

**Выбор в условиях риска и
неопределенности.**

Выбор в условиях риска и неопределенности.

1. Выбор в условиях риска
2. Выбор в условиях неопределенности

1.Выбор в условиях риска

Неопределенность — ситуация, когда множество вариантов возможных исходов (последствий) принимаемого решения известно, но ни одному из этих вариантов нельзя приписать какую-либо вероятность его появления или хотя бы оценить ее.

Риск — ситуация, когда варианты возможных исходов (последствий) характеризуются вероятностями их появления.

1.Выбор в условиях риска

Лотерея L - вектор $L=(p_1, x_1; p_2, x_2; \dots; p_k, x_k)$, где p_1 – вероятность наступления исхода x_1 , ..., p_k – вероятность наступления исхода x_k .

Теорема теории полезности Неймана–Моргенштерна:

Полезность лотереи L есть математическое ожидание полезности (т.е. ожидаемая полезность), равное взвешенной сумме полезностей наборов, где в качестве весов выступают вероятности получения индивидуумом этих наборов:

$$U(p_1, x_1; p_2, x_2; \dots; p_k, x_k) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) + \dots + p_k U(x_k).$$

1.Выбор в условиях риска

Денежные лотереи – лотереи, исходами которых являются денежные суммы.

Функция полезности $U(x)$, (где x – денежная сумма) – элементарная функция полезности или функция полезности Бернулли (полезность при отсутствии риска)

$M[U(x)] = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) + \dots + p_k U(x_k)$ – функция полезности Неймана –Моргенштерна (ожидаемая полезность лотереи).

1.Выбор в условиях риска

Если для индивида полезность ожидаемого выигрыша в лотерее меньше полезности такой же суммы, получаемой без риска, то он не склонен к риску (рискофоб).

Если для индивида полезность ожидаемого выигрыша в лотерее больше полезности такой же суммы, получаемой без риска, то он склонен к риску (рискофил).

Если для индивида полезность ожидаемого выигрыша в лотерее равна полезности такой же суммы, получаемой без риска, то он нейтрален к риску (рисконейтрал).

1.Выбор в условиях риска

Функция полезности Бернулли:

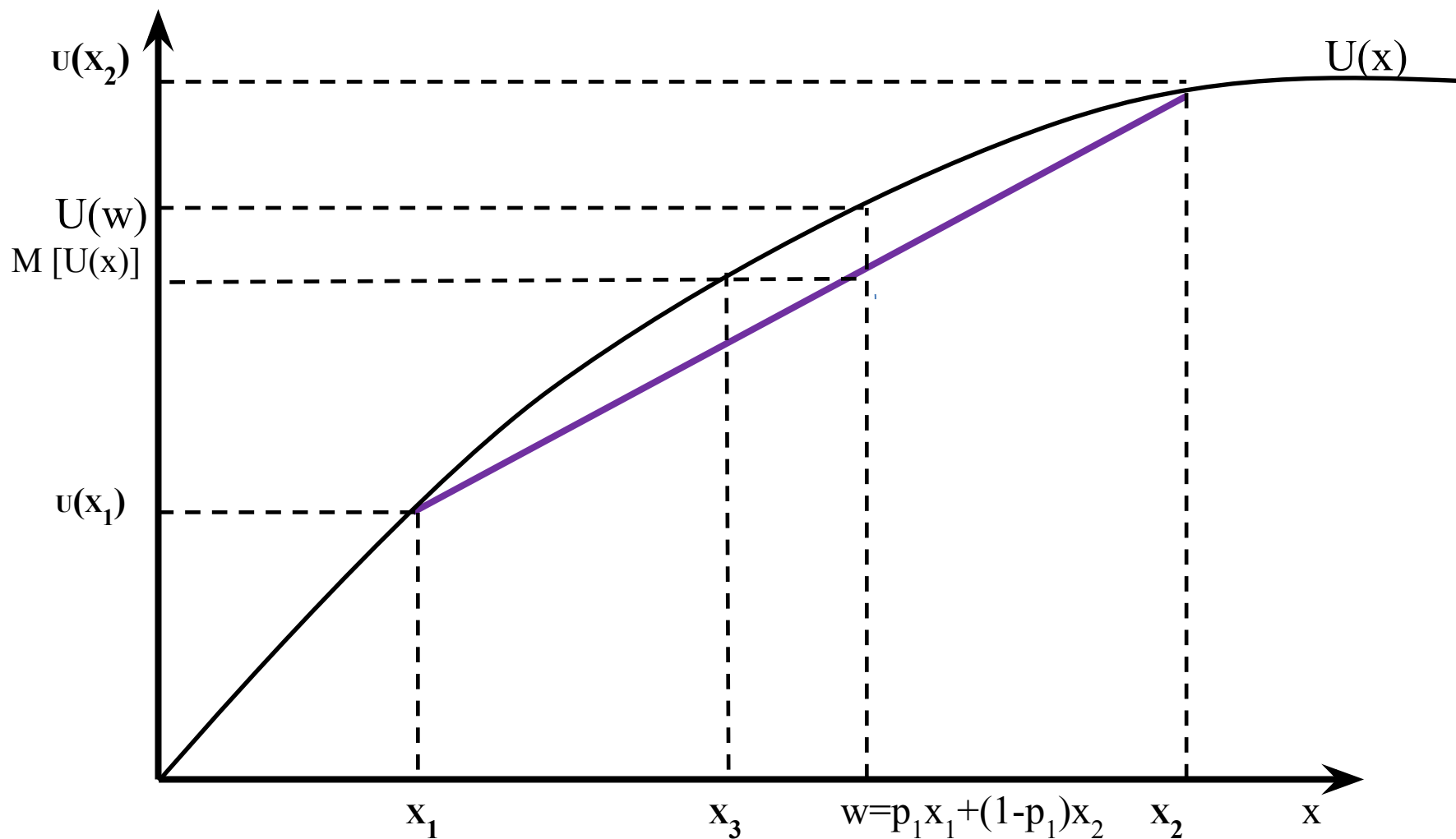
- Для рискофоба – выпуклая вверх
- Для рискофила – выпуклая вниз
- Для рисконейтрала – прямая линия

1.Выбор в условиях риска

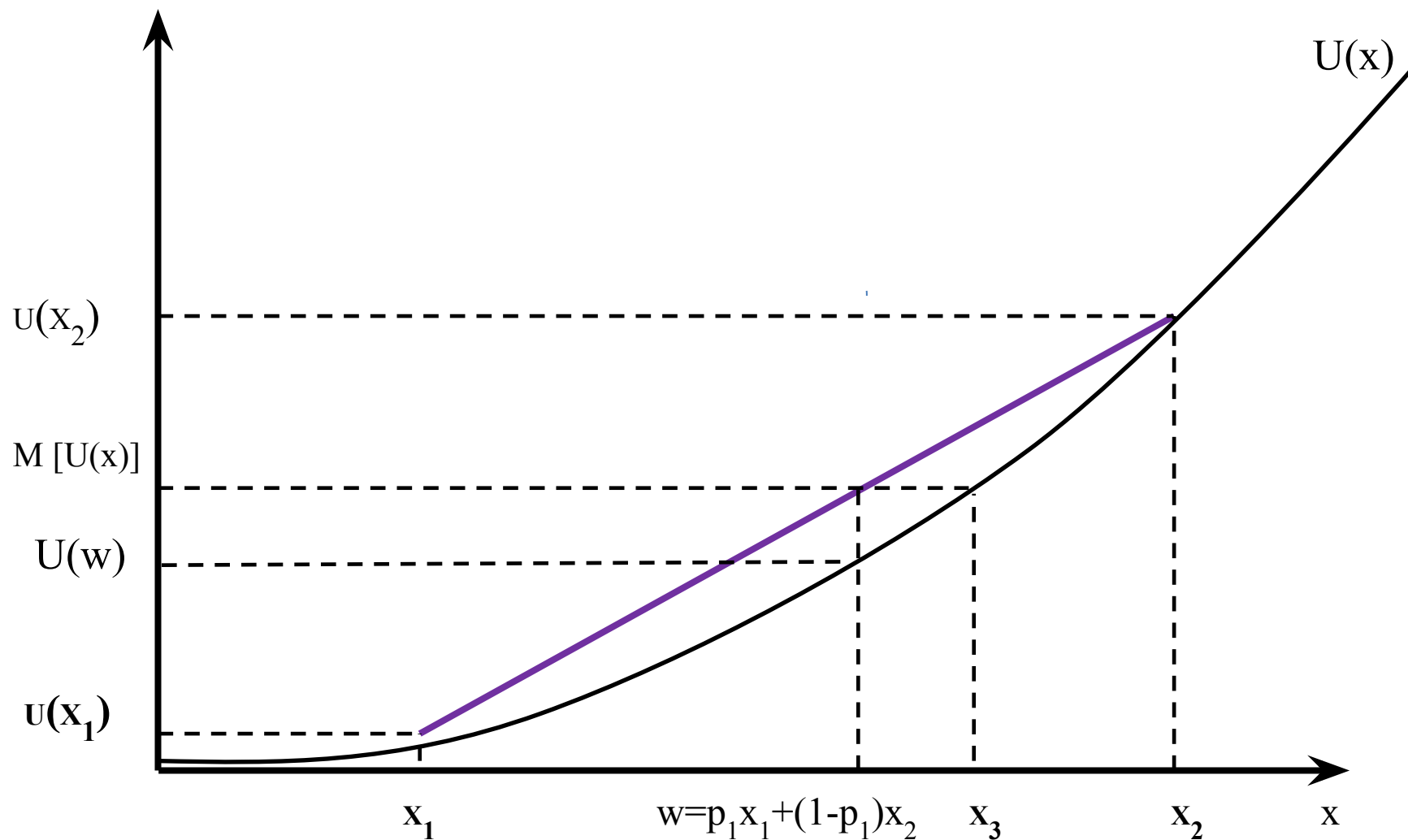
$M [U(x)] = p_1 U(x_1) + (1-p_1)U(x_2)$ – функция полезности Неймана –
Моргенштерна для лотереи с двумя исходами

Геометрическая интерпретация функций полезности для рискофоба.

Геометрическая интерпретация функций полезности для рискофоба



Геометрическая интерпретация функций полезности для рискофила



1.Выбор в условиях риска

Показатели степени неприятия риска со стороны индивидуума:

1. Абсолютная мера Эрроу–Пратта :

$$AP_a = - \frac{U''(x)}{U'(x)}$$

2. Относительная мера Эрроу–Пратта :

$$AP_r = xAP_a = - x \frac{U''(x)}{U'(x)}$$

Для рискофила $AP_a < 0$, $AP_r < 0$, так как $U''(x) > 0$ – функция полезности с увеличивающимся темпом роста полезности

Для рискофоба $AP_a > 0$, $AP_r > 0$, так как $U''(x) < 0$ – функция полезности с замедляющимся темпом роста полезности

Для рисконейтрала $AP_a = 0$, $AP_r = 0$ (так как функция полезности линейная)

1.Выбор в условиях риска

Пример:

Пусть функция полезности индивидуума имеет вид:

$$U = a\left(\frac{x}{b}\right)^{\alpha}$$

Определить:

1. Абсолютную и относительную меры Эрроу-Пратта
2. Пусть $a=10$, $B=60$, $\alpha = 1/2$, $x_1 = 10$, $x_2 = 50$, $p_1 = p_2 = 0,5$

Определить премию за риск.

2.Выбор в условиях неопределенности

Пусть у субъекта есть возможность выбора из нескольких решений, результат которых зависит от возникающих ситуаций.

Классическими критериями принятия решения в условиях неопределенности являются:

1) принцип недостаточного обоснования Лапласа: выбирается то решение, у которого среднеарифметический показатель потерь минимален.

Принцип недостаточного обоснования Лапласа применяется, если можно предположить, что все ситуации равновероятны.

Выбираемое решение называется оптимальным по принципу недостаточного обоснования Лапласа.

2.Выбор в условиях неопределенности

2) максиминный критерий Вальда.

Алгоритм:

- выбирается минимальный эффект для каждого решения;
- среди минимальных эффектов находится максимальное значение;
- решение с этим значением является оптимальным по максиминному критерию Вальда.

3) минимаксный критерий Сэвиджа;

Алгоритм:

- выбираются максимальные потери для каждого решения;
- среди максимальных потерь находится минимальное значение;
- решение с этим значением является оптимальным по минимаксному критерию Сэвиджа.

2.Выбор в условиях неопределенности

4) критерий обобщенного максимина (пессимизма – оптимизма) Гурвица.

Алгоритм:

- выбираются минимальный и максимальный эффекты для каждого решения;
- для каждого решения находится величина $H_i = \lambda \min_{ij} a_{ij} + (1-\lambda) \max_{ij} a_{ij}$
- определяется решение с максимальной величиной H_i
- решение с этим значением является оптимальным по критерию обобщенного максимина (пессимизма – оптимизма) Гурвица.

2.Выбор в условиях неопределенности

Пример:

Таблица эффективностей

		Ситуации		
		A_1	A_2	A_3
Решения	B_1	0,3	0,4	0,6
	B_2	0,7	0,25	0,45
	B_3	0,4	0,9	0,15
	B_4	0,85	0,2	0,5

2.Выбор в условиях неопределенности

Таблица потерь

		Ситуации		
		A_1	A_2	A_3
Р е ш е н и я	B_1	$0,55=0,85-0,3$	$0,5=0,9-0,4$	$0=0,6-0,6$
	B_2	$0,15=0,85-0,7$	$0,65=0,9-0,25$	$0,15=0,6-0,45$
	B_3	$0,45=0,85-0,4$	$0=0,9-0,9$	$0,45=0,6-0,15$
	B_4	$0=0,85-0,85$	$0,7=0,9-0,2$	$0,1=0,6-0,5$

2.Выбор в условиях неопределенности

Задание:

1. Определить оптимальное решение по принципу недостаточного обоснования Лапласа.
2. Определить оптимальное решение по максиминному критерию Вальда.
3. Определить оптимальное решение по минимаксному критерию Сэвиджа.
4. Определить оптимальное решение по критерию критерий обобщенного максимина Гурвица ($\lambda=0,33$)