




Использование элементов алгебры логики

при решении заданий ЕГЭ по
информатике



· Операция инверсия,
обозначение: $\neg A$ или \bar{A} с
чертой (не A)

Таблица истинности

X	$\neg X$
0	1
1	0

- Операция конъюнкция, (логическое сложение), обозначается: \vee (или)

Таблица истинности

x	y	$Z=x\wedge y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Дизъюнкция, (логическое умножение), обозначается \wedge , & (и)

Таблица истинности


X	Y	Z=X&Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Импликация, (логическое следствие), обозначается \rightarrow

Таблица истинности

X	Y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Название закона	формулировка
Переместительный закон	$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный закон	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Распределительный закон	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge (A \wedge C)$ $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
Закон непротиворечив. Этот закон выражает тот факт, что высказывание не может быть одновременно истинным и ложным	$A \wedge \neg A = 0$
Закон исключенного третьего. Этот закон означает, что либо высказывание, либо его отрицание должно быть истинным	$A \vee \neg A = 1$
Закон двойного отрицания	$\neg(\neg A) = A$
Законы де Моргана	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$



• $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

• $A \vee 0 = A$

• $A \wedge 0 = 0$

• $A \vee 1 = 1$

• $A \wedge 1 = A$

• $0 \rightarrow A = 1$



Какое логическое выражение равносильного
выражению $\neg(A \wedge B) \wedge \neg C$?

- 1) $\neg A \vee B \vee \neg C$
- 2) $(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C$
- 3) $(\neg A \vee \neg B) \wedge C$
- 4) $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$

Решение:

Применим отрицание к выражению в скобках в соответствии с законом де Моргана:

$$\neg(A \wedge B) \wedge \neg C = (\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C$$

Для какого числа X истинно высказывание: \neg
 $((X > 3) \rightarrow (X > 4))$?

1)1

2)2

3)3

4)4

Решение

Способ 1

Поочерёдно подставляем значения X в высказывание:

- 1) $\neg((1 > 3) \rightarrow (1 > 4)) = \neg(\text{ложь} \rightarrow \text{ложь}) = \neg(\text{истина}) = \text{ложь}$;
- 2) $\neg((2 > 3) \rightarrow (2 > 4)) = \neg(\text{ложь} \rightarrow \text{ложь}) = \neg(\text{истина}) = \text{ложь}$;
- 3) $\neg((3 > 3) \rightarrow (3 > 4)) = \neg(\text{ложь} \rightarrow \text{ложь}) = \neg(\text{истина}) = \text{ложь}$;
- 4) $\neg((4 > 3) \rightarrow (4 > 4)) = \neg(\text{истина} \rightarrow \text{ложь}) = \neg(\text{ложь}) = \text{истина}$.

Ответ; 4

Способ 2

По условию $\neg ((X > 3) \rightarrow (X > 4)) = \text{истина}$,
поэтому $((X > 3) \rightarrow (X > 4)) = \text{ложь}$.

Из определения импликации следует, что
высказывание $(X > 3)$ истинно, а $(X > 4)$ –
ложно. Этим условиям из целых чисел
удовлетворяет только 4.

Ответ: 4

Задача.

- Три свидетеля дорожного происшествия сообщили сведения о скрывшемся нарушителе. Боб утверждает, что тот был на красном Рено», Джон сказал, что нарушитель уехал на синей «Тойоте», а Сэм показал, что машина была точно не красная и, по всей видимости, это был «Форд». Когда удалось отыскать машину, выяснилось, что каждый из свидетелей точно определил только один из параметров автомобиля, а в другом ошибся. Какая и какого цвета была машина у нарушителя?
- Ответ запишите в виде двух слов, разделенных пробелом: МАРКА ЦВЕТ. Например: ЖИГУЛИ БЕЛЫЙ.

Решение:

Способ 1

Обозначим высказывания:

A = «машина красного цвета»;

B = «машина была «Рено»»;

C = «машина синего цвета»;

D = «машина была «Тойота»»;

E = «машина была «Форд»».

Согласно условию:

из показаний *Боба* следует, что $A \vee B$ истинно;

из показаний *Джона* следует, что $C \vee D$ истинно;

из показаний *Сема* следует, что $\neg A \vee E$ истинно.

Следовательно, истинна и конъюнкция $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge (\neg A \vee E) = 1$.

Раскрывая скобки, получаем:

$$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge (\neg A \vee E) = (A \wedge C \vee A \wedge D \vee B \wedge C \vee B \wedge D) \wedge (\neg A \vee E) = (A \wedge C \vee A \vee B \wedge C \vee B \wedge D) \wedge (\neg A \vee E) = A \wedge C \wedge \neg A \vee A \wedge D \wedge \neg A \vee B \wedge C \wedge \neg A \vee B \wedge D \wedge \neg A \vee A \wedge C \wedge E \vee A \wedge D \wedge E \vee B \wedge C \wedge E \vee B \wedge D \wedge E = 1$$

Из полученных восьми слагаемых семь (согласно условию) являются ложными, остается единственное истинное слагаемое (подчеркнуто):

$$\underline{B \wedge C \wedge \neg A} = 1$$

Значит, нарушитель скрылся на автомобиле «Рено синего цвета».

Способ 2

Решим задачу методом рассуждений.

Предположим, что Боб правильно сообщил цвет, но ошибся в марке. Следовательно, машина красная, и не «Рено». Тогда получается, что Джон ошибся в цвете, но верно сообщил марку – «Тойота». Но при этом получается, что вопреки условиям задачи Сэм ошибся и в цвете, и в марке. Мы пришли к противоречию, значит, исходное предположение было неверным. Отсюда мы заключаем, что Боб верно указал марку – «Рено», но ошибся в цвете. Итак, машина «Рено», но не красного цвета. Учитывая, что машина точно не «Тойота». Из показаний Джона вытекает, что машина была синей. При этом также выполняется условия для показаний Сэма.

Ответ: Рено-синий.