

\*

# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

10 класс

*Кравец В.А., учитель информатики МАОУ «СОШ №1» г.  
Светлогорска*

# Формы мышления

Логика - наука о формах и способах мышления

1) Понятие - это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

Содержание понятия - совокупность существенных признаков.

Объем понятия определяется совокупностью предметов, на которые оно распространяется.

Пример: понятие «персональный компьютер»

Содержание понятия: Персональный компьютер - это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.

Объем понятия: сотни миллионов

2) **Высказывание** - это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними. Высказывание может быть либо **истинно**, либо **ложно**.

**Пример:** «Париж - столица Франции»

« $10:5=3$ »

Составные высказывания:

«Сегодня - 14 января и на улице стоит сильный мороз»

«Если завтра будет туман, то мы не сможем вылететь на соревнования»

3) **Умозаключение** - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение).

**Пример:**

Суждения: «Все металлы электропроводны»

«Ртуть является металлом»

Заключение:

«Ртуть электропроводна»

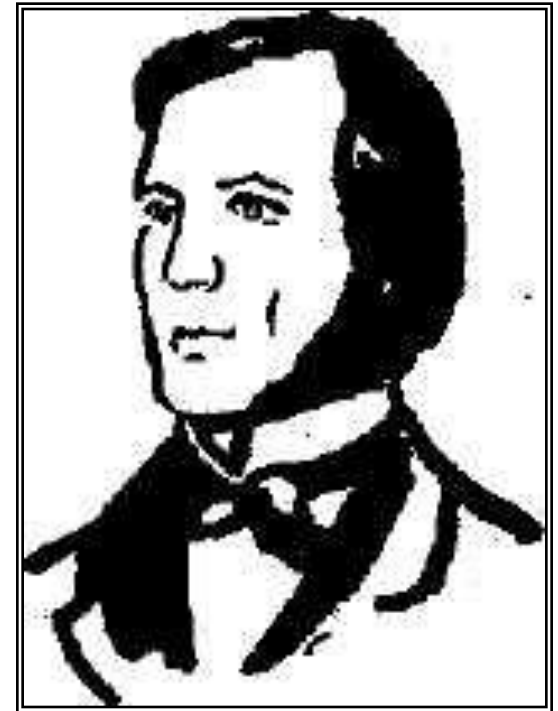
# *Булева алгебра*

В 1847 г. английский математик Джордж Буль, преподаватель Коркского университета, разработал алгебру логики.

*Джордж Буль (1815-1864)*

*Английский математик,  
основоположник математической  
логики.*

*Не имея специального  
математического образования, все  
же за свои научные труды был  
избран профессором математики (в  
Ирландии).*



*Почти 100 лет эта "алгебра высказываний" не была известна широкому кругу пользователей. Лишь в 1938 году выдающийся американский математик и инженер Клод Шеннон обнаружил, что алгебра логики приложима к любым переменным, которые могут принимать только два значения. Например, к состоянию контактов: включено — выключено или напряжению (или току): есть — нет.*

*В результате алгебра логики явилась математической основой теории электрических и электронных переключательных схем, используемых в ЭВМ, поэтому ее предпочитают называть не алгеброй логики, а Булевой алгеброй - по имени ее создателя.*

# Алгебра логики

Разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание.

$A = \text{«Два умножить на два равно четырем»}$

$B = \text{«Два умножить на два равно пяти»}$

$A=1$  (истина);  $B=0$  (ложь)

В алгебре высказываний над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых появляются новые составные высказывания.

Базовые логические операции:

**И, ИЛИ, НЕ**



# 1. Логическое умножение (конъюнкция)- логическая операция «И» («AND»)

Составное высказывание, образованное в результате операции логического умножения (конъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания.

Обозначение:  $F = A \& B$

F - функция логического умножения

Таблица истинности:

A	B	$F=A\&B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 2. Логическое сложение (дизъюнкция)- логическая операция «ИЛИ» («OR»)

Составное высказывание, образованное в результате операции логического сложения (дизъюнкции), истинно тогда, когда хотя бы одно из входящих в него простых высказываний истинно . **Обозначение:**  $F = A \vee B$

F - функция логического сложения

Таблица истинности:

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

### 3. Логическое отрицание (инверсия)- логическая операция «НЕ» («NOT»)

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и наоборот, ложное - истинным.

Обозначение:  $F = \overline{A}$

F - функция логического отрицания

Таблица истинности:

A	$F = \overline{A}$
0	1
1	0

# Логические выражения

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую войдут логические переменные, обозначающие высказывания, и знаки логических операций.

Порядок выполнения логических операций:

- инверсия
- конъюнкция
- дизъюнкция

Задание. Определите истинность логического выражения для всех значений логических переменных

$$F = ( A \& \bar{B} ) \vee B$$

# Таблицы истинности

определяет истинность или ложность логического выражения при всех возможных значениях логических переменных.

1) кол-во строк =  $2^n$ , где  $n$  - кол-во переменных

2) кол-во столбцов = кол-во переменных + кол-во операций

3) построить таблицу, обозначить столбцы, внести возможные значения переменных

4) заполнить таблицу по столбцам, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности

Задание №1: Построить таблицу истинности

$$F = (A \& \bar{B}) \vee B$$

A	B	$\bar{B}$	$A \& \bar{B}$	$(A \& \bar{B}) \vee B$
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

Задание № 2: Построить таблицу истинности

$$F = A \vee \bar{B} \ \& \ \bar{A} \vee B$$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \& \bar{B}$	$A \vee \bar{B} \ \& \ \bar{A}$	$A \vee \bar{B} \ \& \ \bar{A} \vee B$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1



*Логические выражения, у которых совпадают последние столбцы таблиц истинности, называются **равносильными**.*

Задание №3. Доказать равносильность логических выражений:

$$F = \overline{A \vee B} \text{ и } F = \overline{A} \& \overline{B}$$

# Логические функции

## Логическое следование (импликация)- (если..., то...)

Составное высказывание, образованное в результате операции логического следования (импликации), ложно тогда и только тогда, когда из истинной посылки следует ложный вывод. **Обозначение:**  $F = A \rightarrow B$

Таблица истинности:

A	B	$F=A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическое равенство (эквивалентность)-

(...тогда и только тогда, когда...)

Составное высказывание, образованное в результате операции логического равенства (эквивалентности), истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны.

Обозначение:  $F = A \sim B$

Таблица истинности:

A	B	$F=A \sim B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

## Составить таблицы истинности:

### I вариант

а)  $F = A \& (A \rightarrow B) \rightarrow B$

б)  $F = \text{not}((A \sim B) \& (A \& \text{not} B))$

### II вариант

а)  $F = (A \rightarrow B) \vee \text{not} B$

б)  $F = (A \sim B) \& A \& \text{not} B \rightarrow \text{not} A$

# I вариант

a)  $F = A \& (A \rightarrow B) \rightarrow B$

A	B	$A \rightarrow B$	$A \& (A \rightarrow B)$	F
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

## 2 вариант

a)  $F = (A \square B) \vee \text{not} B$

A	B	$A \square B$	notB	F
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1

## I вариант

6)  $F = \text{not}((A \sim B) \& (A \& \text{not} B))$

A	B	notB	$A \sim B$	$A \& \text{not} B$	$(A \sim B) \& (A \& \text{not} B)$	F
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1

## 2 вариант

б)  $F = (A \sim B) \& A \& \text{not} B \square \text{not} A$

A	B	notA	notB	$(A \sim B)$	$(A \sim B) \& A$	$(A \sim B) \& A \& \text{not} B$	F
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1



# Логические законы

1. Закон тождества:  $A = A$
2. Закон непротиворечия:  $A \& \bar{A} = 0$
3. Закон исключения третьего:  $A \vee \bar{A} = 1$
4. Закон двойного отрицания:  $\bar{\bar{A}} = A$
5. Законы де Моргана:  $\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$   
 $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

6. Правило коммутативности:

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

7. Правило ассоциативности:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

8. Правило дистрибутивности:

$$(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C)$$

9. Правила равносильности:

$$A \vee A = A$$

$$A \& A = A$$

10. Правила исключения констант:

$$A \& 1 = A \quad A \& 0 = 0$$

$$A \vee 1 = 1 \quad A \vee 0 = A$$

Задание. Решить логическое уравнение

$$\cancel{X} \vee B \vee \cancel{X} \vee \cancel{A} = B$$

## Литература:

1. Информатика и ИКТ. Профильный уровень : учебник для 10 класса / Угринович Н.Д. – 3-е изд., испр. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008
2. [images.yandex.ru](https://images.yandex.ru)