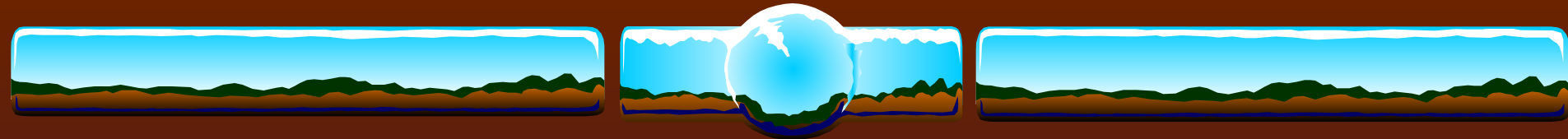
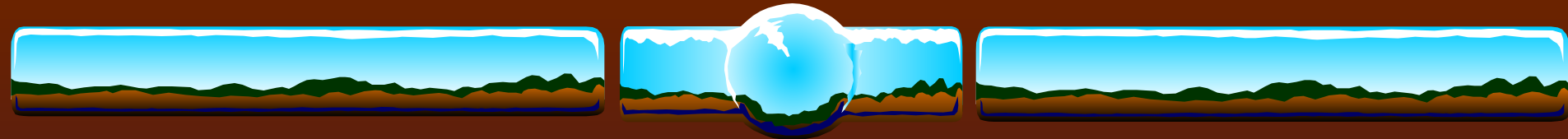


❖ Тема 8

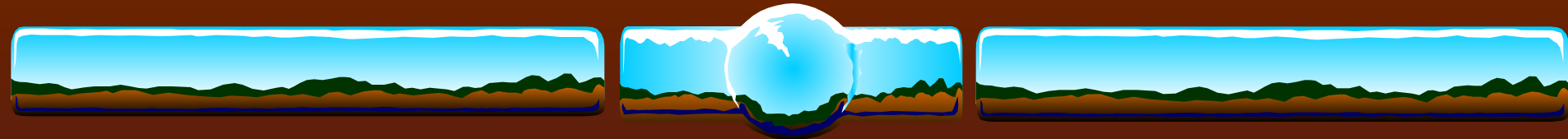
- ❖ **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИГРОВЫХ
МЕТОДОВ ПРИ ПРИНЯТИИ
РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ
РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**
- ❖ **ПОНЯТИЕ ОБ ИГРОВЫХ
МЕТОДАХ**



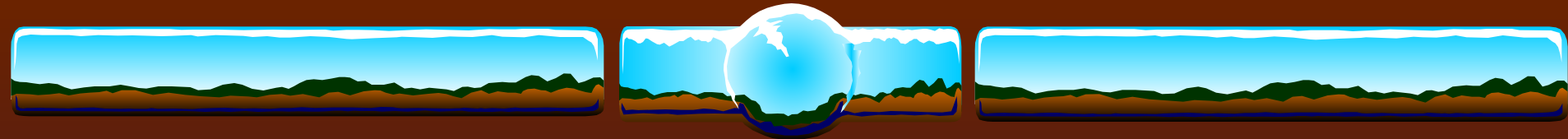
- ❖ Одним из методов принятия решений в условиях дефицита информации является анализ рыночной, производственной или другой ситуации с использованием теории игр и статистических решений.
- ❖ Смысл и содержание игры состоит в следующем:
- ❖ 1) Для того, чтобы произвести математический анализ ситуации, строят ее упрощенную, очищенную от второстепенных деталей модель, называемую игрой.



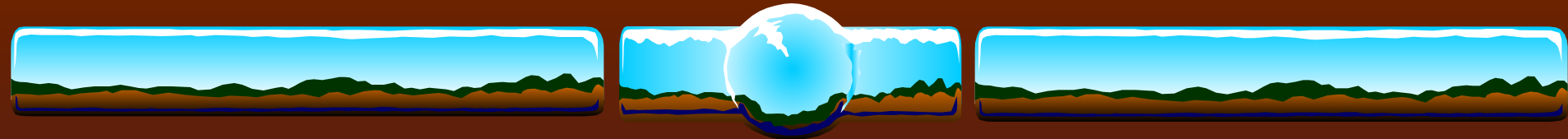
- ❖ 2) В игре функционируют стороны и рассматриваются (воспроизводятся) их возможные стратегии, т.е. совокупность правил, предписывающих определенные действия в зависимости от ситуации, сложившейся в ходе игры.
- ❖ 3) Если в игре выступают две стороны, то такая игра называется парной.
- ❖ Если в игре участвуют несколько участников, то игра называется множественной.



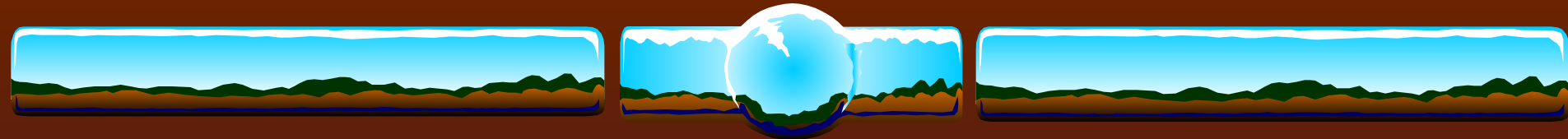
- ❖ 4) Различают игры конфликтные (антагонистические) и "игры с природой".
- ❖ 5) В конфликтных играх (конкуренция, спортивные соревнования, военные действия) стороны осмысленно противодействуют друг другу. Выигрыш одной стороны означает проигрыш другой.
- ❖ 6) Игры с природой применяются при изучении производственных ситуаций, т.е. организационных, технических и технологических задач. Их называют также играми с производством.



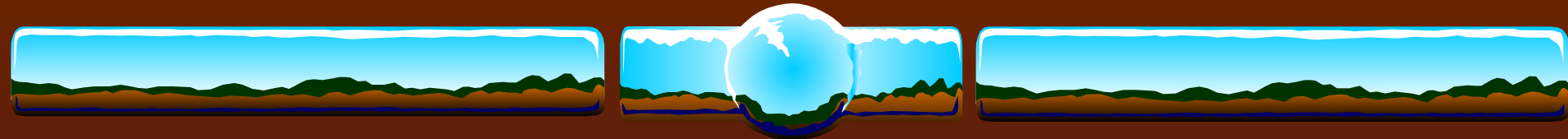
- ❖ 7) В играх с природой (производством) обычно рассматриваются две стороны:
- ❖ А - организаторы производства (активная сторона), т.е. руководители ИТС АТП, станций технического обслуживания, других предприятий всех форм собственности, предоставляющих услуги потребителям;
- ❖ П - совокупность случайно возникающих производственных или рыночных ситуаций ("природа").



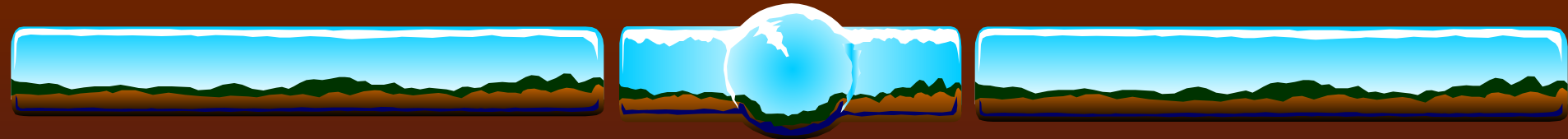
- ❖ 8) Смысл игры состоит в следующем:
- ❖ а) Активная сторона должна выбрать такую стратегию, т.е. принять решение, чтобы получить максимальный эффект.
- ❖ б) При этом "природа", т.е. складывающиеся производственные ситуации, активно и осмысленно не противодействует мероприятиям организаторов производства, но точное состояние "природы" (Π) им неизвестно.



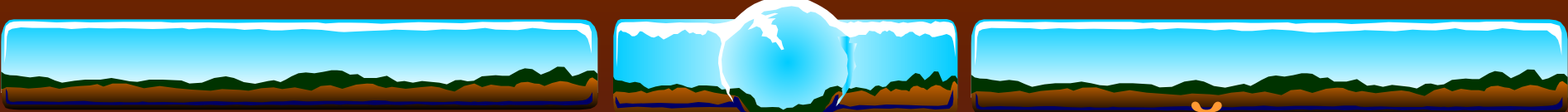
- ❖ в) Принятие решений игровыми методами основывается на определенных правилах, которые регламентируют возможные варианты (стратегии) действия сторон, участвующих в игре: наличие и объем информации каждой стороны о поведении другой, результат игры, т.е. изменение целевой функции при сочетаниях определенных стратегий сторон и др.
- ❖ г) В процессе игры сторона А или стороны оценивают ситуацию, принимают решения, делают ходы, т.е. предпринимают определенные действия по изменению ситуации в свою пользу.



- ❖ Ходы бывают личными - сознательный выбор стороны из возможных вариантов действий.
- ❖ Случайными - это выбор из ряда возможных, определяемый механизмом вероятностного отбора вариантов, а не самим участником игры.
- ❖ Смешанные ходы представляют комбинацию личных и случайных.

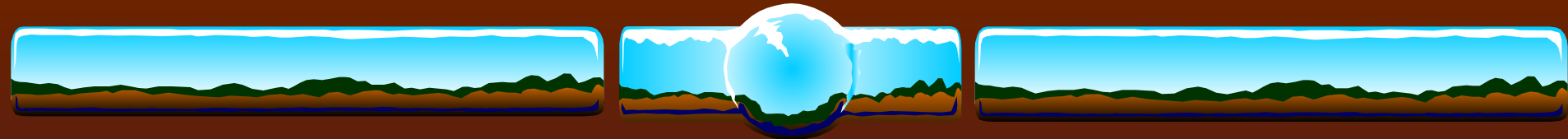


- ❖ Если число возможных стратегий ограничено, то игры называются конечными, а при неограниченном числе стратегий — бесконечными.
- ❖ д) Результаты этих ходов оцениваются количественно по изменению целевой функции.
- ❖ В зависимости от содержания информации в теории игр рассматриваются методы принятия решений в условиях риска и неопределенности.

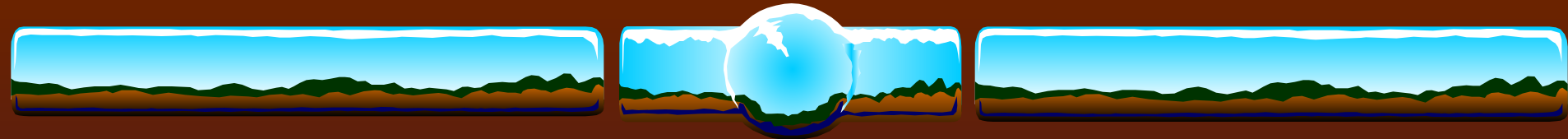


ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА

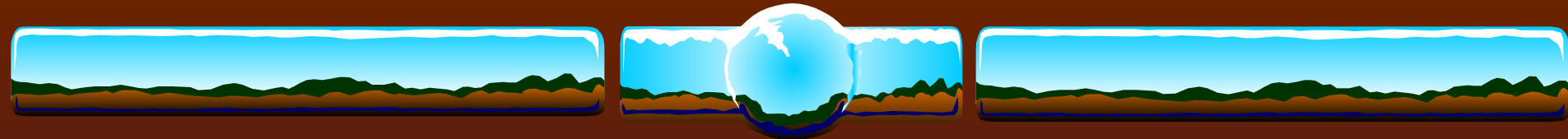
- ❖ Используя понятие целевой функции задача выбора решения в условиях риска формулируется следующим образом:
- ❖ при заданных условиях a_n и действии внешних факторов r_k , вероятность появления которых известна, найти элементы решений x_m , по возможности обеспечивающих получение экстремального значения целевой функции.



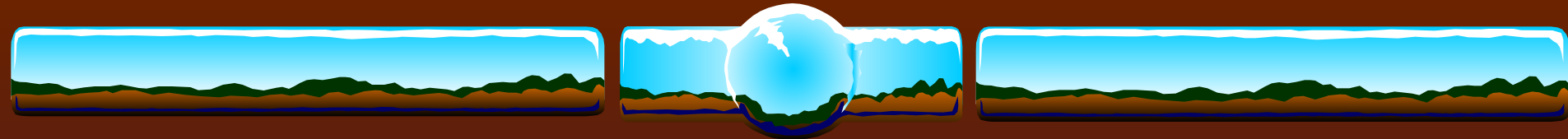
- ❖ Рассмотрим применение игровых методов на примере определения оптимального запаса агрегатов на складе АТП или СТО.
- ❖ 1) Определение сторон в игре.
- ❖ Сторонами в игре являются:
 - ❖ - производство (П), которое в заданных условиях и в случайном порядке «выдает» то или иное число требований на замену (ремонт) агрегатов определенного наименования;
 - ❖ - организаторы производства (А), в данном случае организаторы складского хозяйства, комплектуют тот или иной запас агрегатов.



- ❖ 2) Идентификация групп факторов целевой функции:
- ❖ a_n - заданные условия - это размер парка, тип, состояние и условия эксплуатации автомобилей, состояние и обустройство базы (цех, участок) для ТО и ремонта, квалификация персонала. Эта группа факторов, во-первых, определяет поток требований на обслуживание или ремонт, во-вторых, пропускную способность средств обслуживания и стоимость самого обслуживания требований;



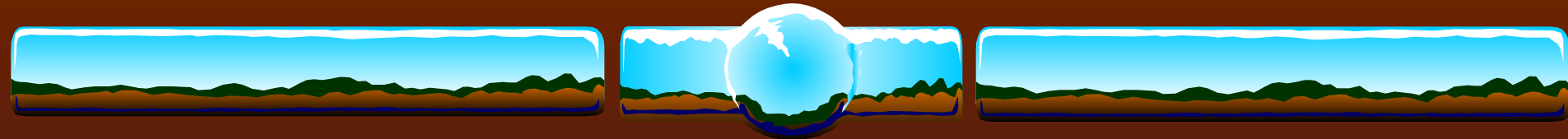
- ❖ z_k - применительно к организации складского хозяйства это возникновение того или иного числа требований на замену агрегатов, вероятность которого известна заранее;
- ❖ x_m - решение организаторов производства (А), т. е. в рассматриваемом примере - рациональный запас агрегатов, который должен поддерживаться на складе.



- ❖ 3) Определение вероятности появления потребности в ремонте (замене) определенного числа агрегатов q_j .
- ❖ Вероятность может быть определена:
- ❖ а) расчетно на основе данных по надежности агрегата в рассматриваемых условиях эксплуатации;
- ❖ б) на основании анализа отчетных данных о требованиях на ремонт данного агрегата.

4) Формирование стратегии сторон (табл).

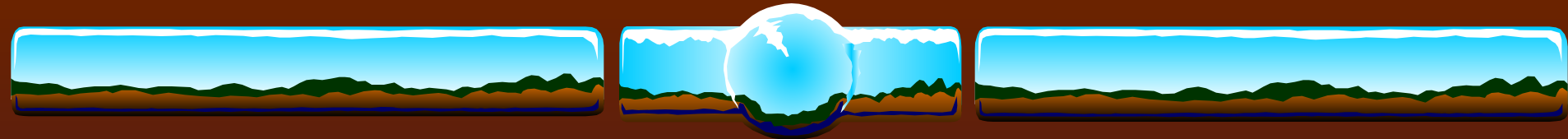
Производство (П)			Организаторы складского хозяйства (А)	
Обозначение стратегий Π_j Π_j	Необходимо агрегатов для ремонта, n_j	Вероятность данной потребности, q_j	Обозначение стратегий, A_i	Имеется исправных агрегатов на складе, n_j
Π_1	0	0,1	A_1	0
Π_2	1	0,4	A_2	1
Π_3	2	0,3	A_3	2
Π_4	3	0,1	A_4	3
Π_5	4	0,1	A_5	4



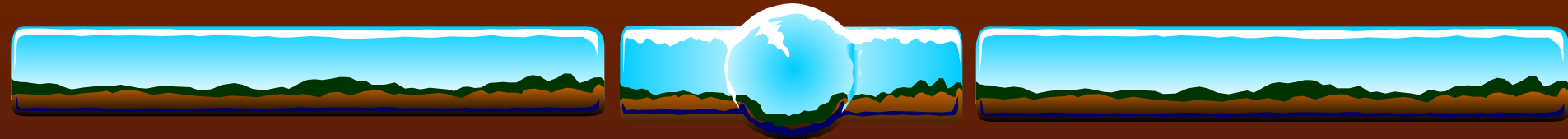
- ❖ 5) Определение последствий случайного сочетания стратегий сторон.

- ❖ Правило № 29.

- ❖ Четкое определение производственных ситуаций, стратегий сторон, вероятностей событий и их последствий является важнейшей инженерной задачей, и от качества ее выполнения зависит надежность и достоверность получаемых результатов, т. е., в конечном итоге, принимаемых решений.



- ❖ 6) Определение выигрышей при всех возможных в рассматриваемом примере сочетаниях стратегий A_i и Π_j ..
- ❖ В данном случае 25 ($A_i \times \Pi_j = 5 \times 5$).
- ❖ Например, сочетание стратегий A_2 и Π_4 означает, что потребность в агрегатах для ремонта в течение данной смены составляет (Π_4) $n_4=3$ агрегата, а на складе имеется (A_2) только один агрегат.
- ❖ Поэтому выигрыш составит $b_{24} = 1 \times 2$ (при потребности 3 на складе имеется 1 агрегат) - 2×3 (две заявки не удовлетворены) $= 2 - 6 = -4$;



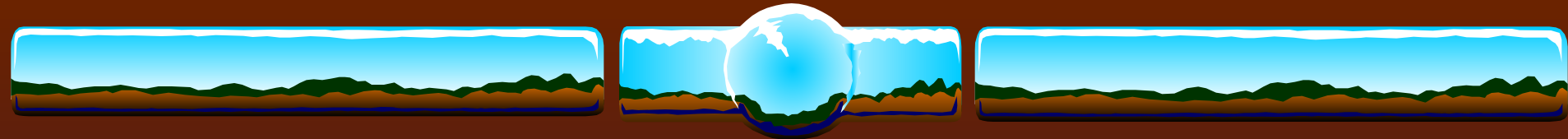
- ❖ Выигрыши при сочетании всех возможных стратегий сторон сводятся в платежной матрице.
- ❖ Фактически платежная матрица – это список всех возможных альтернатив, из которых необходимо выбрать рациональную стратегию A^0_i организаторов производства.



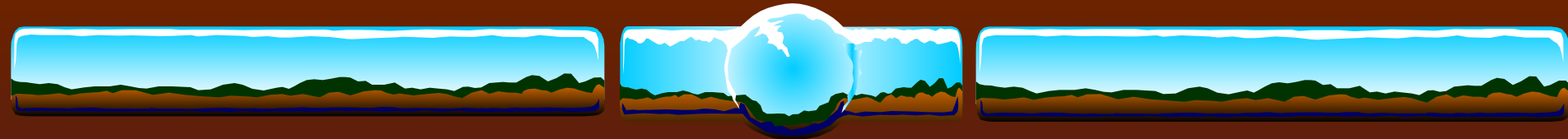
Необходимое число агрегатов и выигрыш
при сочетании стратегий A_i и Π_j

Мини-
мальный
выигрыш
по стра-
тегиям
(мини-
мумы
строк)

Показатели оценки сочетания стратегий A_i, Π_j	$\Pi_j \rightarrow$		Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	
	$n_j \rightarrow$		0	1	2	3	4	
	A_i ↓	n_i ↓						
Имеющееся число агрегатов и выигрыш по стратегиям	A_1	0	0	-3	-6	-9	-12	-12
	A_2	1	-1	2	-1	-4	-7	-7
	A_3	2	-2	1	4	1	-2	-2
	A_4	3	-3	0	3	6	+3	-3
	A_5	4	-4	-1	2	5	8	-4
Максимальный выигрыш (максимумы столбцов), (в.)			0	2	4	6	8	



- ❖ 7) Выбор рациональной стратегии организаторов производства.
- ❖ Наиболее простое решение возникает тогда, когда находится стратегия A_i , каждый выигрыш которой при любом состоянии Π_j не меньше, чем выигрыш при любых других стратегиях. В рассматриваемом примере таких стратегий нет. Например, стратегия A_3 лучше всех других только при состоянии Π_3 , но хуже стратегии A_2 при состоянии Π_2 и A_4 при состоянии Π_4 и т. д.

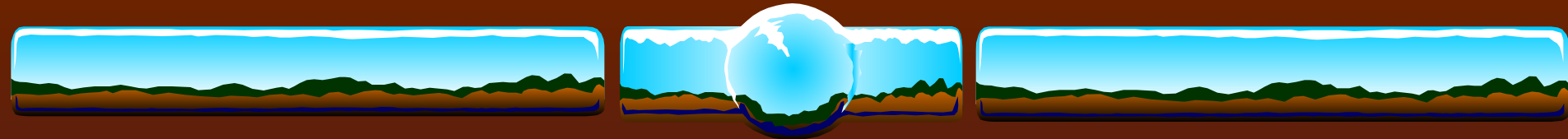


- ❖ В общем случае при известных вероятностях каждого состояния Π_j выбирается стратегия A_i , при которой математическое ожидание выигрыша организаторов производства будет максимальным. Для этого вычисляют средневзвешенный выигрыш по каждой строке платежной матрицы для i -й стратегии.
- ❖ 8) Определение экономического эффекта от использования оптимальной стратегии.
- ❖ 9) Анализ полученных решений.

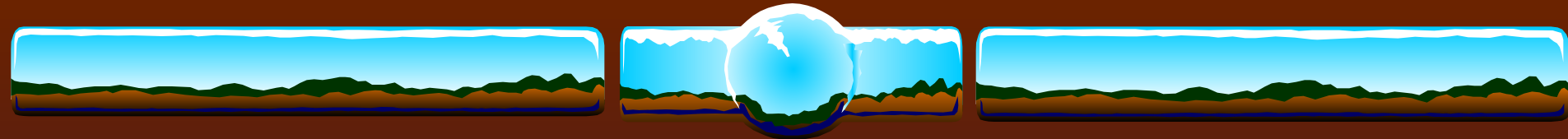


ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

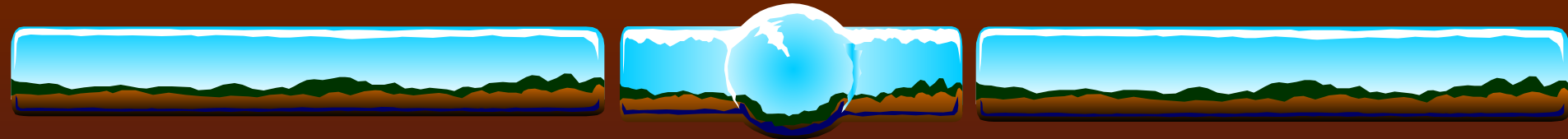
- ❖ Эти условия отличаются от принятия решений в условиях риска тем, что информация о состоянии природы Π_j отсутствует ($q_j=?$). В этом и состоит неопределенность задачи.
- ❖ Наиболее распространены следующие методы принятия решений в условиях неопределенности при играх с природой.



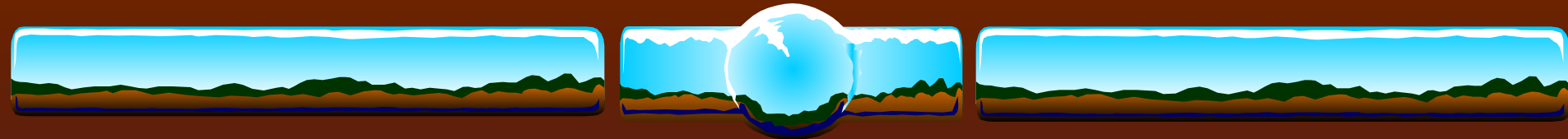
❖ 1) Сведение неизвестных вероятностей q_j к известным, т.е. переход к задаче принятия решений в условиях риска. Наиболее простой способ - это принцип недостаточного основания Лапласа, в соответствии с которым ни одному из j состояний природы P_j не отдается предпочтения и для них назначается равная вероятность, т.е. $q_1=q_2=q_3=\dots q_j=1/j$) для всех состояний.



- ❖ 2) Если информация о вероятности состояний P_j отсутствует, то события на основании ранее накопленного опыта могут быть ранжированы, т.е. расположены в порядке убывания (или возрастания) вероятностей, например, с использованием экспертного метода. При этом ранги переводятся в места и определяются вероятности.
- ❖ После определения вероятностей q_j , расчет проводится по методике принятия решений в условиях риска.



- ❖ 3) Если вероятности состояния системы P_j не могут быть определены или оценены рассмотренными способами, то применяют специальные критерии: максиминный, минимаксный и промежуточный.
- ❖ **Максиминный критерий K_I (Вальда)** обеспечивает выбор стратегии A_i , при которой в любых условиях гарантирован выигрыш, не меньший максиминного:
- ❖
$$K_I = \alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j b_{ij}$$
- ❖

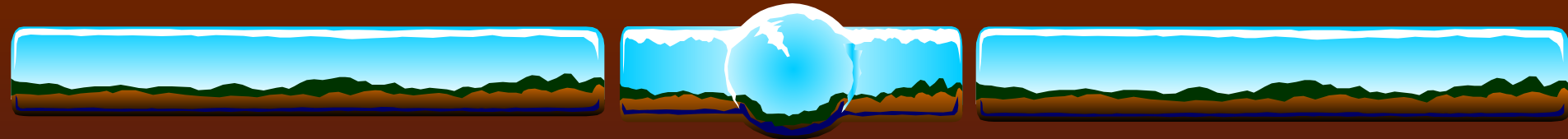


- ❖ Для определения такой стратегии по платежной матрице определяют для каждой стратегии организаторов производства A_i минимальный выигрыш α_i , т.е. $\alpha_i = \min b_{ij}$.

❖ Правило № 30.

- ❖ Максиминный критерий K_i основан на наиболее пессимистической оценке возможных производственных ситуаций и гарантирует организаторам производства выигрыш не менее величины этого критерия.
- ❖ Этот критерий применяется при рискованных операциях на рынке, при освоении новых ниш на рынке товаров и услуг, апробации принципиально новых технологий и изделий большой стоимости.

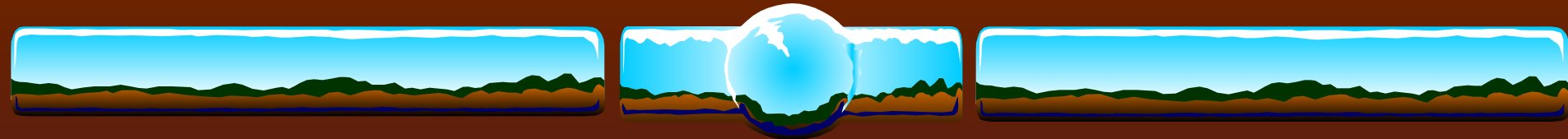




❖ Минимаксный критерий K_{II} (Сэвиджа) обеспечивает выбор такой стратегии, при которой величина риска будет минимальной в наиболее неблагоприятных производственных условиях:

❖
$$K_{II} = \min_i \max_j r_{ij}$$

❖ Выбирая ту или иную стратегию поведения на производстве или рынке, организаторы производства рискуют. Применительно к рассматриваемой ситуации риск - это разница между максимальным выигрышем при известном состоянии r использовании оптимальной стратегии и не могут быть применены другие стратегии A_i .



- ❖ Для каждой стратегии производства P_j $(\beta_i)_{\max}$ определяется просмотром столбцов платежной матрицы и выбором из них максимального значения b_{ij} .
- ❖ Это максимальные выигрыши при известном состоянии производства P_j . Но если фактическое состояние производства неизвестно ($P_j=?$), то ему может быть противопоставлена любая из стратегий организаторов производства A_i . Полученные данные сводят в матрицу риска, в которой для каждой стратегии A_i определяют максимальный риск.
- ❖ Из всех стратегий организаторов производства выбирают ту, которая обеспечивает минимальное значение максимального риска.



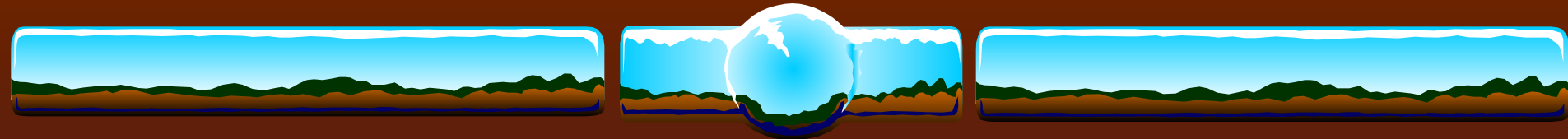
❖ Правило № 31.

❖ При минимаксной стратегии величина риска будет минимальной в наиболее неблагоприятных условиях, т.е. предприятие гарантировано от чрезмерных потерь.

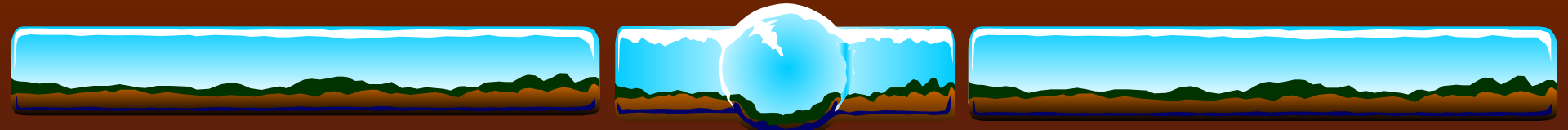
❖ Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица) ориентирован на выбор в качестве промежуточного между двумя рассмотренными стратегиями:

$$K_{III} = \max_i [d \min_j b_{ij} + (1-d) \max_j b_{ij}]$$





- ❖ Коэффициент d устанавливается на основании опыта или экспертизы в пределах $0 \leq d \leq 1$: причем, чем серьезнее последствия принимаемых решений, тем больше d . При $d=0$ имеет место сверхоптимизм, а при $d=1$ критерий превращается в K_I .
- ❖ Сравнение выбранных различными методами стратегий показывает, что в условиях неопределенности, применяя соответствующие методы и критерии, можно выявить стратегии, весьма близкие к оптимальным.



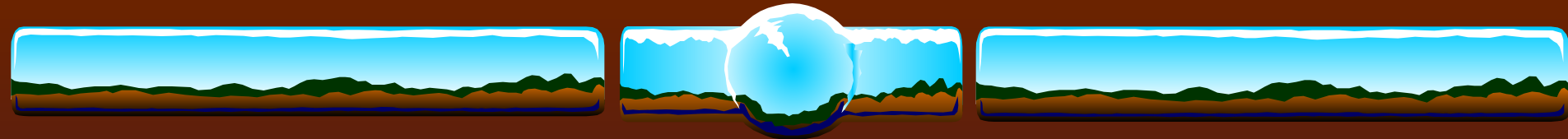
❖ Правило № 32

- ❖ Для больших систем свойственно достаточно плавное протекание целевой функции, при котором вокруг оптимального решения образуется широкая зона рациональных решений, придающая устойчивость самой системе.

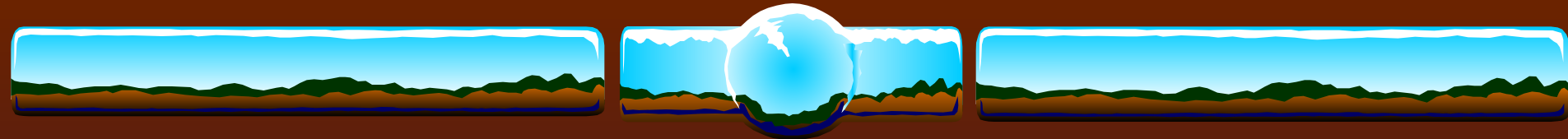


ОСОБЕННОСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ В КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЯХ

- ❖ В конфликтных (антагонистических) играх сталкиваются две или несколько противоборствующих сторон, имеющих свои интересы и стремящихся улучшить свое положение за счет других. Например, борьба на ограниченном спросом рынке группы предприятий (АТП, СТО) за клиентуру. Обычно множественную игру стремятся свести к серии парных, в которых участвуют две стороны, условно называемые "нападающей" А и "обороняющейся" В.



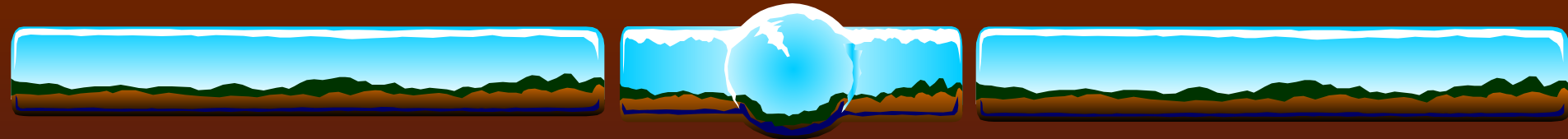
- ❖ Нападающая сторона первой предпринимает определенные действия (выпуск новых изделий, услуг, изменение ценовой политики и т.п.) и стремится получить определенный выигрыш. Если выигрыш одной стороны равен проигрышу другой, то это игры с нулевой суммой.
- ❖ В конфликтных играх также строят платежные матрицы, но вместо стратегий P_j природы указываются стратегии противоборствующей стороны V_j .



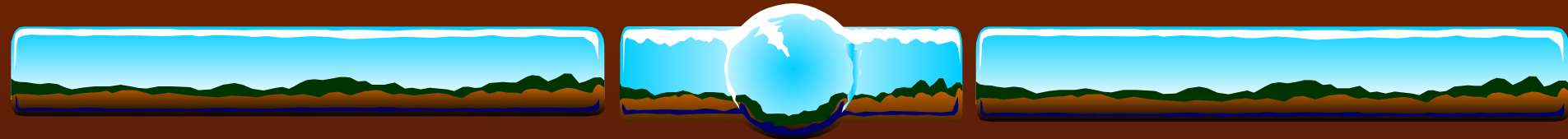
❖ Если сторона В выбирает j -стратегию, она должна ориентироваться на максимальный проигрыш $(\beta_i)_{\max}$, приведенный в последней строке платежной матрицы. Из всех максимальных выигрышей, естественно, сторона В должна выбрать минимальный $\min_j \max_i b_{ij}$. Этот проигрыш стороны В будет верхним пределом выигрыша стороны А и называется верхней ценой игры

❖
$$\beta = \min_j \max_i b_{ij}.$$

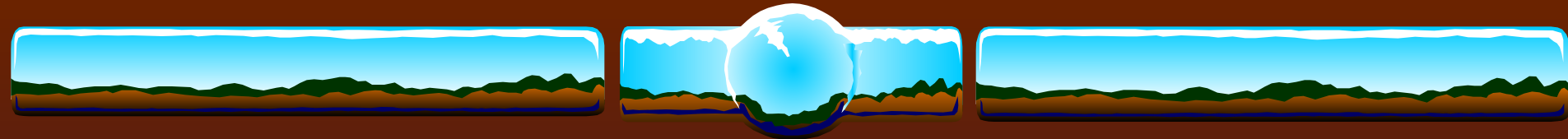
❖



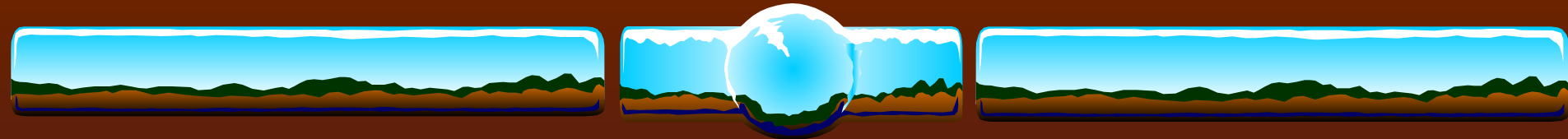
- ❖ Фактическая цена конфликтной игры заключается в интервале $\alpha \leq K_{IV} \leq \beta$.
- ❖ Принцип осторожности, вытекающий из предположения о разумности сторон, стремящихся в конфликтной ситуации достигнуть цели, противоположной цели противостоящей стороны, называется в теории игр принципом минимакса.
- ❖ Если нижняя и верхняя цены в конфликтной игре равны, т.е. $\alpha = \beta$, то она называется игрой с седловой точкой, а цена такой игры $K_V = \alpha = \beta$ называется чистой.



- ❖ Седловой точке соответствует пара минимаксных стратегий A^0_i и B^0_j , являющихся оптимальными, а их совокупность называется решением игры.
- ❖ Решение игры обладает следующим свойством:
- ❖ если одна сторона в конфликтной игре придерживается своей оптимальной стратегии, то для противоборствующей стороны нецелесообразно отклоняться от своей оптимальной стратегии. Любое отклонение от оптимальных стратегий или оставит результаты игры без изменения или ухудшит его для стороны, отошедшей от оптимального решения.



- ❖ Если верхняя и нижняя цены игры не равны, то сторона А может сформировать такую стратегию, которая дает выигрыш больше нижней цены, т.е. $K_{IV} > \alpha$.
- ❖ Это достигается применением так называемых смешанных стратегий.
- ❖ В смешанной стратегии варианты A_i имеют определенную вероятность и выбираются с помощью специального механизма (случайные числа, бросание монеты, извлечение № варианта из урны и др.) в случайном порядке.



- ❖ Это придает тактике стороны А гибкость, изменчивость, и сторона В не может знать заранее, с какой ситуацией ей придется столкнуться. Если стратегии A_i стороны А имеют вероятность, отличную от нуля, то они называются активными. Существует следующее правило активных стратегий.

❖ Правило № 33.

- ❖ Если одна из сторон в конфликтной игре придерживается своей оптимальной смешанной стратегии, то выигрыш остается неизменным и больше нижней цены игры $K_{IV} > \alpha$, независимо от действий противоположной стороны, придерживающейся своих активных стратегий.