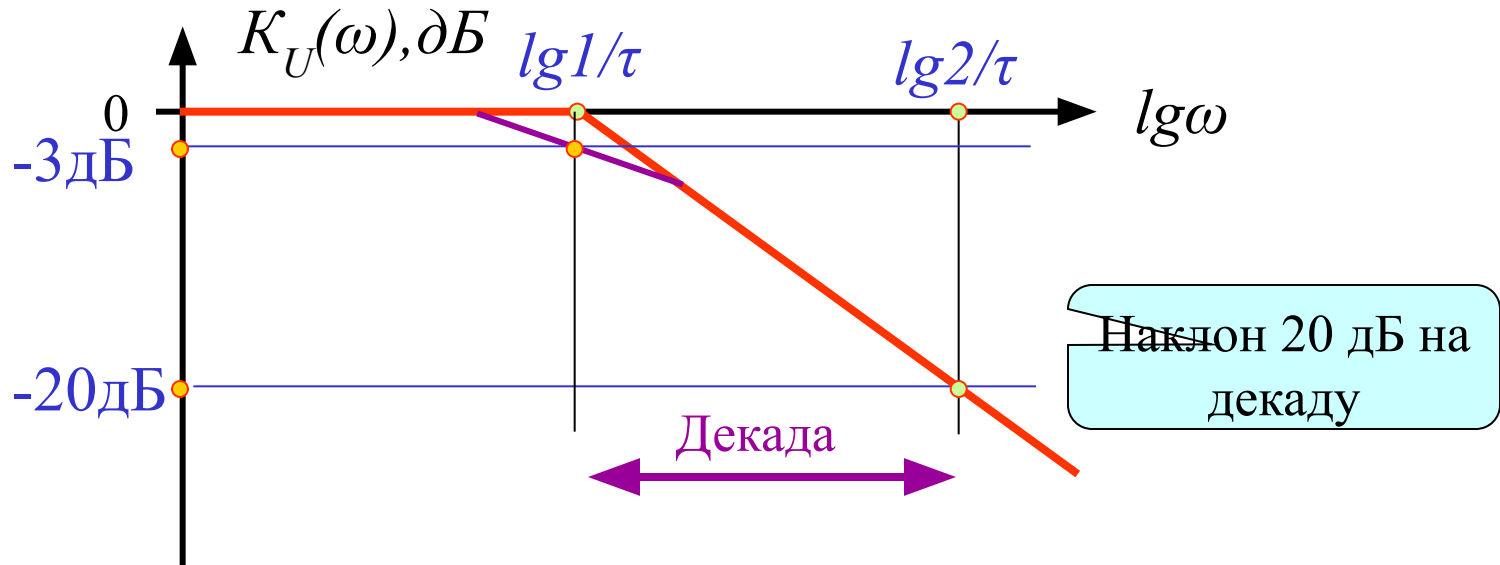
Логарифмируя амплитудно-частотную характеристику цепи и умножая ее на 20 получим АЧХ, выраженную в децибелах (ЛАЧХ)

АЧХ *RC и LR цепи*

ЛАЧХ *RC и LR цепи*

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

$$K_U(\omega)_{dB} = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}} = -20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}$$



Декада – единица измерения логарифмической частоты – интервал частот, соответствующий изменению частоты в 10 раз

Задание на самостоятельную работу

Литература:

1. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 103 –112.
2. Иванов М.Т., Сергиенко А.Б., Ушаков В.Н. Теоретические основы радиотехники: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2002 г, с. 116 – 1288.
3. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей: *Учебник для вузов*, - СПб.: Издательство «Лань» 2002 г, с. 196 –202.